

Salavec Péter, Simon André, Szintai Balázs

## Turbulencia- és hegyihullámképződés-diagnosztikák a repülési előrejelzésben az Országos Meteorológiai Szolgálatnál

*Az Országos Meteorológiai Szolgálat Repülésmeteorológiai Osztályán folyó egyik kutatómunka az új repülésmeteorológiai honlap (<http://aviation.met.hu>) Modell előrejelzések menüpontja alatt található, a hullámrepülés támogatását szolgáló aloldal fejlesztését célozza. E kutatás első lépéseiről az első szerző egy korábbi cikkben már beszámolt. Az akkori tervek közül néhány már megvalósult, valamint új irányok felé is nyitott a kutatás. Az AROME-modellből ma már több esettanulmányhoz előállt a Scorer-paraméter, a közeljövő feladata az operatív modelltől történő előállítás kidolgozása. Az esettanulmányok feldolgozására egy MSc-diplomamunka keretében kerül sor. A turbulencia előrejelzésével kapcsolatban egy korábban független, a szerzőtársak által végzett másik kutatás került kapcsolatba. Az ő kutatásuk parametrizációk fejlesztésével a szabad légköri turbulencia modellezésének fejlesztését célozza. Megállapították, hogy csapdázott hegyi hullámok jelenléte esetén jelentős az alulbecslés, ezért a további terv közös munkával megpróbálni eredményt elérni.*

**Kulcsszavak:** repülésmeteorológia, hegyi hullám, turbulencia, AROME, parametrizációk

### Bevezetés

A Repüléstudományi Közleményekben korábban közölt egy cikket az első szerző [1], amelyben beszámolt egy akkor indult új kutatásról, amely a <http://aviation.met.hu> honlapon a Modell előrejelzések Hullámrepülést támogató aloldalának bővítését célozza. A kutatás az egyéb teendők melletti alacsony prioritása miatt csak lassan halad, így azóta kevés eredmény született, a honlap bővítése az idei év második felére van tervezve. A kutatás menetében azonban fontos események történtek, jelen cikkünk ezeket részletezi.

A kutatás részeként egyik fő tervünk volt, hogy az AROME-modellből Scorer-paraméter álljon elő. Ezt a paramétert a modellező kollégák előállították, köszönhetően Lancz Dávid és Kullmann László munkájának. Így a HAWK-3 megjelenítő rendszerben már tudunk Scorer-paraméter vertikális térbeli és időbeli profilokat létrehozni. A paraméter előállításához azonban egyelőre a modell olyan beállításaira van szükség, amely miatt operatíván még nem tudjuk bevezetni, a paraméter viselkedését esettanulmányokon keresztül vizsgáljuk. E vizsgálatok az ELTE MSc-s hallgatója, Imen Ghanmi diplomamunka-témáját képezik, terveink szerint ez fogja képezni a közzéteendő új produktumok dokumentációjának alapját.

Az előzetes vizsgálatok során felmerült a turbulencia előrejelzésének kérdése is, ugyanis valószínű [2], [3], [4], hogy a turbulencia mértékét a numerikus modellek erősen alábecsülik olyan esetekben, amikor csapdázott hegyi hullámok vannak jelen. Ennek oka, hogy mind maguk a hullámok, mind az őket kísérő másodlagos jelenségek a környezetükben jelentkező, lokálisan erős szélnyírás hatására kis skálájú turbulenciát generálnak, valamint a jelenségekben fellépő erős vertikális áramlást a repülőgépek szintén turbulenciaként érzékelik, és a jelenség méretskálája az operatív modellek rácsával összemérhető vagy az alatti.

Ma még a turbulencia előrejelzése tehát csak parametrizációk útján lehetséges. Ráadásul a parametrizációkat kalibráló mikrometeorológiai mérési kampányok zömében a planetáris határrétegben zajlanak, érvényességük a szabad légkörben még úgy is erősen kérdőjeles, hogy az elméletek többsége általában is igaz a légkörben (lásd például [5] 1. szakasz). Ezért a parametrizációk fejlesztése ma is aktív kutatási téma, amellyel az Országos Meteorológiai Szolgálatnál (a továbbiakban: OMSZ) a szerzőtársak foglalkoznak.

