

Nagy Imre

Meddig növelhető alacsony Föld körüli pályán a mesterséges holdak száma?

A mesterséges holdak száma exponenciális növekedést mutat. Míg pár éve csupán pár ezer aktív műhold, illetve nagyjából 20 000 követhető méretű törmelék keringett a Föld körül, napjainkban csak a Starlink rendszer hozzávetőlegesen 4000 tagot számlál (az aktív műholdak fele), ami a következő pár évben akár tízszeresére is növekedhet. Ráadásul a napi sajtóban 300 000 tagból álló konstelláció terveiről is lehetett olvasni.

De van-e hely alacsony Föld körüli pályán ennyi műholdnak? Ha túl közel keringenek egymáshoz a műholdak, akkor zavarhatják egymás működését, kommunikációját. Másrészt a Föld gravitációs terének gömbszimmetrikus volta, a Naprendszer égitestjei és a nem konzervatív erők okozta perturbációk miatt időről időre ütközésközeli állapotok állhatnak elő. Az alábbiakban a gravitációs eredetű perturbációk hatásának numerikus vizsgálatával adunk felső becslést arra, hogy mennyi mesterséges hold fér el alacsony Föld körüli pályán.

Kulcsszavak: mesterséges holdak, megakonstellációk, műholdseregek, a mesterséges holdak mozgása, a mesterséges holdak gravitációs perturbációi, űrszemét

1. Bevezetés

Az űralkalmazások piaca exponenciálisan növekedve 2021-re elérte a 469 milliárd USD-t. A piacon egyre több hazai cég van jelen. A műholdindítások éves száma nő, miközben az árak egyre alacsonyabbak. Míg korábban egy feladatra pár nagyobb műholdat használtak, újabban inkább sok kicsit. A változás kihat a műholdak üzemeltetési körülményeire is.

Pár éve „csak” néhány ezer műhold keringett a Föld körül, mára csak a Starlink rendszer 4023 tagból áll (2023. május 6.) [7]. A mesterséges holdak nem egyenletesen töltik ki a Föld körüli térséget. A legtelítettebb a 35 786 km magasságban húzódó geostacionárius pálya, ahol több száz üzemel, legalább 0,1°-os közökkel, ám a legtöbb mesterséges hold 2000 km alatti magasságban, közel kör alakú pályán kering. A pályahajlások sokkal változatosabb képet mutatnak. Az egyenlítői pálya ritka, míg a poláris viszonylag gyakori. Balesetek és fegyverkísérletek miatt néhány tartományban sok törmelék kering, illetve nagyobb magasságokban temetői pályákat is találunk. Ide élettartamuk végén kerülnek a műholdak.

Egyre több és nagyobb alacsony pályára szánt műholdsereg tervei válnak ismertté [6]. A „biztosan” megvalósuló tervek között a legnagyobb a Starlink (kb. 42 000 tag). A OneWeb jelenleg 648 tagú rendszer kiépítésén dolgozik, amelyet idővel nagyjából a tízszeresére

növelnének, ám korábban 50 000 közelítő számot is említettek. Idén kezdődik Kína 13 000 tagú műholdseregének a kiépítése. A napi sajtóban már 300 000 tagból álló rendszer tervei is felbukkantak. Felmerül, hogy elfér-e ennyi műhold 2000 km alatti pályán?

A kérdés megválaszolásához megvizsgáljuk, hogy mennyire állandó a pályamagasság, illetve hogy hogyan változik a 2 azonos pályán keringő műhold közötti távolság. Az eredmények alapján megbecsüljük, hogy hány mesterséges hold fér el alacsony Föld körüli pályán.

2. A mesterséges holdak mozgása és a vizsgálati módszer

A mesterséges holdak a Föld tömegközéppontja körül keringenek, azonban ezt a mozgást több perturbáció is éri. Az alacsony pályák esetén a legnagyobb a Föld gravitációs terének nem gömbszimmetrikus volta. Jelentős még a Hold és a Nap hatása is. 450 km alatti pályákon jelentős a légköri fékeződés hatása. Itt már szükséges a magasságcsökkenés rendszeres kompenzálása a tervezett élettartam eléréséhez.

Kisebb perturbációt okoznak a bolygók. Kimutatható a Föld mágneses tere miatti elektromágneses fékeződés, valamint a Nap közvetlen, illetve a Földről és a Holdról visszaverődő sugárzásának hatása.

A gravitációs eredetű perturbációk a pálya fél nagytengelyében, az excentricitásban és a pályahajlásban periodikus változásokat okoznak. Ezek is elvezethetnek a mesterséges hold pusztulásához, mint az az Interball-1 esetében is történt [1]. A perturbációk miatt gyakorlatilag nem beszélhetünk körpályáról, mivel az excentricitás legfeljebb pillanatnyilag lehet nulla. A perigeum nem rezonáns pályák esetében körbefordul, akárcsak a felszállócsomó. A pályasík körbefordulását például a napszinkronpályák esetében ki is használjuk. Ezzel szemben a légköri fékeződés a fél nagytengely csökkenését okozza, aminek hatására hosszabb-rövidebb idő elteltével a műhold bemerül a sűrűbb légkörbe. Az excentricitás szintén csökken, azaz az elliptikus pálya körösödik.

Perturbátlan esetben tetszőleges számú műholdat lehetne elhelyezni a Föld körül ütközésveszély nélkül, perturbált esetben a pályaelemek hely- és időfüggő változásai ütközést okozhatnak. A maximum meghatározásához elengedhetetlen a mozgásegyenletek megoldása.

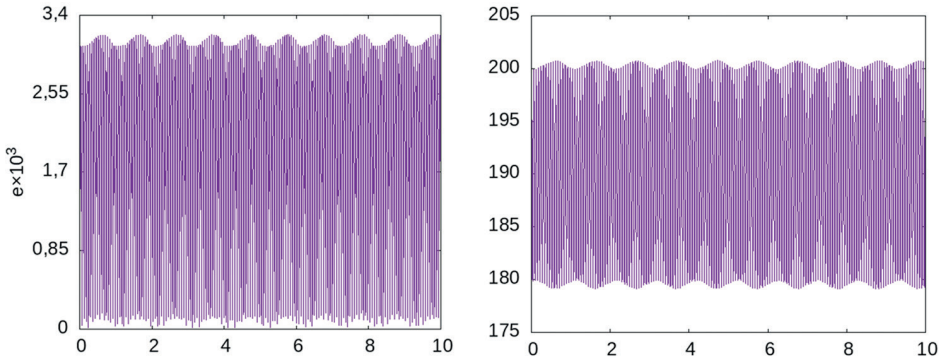
A vizsgálatok 2 részből tevődnek össze. Vizsgálni kell a pályák közötti minimális magasságkülönbséget. Ehhez megnézzük, hogy az egyes magasságtartományokban mennyivel változik a ténylegesen megvalósuló pályák pillanatnyi magassága, amiből becsülhető, hogy a 2000 km alatti tartományban hány egymás felett húzódó pálya valósítható meg.

Egy-egy pályán több mesterséges hold is keringhet, mint ahogy geostacionárius pályán is. A műholdak között szükséges minimális kezdeti távolság meghatározásához közeli párok mozgását vizsgáljuk.

Felső becslés a cél, így csak gravitációs hatásokat veszünk figyelembe, és főleg egyenlítői körpályákat vizsgálunk. A mozgásegyenletek 1000 napra történő integrálására RKN 7(8) Runge–Kutta–Nystrom–Fehlberg váltakozó lépésközű integrátort használtam [1]. A program a geopotenciált 12-ed rendig veszi figyelembe, a Hold mozgását az ELP 2000-85 elméletből [2], a Nap mozgását pedig a VSOP 87 elméletből [3] számolja. Ezt a programot korábban az Interball-1 műhold mozgásának vizsgálatára használtuk Zare-féle regularizációs eljárással kiegészítve [4]. Jelen munkához a mesterséges holdak regularizálatlan mozgásegyenleteit integráltuk, mivel körpályák esetén a regularizáció nem jár előnnyel.

3. Eredmények

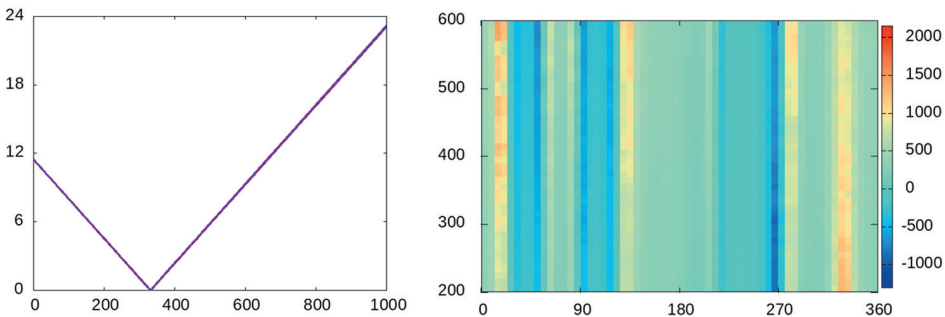
A pályaelemek tapasztalt változásai megfelelnek az elmélet alapján vártak: a fél nagytengelyben és az excentricitásban csak periodikus változások látszanak, az inklináció pedig az 1000 nap alatt közel 0 maradt. Az 1. ábra bal oldali grafikonja a kezdetben 200 km magas körpálya excentricitását mutatja az idő függvényében. Látható, hogy az excentricitás 0 és 0,0032 között változik, és már az első periódusban 0,003-ig nő. A fél nagytengely 400 m széles tartományban változik, így a perigeum magasságában 20 km körüli változásokat várunk.