A két kutatás, azaz a hullám-előrejelzés és a turbulencia-parametrizációk fejlesztése eredetileg külön témák voltak, a hullámok és kísérőjelenségeik által generált turbulencia előrejelzésének kérdéskörében azonban e két kutatás némileg összekapcsolódik. Több olyan esetet is tanulmányoztunk, amelynek során hullámok csapdázódása és erős turbulencia egyaránt előfordult. Jelenlegi cikkünkben az így elért elsődleges eredményeket szeretnénk bemutatni.

A cikk első részében a hullámok és a turbulencia elméletéről teszünk említést. A második részben a tervezett repülésmeteorológiai produktumokat mutatjuk be röviden egy esettanulmányon keresztül. Ezekkel kapcsolatban a korábbi és újabb eredmények is szerepelnek majd, így itt részben a korábbi cikkben már közölt információk is szerepelnek majd a teljesség kedvéért. A harmadik részben a turbulencia-előrejelzés terén a közelmúltban végzett kutatási eredmények szerepelnek, hangsúlyozva a csapdázott hullámok jelenlétéről készült eseteket.

## Elméleti leírás

Mindenekelőtt érdemes szem előtt tartani, hogy a tapasztalatok szerint a hegyi hullám az egyetlen olyan jelenség, amelyben a vertikális szélesség megközelítheti a zivatarcellákban tapasztalhatókat. Emiatt a vitorlázórepülők számára igen hasznos, sok ma is hivatalos rekordot hullámrepüléssel állítottak fel, sőt, ma már a klímakutatásra is terveznek használni olyan vitorlázórepülőt, amely képes magasan a sztratoszférába felrepülni [6], [7].

A hegyi hullámok leírása legfontosabb elméleti alapjainak áttekintésével, néhány speciális eseten keresztül a hegyi hullámok egyes alapvető tulajdonságai tanulmányozhatók. A leíráshoz szükséges feltételezések azonban olyan, pusztán matematikai szempontból értelmes megoldásokra vezetnek e speciális esetekben, amelyek a feltételezések egy részét sértik. Azok (főleg például a belső sűrűlódás és kis amplitúdó) elhagyásával jelennek meg az olyan másodlagos jelenségek (rotorok, törési jelenségek, lejtővihar stb.), amelyek erős turbulenciát jelentenek a repülőgépek számára [8], [9]. Ezek mellett a mikroskálájú turbulencia produkciója is megnövekszik a hullámok környezetében [10], [11].

Ezek a jelenségek a hullámrepülést népszerűsége mellett egyben igen veszélyessé is teszik, ezért különösen fontos lenne a hullámokhoz tartozó másodlagos jelenségek analitikus elméletének ismerete is. E munkát azonban a nagy felbontású numerikus modellezés körülbelül az 1970-es évek óta jelentős részben felváltotta, így például hiányoznak a rotorok, lejtővihar

stb. kialakulásának részletes analitikus leírásai [12], [13]. Ugyanakkor az operatív gyakorlatban használt numerikus modellek ma még csak korlátozottan képesek a jelenségek előrejelzésére, az alkalmazott parametrizációk legnagyobb része pedig leginkább a határreteg folyamatainak leírására alkalmas, még akkor is, ha az adott elmélet általánosságban igaz, de a parametrizációban szereplő paramétereket a határretegben történt mérésekkel kalibrálták [14].

Áttörést jelenthet e téren, ha a manapság egyre népszerűbb vitorlázórepülők által végzett méréseket költséghatékonyra lehetne tenni úgy, hogy közben az adatok megbízhatósága, részletessége a felszíni mikrometeorológiai mérésekből származó adatokét megközelíthetné. Addig mindenképp fontos, de emellett is hasznos elméleti úton minél pontosabban leírni a jelenségeket, hiszen a pontosabb parametrizációk bevezetését az is nagyban segítené [15], [16].

## A hegyi hullámok leírása

A most következő elmélet idén jubileumát ünnepli: Richard Scorer éppen 70 éve, 1949-ben vezette le a belső gravitációs hullámok vertikális sebességének differenciálegyenletét. Scorer pedig idén lenne 100 éves. 92 éves korában, nyolc éve távozott közülünk, munkássága a belső gravitációs hullámok terén alapvető fontosságú eredményeket adott a téma kutatóinak [17].