1. ábra

Az excentricitás (balra) és a pályamagasság [km] (jobbra) az idő [nap] függvényében [a szerző]

A perigeummagasság helyett célszerűbb a műhold pályamagasságát vizsgálni, amely az 1. ábra jobb oldali grafikonján látható. A változások itt is periodikusak. A bejárt magasságtartomány 21,6 km széles, ám nem szimmetrikus a kezdeti 200 km-es pályamagasságra. Ez a tartomány a kezdeti magasság emelésével csökken, 2000 km-en 16,4 km lesz. Így 2 pálya közti magasságkülönbség nem lehet kisebb, mint 21,6 km 200 km magasságban, illetve 16,4 km 2000 km magasságban. Amennyiben ki szeretnénk zárni az ütközések lehetőségét, 2000 km magasságig mintegy száz különböző magasságú pálya valósítható meg egy pályasíkban.



2. ábra

A műholdak távolságának [km] időfüggése [nap] $0,1^\circ$ kezdeti szeparáció esetén (balra), illetve a T_{krit} [nap] változása a pályamagasság [km] és a fokban mért kezdőhelyzet függvényében [a szerző]

Ha adott magasságú pályára több műholdat szeretnénk juttatni, felmerül a kérdés, hogy milyen közöket kell hagyni közöttük. A kérdést vizsgálhatjuk égi mechanikai oldalról, illetve műszaki oldalról is. Míg az előbbi függ a konkrét pályáktól, az utóbbi független, így kiindulhatunk a geostacionárius pályából, ahol $0,1^\circ$ -os közökkel osztják a pozíciókat. Kérdés, hogy ez alacsonyabb pályák esetén is elfogadható-e.

A 2. ábra bal oldali grafikonja a 2, 200 km kezdeti magasságú egyenlítői körpályán keringő, egymástól $0,1^\circ$ -kal (11,4 km) eltérő pálya menti kezdőhelyzetű mesterséges hold közötti távolságot mutatja az idő függvényében 1000 napra. A kezdeti távolság lineárisan csökken, T_{krit} kritikus időpontban 0 lesz (ütközésveszély!), majd a továbbiakban lineárisan nő. A 2 szakasz meredeksége csak előjelben tér el, így abszolútérték-függvénnyel illeszthető.

A 2. ábra jobb oldali grafikonja a pálya menti kezdőhelyzet és a pályamagasság síkján mutatja a T_{krit} érték eloszlását színskála segítségével. A térképen alapjában függőleges struktúrák váltogatják egymást. Ez azt jelenti, hogy T_{krit} elsősorban a pálya menti kezdőhelyzettől függ, és csak másodsorban a pályamagasságtól. A magasságfüggés nem egyértelmű. Általában a magassággal nő a T_{krit} értéke, ám például 18° kezdőhelyzetnél a magasság növekedésével a korábbi értékeknél alacsonyabbak is jöhetnek. 330° -nál a magasság növekedésével már egyértelműen csökken a T_{krit} . A színskála azt is mutatja, hogy nem csak pozitív értékeket kaphatunk az illesztés eredményeként. Ilyenkor már kezdetekben is távolodik egymástól a 2 műhold. Mivel a pálya sugara nem változik, ez nem jelent könnyebbséget, mert így akkor a másik oldali szomszédhoz fog közeledni. A T_{krit} abszolút értéke 70 és 2150 nap között változik. A 70 napot alapul véve is csak nagyon alacsony (0,007 km/h) relatív sebesség adódik, amelyet elég néhány hetes időközönként korrigálni. A korrekció elmaradása esetén sem kell jelentős törmelékkepződéssel járó ütközéstől tartani. Így egy pályán akár 3600 mesterséges hold is kényelmesen elfér. Ha biztosítható, hogy a műholdak ne zavarják egymás működését, illetve kommunikációját, akkor ez a szám növelhető, akár a kétszeresére is.