Kiindulásként a termodinamikai egyenletrendszer általános alakját használjuk fel a Coriolis-erővel, súrlódással, hővezetéssel és a sugárzással. Első egyenletünk a mozgásegyenlet az  $u$  sebességkomponensre (a komponenseket rendre  $u$ ,  $v$ ,  $w$ -vel jelöljük), második a termodinamikai egyenlet a  $\theta$  potenciális hőmérsékletre, harmadik pedig a kontinuitási egyenlet a  $\rho$  sűrűségre. Az ideális gázegyenletet csak a sűrűség és a potenciális hőmérséklet közötti áttérésre használjuk, illetve alkalmazzuk az Einstein-féle némaindex-jelölést.

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \partial_j u_i \right) = -\rho g_i - 2\rho \varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k - \partial_i p + \eta \partial_j \partial_j u_i + \frac{\eta}{3} \partial_i \partial_j u_j \quad (1a)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \partial_j \theta = \nu \partial_j \partial_j \theta - \frac{\partial_j Q_j^* - L_F E}{\rho c_{pd}} \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \partial_j (\rho u_j) = 0 \quad \leftrightarrow \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \partial_j u_j = 0 \quad (1c)$$

Itt  $t$  az idő,  $g$  a gravitációs gyorsulás,  $\varepsilon_{ijk}$  a Levi – Civita-szimbólum,  $\underline{\Omega}$  a Föld-forgás szögsebessége,  $p$  a nyomás,  $\eta$  a dinamikai viszkozitás,  $\nu$  a hődiffúziós együttható,  $Q^*$  a napsugárzás fluxusa,  $L_F$  a fázisátalakulási hő,  $E$  a fázisátalakulást szenvedő anyagmennyiség,  $c_{pd}$  a száraz izobár fajhő.

## Feltételezések

A következőkben a hegyi hullámok méret- és időskáláján érvényesnek gondolt feltételezéseket vezetünk be:

1. Összenyomhatatlanság:  $\frac{d\rho}{dt} = 0 \Rightarrow \partial_j u_j = 0$

2. Föld-forgás elhanyagolása (nagy területre kiterjedő hullámok, illetve széles hegyek esetén nem igaz):  $\Omega_j = 0$
3. Hőforrástagnok (fázisátalakulás és sugárzás) elhanyagolása (a lenticularisok képződésénél nem igaz):  $E = \partial_j Q_j^* = 0$
4. Súrlódásmentesség és a diffúzió elhanyagolása (gyakran nem igaz, főleg a határ-rétegben és erős szélnyírás esetén):  $\nu = \eta = 0$
5. Stacionaritás (a hullámok fázis- és csoportsebességének kiszámításához a nem-stacionárius egyenletet is ki kell számolni):  $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$
6. Reynolds-felbontás:  $A = \bar{A} + A'$
7. Linearizáció (laminaritás, azaz a turbulencia elhanyagolása, az ezután maradó egyenletből a saját átlagát is kivonjuk):  $A'B' = 0$
8. Átlagos hidrosztatikusság:  $\partial_i \bar{p} = \bar{\rho} g_i$
9. Boussinesq-közelítés (az előző után a gravitáció előtt már nem szerepel a  $\bar{\rho}$ ):  $\rho' \ll \bar{\rho}$
10. Kétdimenziósság (gyakran igaz akkor is, ha a szél a hegyvonulatra nem merőlegesen fúj):  $\nu = \frac{\partial A}{\partial y} = 0$
11. Átlagos horizontális homogenitás:  $\frac{\partial \bar{A}}{\partial x} = 0$
12. Átlagos konvekciómentesség:  $\bar{w} = 0$
13. Nyomásperturbációk elhanyagolása (az állapotegyenlet Reynolds-felbontása és a saját átlagával való osztás után – ez vezet a potenciális hőmérséklet Poisson-féle definíciójával együtt a sűrűség és a potenciális hőmérséklet közötti áttéréshez):  $\frac{p'}{\bar{p}} \ll \frac{\rho'}{\bar{\rho}}$

## Egyszerűsített egyenletrendszer

Az állapotegyenlet  $p = \rho RT$  alakjának Reynolds-felbontása és linearizációja után a következő alakra jutunk:

$$\frac{\bar{p}}{R} + \frac{p'}{R} = \bar{\rho} \bar{T} + \bar{\rho} T' + \rho' \bar{T} \quad (2a)$$