4. Következtetések és összefoglalás

Az egyenlítői síkban húzódó körpályák vizsgálata alapján látható, hogy a pillanatnyi magasság akár több mint 20 km nagyságú változásokat is mutathat. Ez a 200 km körüli magasságú pályák esetén jelentős hatással bír, mivel a keringési idő egy részét a felső légkör nagyobb sűrűségű tartományában tölti a műhold. Ennek hatására gyorsan fékeződik, és az egyre drasztikusabbá váló sebességvesztés miatt 1-2 napon belül elpusztul.

A pályamagasság változásának másik következménye, hogy az egy síkban húzódó pályák magasságát nem lehet tetszőlegesen megválasztani. Ha túl közel vannak az egymás feletti pályák, akkor az egyes mesterséges holdak által bejárt tartományok átfednek, így lesz olyan térrész, ahol időnként mindkettő megtalálható. Ebben a közös tartományban nagy lesz az ütközés veszélye. Az ütköző testek közötti sebességkülönbség 200 km magasság esetén akár 180 km/h is lehet. Ilyen relatív sebességű ütközés esetén nagy mennyiségű törmelék keletkezhet, ami nem megengedhető a többi műhold védelmében.

A pillanatnyi magasság változása ily módon meghatározza, hogy hány pályát lehet megvalósítani a vizsgált 200 km és 2000 km közötti magasságtartományban. Figyelembe véve a műhold által bejárt magasságtartomány függését a pályasugártól a vizsgált tartományban nagyjából 100 különböző magasságú pálya alakítható ki. Ez csak elméleti lehetőség, mert

a korábban pályára állított műholdak egy része aktív élettartamuk végeztével is pályán maradt. Ezek az inaktív mesterséges holdak irányíthatatlanok, így a jelenleg aktív, illetve a majdan pályára kerülő műholdak pályáját kell hozzájuk igazítani. További problémát jelent a korábbi balesetek, illetve űrfegyverkísérletek során keletkezett nagy mennyiségű törmelék.

Mivel geostacionárius pályán $0,1^\circ$ -os szeparációval keringhetnek a mesterséges holdak, érdemes megvizsgálni, hogy alacsonyabb pályán is tartható-e ez a szeparáció. Az azonos pályán keringő, de különböző pálya menti kezdőhelyzetű műholdak egymástól mért távolsága időben változik. Ezt a változást abszolútérték-függvénnyel lehet leírni. A függvény minimuma 0, azaz a 2 műhold bizonyos időpontban összeütközik. Ez a minimum az integrálás kezdőpillanatához képest pozitív és negatív irányban is lehet, függően a pálya menti kezdőhelyzettől, ami arra utal, hogy a pálya menti sodródást a geopotenciál gömbszimmetrikustól való eltérése okozza. Mivel az egyenlítői síkban az ütközés a kezdőpillanat után legalább 70 nappal következik be, legfeljebb $0,007$ km/h sebességű mozgásról van szó. Ilyen alacsony sebességek mellett a 2 műhold ütközése csak minimális sérüléseket okozhat, de továbbra is kerülendő. Mivel legalább 70 nap telik el az indítás és az ütközés között, elég lehet néhány hetente kompenzálni a sodródás hatását. Összehasonlításul: egy 200 km magas pályán keringő műhold élettartama a légköri fékezés miatt $1,2$ nap pályakorrekció nélkül. A 2 időtartam nagyjából 320 – 450 km között esik egy nagyságrendbe. Ezek alapján egy pályán akár 3600 műhold is keringhet rendszeres pályamódosítást feltéve. Ehhez természetesen szükséges, hogy minden műholdra hajtóművek kerüljenek.

Összegezve: alacsony Föld körüli pályán $360\,000$ műhold is elhelyezhető egy síkban. Felmerül a kérdés, hogy több pályásik alkalmazása mennyivel emeli ezt a számot. Lényeges, hogy n darab azonos magasságú pálya $n(n-1)$ csomópontban metszi egymást. A metszéspontok térbeli helyzete nem állandó, mert a perturbációk hatására a 0 -tól különböző inklinációjú pályásíkok körbefordulnak. Ez kizárja, hogy a metszéspontokon a különböző pályásíkokon keringő műholdak felváltva, egymástól kellő távolságban haladjanak át. A pontokban nagy az egyes pályásíkokon keringő műholdak közötti sebességkülönbség, így egy esetleges ütközés nagy mennyiségű törmelékképződéssel járna. Ha a 2 pályásik oszcillációs tartománya csak részlegesen fed át, akkor az ütközés valószínűsége csökkenthető, de nem küszöbölhető ki. Vagyis a metszéspontok környezetében nagyon fontos szerep hárul a forgalomirányításra. Amennyiben sikerül megoldani a forgalomirányítás kérdését, egy magasságban 2, esetleg 3 pályásik engedhető meg reálisan. Ez a szám duplázható, ha olyan pályásíkokat választunk, amelyek azonos sebességgel fordulnak körbe. A pontos szám meghatározása további vizsgálatokat igényel.