Átlagolás után a lineáris tagok kiesnek:

$$\frac{\bar{p}}{R} = \bar{\rho} \bar{T} \quad (2b)$$

Utóbbit először kivonjuk az előbbiből, majd az eredményt elosztjuk vele, ezzel kapjuk meg a relatív perturbációk közötti összefüggést.

$$\frac{p'}{\bar{p}} = \frac{T'}{\bar{T}} + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \quad (2c)$$

Ebben alkalmazzuk a 13. feltevést:

$$\frac{\rho'}{\bar{\rho}} = -\frac{T'}{\bar{T}} \quad (2d)$$

A potenciális hőmérséklet definíciója hasonlóan alakítható át, de a nyomás felbontása nélkül, így az azt tartalmazó tényező a relatív perturbációból kiesik, így az előző egyenletben a hőmérséklet közvetlenül kicserélhető a potenciális hőmérsékletre:

$$\frac{\rho'}{\rho} = -\frac{\theta'}{\theta} \quad (2e)$$

Bevezethetjük a  $b$  felhajtóerő, az  $N$  Brunt – Väisälä-frekvenciát és a  $P'$  redukált nyomást.

$$b = g \frac{\theta'}{\theta} \quad N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad P' = \frac{p'}{\rho} \quad (3)$$

Az egyszerűsítések bevezetése után a meridionális mozgásegyenlet kiesik. A kontinuitási egyenlet a perturbációk divergenciamentességére vezet. A másik két mozgásegyenletet az átlagos sűrűséggel osztva, valamint a termodinamikai egyenletet a  $\frac{g}{\theta}$  kifejezéssel szorozva egy négyismeretlen egyenletrendszerre jutunk a horizontális és a vertikális sebességperturbáció, a redukált nyomásperturbáció és a felhajtóerő között. Alább a nem-stacionárius esetet írjuk fel, a stacionárius esetben az időderiváltak is eltűnnek.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial P'}{\partial x} = 0 \quad (4a)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial w'}{\partial x} + \frac{\partial P'}{\partial z} = b \quad (4b)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial b}{\partial x} + w' N^2 = 0 \quad (4c)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (4d)$$

## Stacionárius hullámegyenlet

Az ilyen lineáris egyenletrendszer megoldására alkalmazható a karakterisztikus egyenletrendszer felírása a perturbációk hullámalakjának feltételezésével, minket azonban most csak a vertikális sebességperturbáció érdekel. Elvégezve a  $\frac{\partial(4a)}{\partial x} - \frac{\partial(4b)}{\partial z}$  műveletet, behelyettesítve  $\frac{\partial b}{\partial x}$  tagot (4c)-ből kifejezve, majd (4d)-t felhasználva, az  $u'$ -ket tartalmazó tagokat  $w'$ -ket tartalmazó tagokra cserélve, a jól ismert Scorer-féle egyenletre jutunk:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left( \frac{N^2}{\bar{u}^2} - \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right) \right] w' = 0 \quad (5)$$

Bevezetjük az  $\ell^2 = \frac{N^2}{\bar{u}^2} - \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}$  jelölést. E paramétert nevezik Scorer-paraméternek. Az első tag a stabilitási tag, a második a széllyírás tag. Általában a szabad légkörben az első, a konvektív határrétegben a második tag dominál. Általában ez a paraméter függ a magasságtól, tehát

az egyenlet valójában függvényegyütthatós, azonban a valóság gyakran jól közelíthető néhány konstans Scorer-paraméterű réteggel, amelyekben azonban létezik analitikus megoldás is.

## Stacionárius diszperziós reláció

A vertikális sebességre hullámalakot feltételezve megkapjuk a diszperziós relációt, ami egy Pitagorasz-tétel:

$$k_x^2 + k_z^2 = \ell^2 \quad (6)$$

Itt a  $k_x$  vízszintes, a  $k_z$  függőleges irányú hullámszám. Ez az egyenlet azt jelenti, hogy a Scorer-paraméter gyöke valójában nem más, mint a hegyi hullámok hullámszámának a hossza. Ennek valójában abban van nagy jelentősége, hogy egy hullám adott körülmények között vertikálisan periodikus-e, amit később tárgyalunk.