Mindent összevetve alacsony Föld körüli pályán $6 \times 100 \times 3600$ (kb. $2\,000\,000$), esetleg $6 \times 100 \times 7200$ műhold számára van hely. Ezt a számot csökkenti, hogy bizonyos tartományok használhatatlanok az ott keringő „zombi” műholdak, illetve törmelékek miatt. Szükséges továbbá a légköri fékezés hatásának gyakorlatilag folyamatos kompenzálása, amelyhez célszerű ionhajtóművet használni. Szóba jöhet légköri gázokkal táplált ionhajtóművek alkalmazása is, amely jelentősen csökkenti a szükséges hajtóanyag mennyiségét, illetve növeli a műhold élettartamát [5]. A jelenleg „biztosan” megvalósuló rendszerek összességében a becült maximumnál lényegesen kevesebb tagból állnának, tehát még nem beszélhetünk zsúfoltságról. Azonban a sajtóhírekben felbukkanó $300\,000$ CubeSatból álló rendszer már okozhat bonyodalmakat.

Felhasznált irodalom

- [1] E. Fehlberg, „NASA Technical Report R-432,” 1974, pp. 1–84.
- [2] M. Chapront-Touze, J. Chapront, „Elp 2000-85: A Semi-Analytical Lunar Ephemeris Adequate For Historical Times,” *Astronomy and Astrophysics*, 190. évf. pp. 342–352. 11 p. 1988.
- [3] P. Bretagnon, G. Francou, „Planetary Theories in Rectangular and Spherical Variables: VSOP87 Solution,” *Astronomy and Astrophysics*, 202. évf. pp. 309–315. 7 p. 1988.
- [4] Nagy I., Érdi B., „Numerical Investigation of the Orbit of Interball-1,” *Astronomische Nachrichten*, 328. évf. 8. sz. pp.793–796. 4 p. 2007. Online: <https://doi.org/10.1002/asna.200710811>
- [5] Nagy I., „Légköri gázokkal táplált ionhajtóművek,” *Repüléstudományi Közlemények*, 31. évf. 1. sz. pp. 213–222. 10 p. 2019. Online: <https://doi.org/10.32560/rk.2019.1.17>
- [6] Nagy I., „Megakonstellációk,” *Repüléstudományi Közlemények*, 33. évf. 2. sz. pp. 31–44. 14 p. 2021. Online: <https://doi.org/10.32560/rk.2021.2.3>
- [7] Wikipedia The Free Encyclopedia: List of Starlink and Starshield launches. Online: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Starlink_and_Starshield_launches

How Far Can the Number of Artificial Moons in Low Earth Orbit Be Increased?

The number of artificial moons is increasing exponentially. While a few years ago only a few thousand active satellites and roughly 20,000 traceable pieces of debris orbited the Earth, today only the Starlink system has approximately 4,000 members, which may increase tenfold in the next few years. In addition, in the daily press you could also read about the plans of a constellation of 300,000 members.

The question arises, is there room in low Earth orbit for so many satellites? We can examine the question from several angles. If the satellites orbit too close to each other, they can interfere with each other's operation and communication. On the other hand, due to the deviation of the Earth's gravitational field from being spherically symmetric, perturbations caused by the celestial bodies of the Solar System and non-conservative forces, near-collision conditions may occur from time to time. In the following, we give an upper estimate of how many artificial moons fit in low Earth orbit by numerically examining the effect of gravitational perturbations.

Keywords: *artificial satellites, mega-constellations, motions of artificial satellites, gravitational perturbations of artificial satellites, space debris*

Dr. Nagy Imre adjunktus Nemzeti Közszolgálati Egyetem Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar Természettudományi Tanszék nagy.imre@uni-nke.hu orcid.org/0000-0002-0545-4381	Imre Nagy, PhD Senior Lecturer Ludovika University of Public Service Faculty of Military Science and Officer Training Department of Natural Sciences nagy.imre@uni-nke.hu orcid.org/0000-0002-0545-4381
--	---

„A TKP2021-NVA-16 számú projekt az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NVA pályázati program finanszírozásában valósult meg.”