## Nem-stacionárius hullámegyenlet

A (4a-c) egyenletekben a fő változókra ezúttal a  $\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}$  operátor hat. Először ezt érdemes a (4b) egyenletre haddatni, hogy a (4c) egyenletből a  $b$ -t tartalmazó kifejezést tudjuk helyettesíteni. Ekkor  $P'$  operátora bonyolódik, de a horizontális deriválás azzal felcserélhető az átlagos horizontális homogenitás (11. feltétel) miatt. Így az új (4b)-t horizontálisan deriválva, a (4a)-ra pedig a  $(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}) \frac{\partial}{\partial z}$  haddatva elvégezhető a kivonás, és  $P'$  kiesik. Ezután (4d)-t felhasználva az előzőhöz hasonlóan az  $u'$ -k is kicserélhetők  $w'$ -kre. Így egy bonyolultabb differenciálegyenletre jutunk.

$$\left[ \left( \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{N^2}{\bar{u}^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \left( \frac{1}{\bar{u}} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} \right] w' = 0 \quad (7)$$

Érdemes észrevenni, hogy ebből az egyenletből a stacionárius alak előállításával (5) második horizontális deriváltját kapjuk, kétszeri integrálás után így az eredeti egyenlet inhomogén alakja áll elő.

## Nem-stacionárius diszperziós reláció

Ahhoz, hogy ebből az egyenletből a fázis- és csoportsebességre értelmezhető összefüggést kapjunk, a negatív előjellel szereplő szélnyírási tagot elhanyagoljuk. Így a diszperziós relációra a következőt kapjuk:

$$(\omega - \bar{u}k_x)^2 = \frac{(Nk_x)^2}{k_x^2 + k_z^2} \quad (8)$$

Érdemes észrevenni, hogy ez az  $\omega$  frekvenciára két megoldást ad, ebből azonban csak az egyik lesz fizikailag értelmes. Ezt később megadjuk a felső határfeltétel és a csoportsebesség segítségével egy speciális esetben. A  $c_f$  fázissebesség és a  $c_g$  csoportsebesség a szokásos definíciókkal számolható:

$$c_{f_x} = \bar{u} \pm \frac{N}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \quad c_{f_z} = \bar{u} \frac{k_x}{k_z} \pm \frac{Nk_x}{k_z \sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \quad (9a)$$

$$c_{g_x} = \bar{u} \pm \frac{Nk_z^2}{(k_x^2 + k_z^2)^{3/2}} \quad c_{g_z} = \mp \frac{Nk_x k_z}{(k_x^2 + k_z^2)^{3/2}} \quad (9b)$$

A fázis- és csoportsebesség skalárszorzatára zérus adódik, vagyis e két sebesség merőleges egymásra. A hegyi hullámokban tehát az energia a hullámfrontokra merőlegesen terjed. A fázissebesség a stacionárius esetben feltehetőleg eltűnik, ezzel az alsó előjeleknek kellene tartoznia a fizikai megoldáshoz (a Scorer-paraméter nyírási tagjának elhanyagolásával ugyanis  $\ell = \frac{N}{\bar{u}} \Rightarrow c_{f_x} = \bar{u} \pm \bar{u}$ ). Általában azonban a fázissebesség mutathat a fázisvonalak irányába is, a csoportsebesség ekkor merőleges a hullámfrontokra, az márpedig nem tűnik el stacionárius esetben sem.

## Határfeltételek

A felszínen, ha a sűrűdést elhanyagoljuk, a határfeltétel szerint a szélesebességvektornak a felszint kell követnie:

$$w'(x, h(x)) = \bar{u}(h(x)) \frac{dh(x)}{dx} \quad (10)$$

Ha a hegyek magassága sokkal kisebb a légkör vastagságánál, akkor a függvényekben a  $z$  helyén megjelenő  $h(x)$  körülbelül nullának vehető.

A felső határfeltétel kétféle lehet. Egyik határfeltételünk, hogy a légkör tetején a hullám amplitúdója tűnjön el. Ez azonban nem mindig teljesül, ezért mellékfeltételként kikötjük, hogy a hullámok csoportsebességének vertikális komponense a légkör tetején nem lehet pozitív (különben a hullám a világrból nyerné az energiát).

## Általános megoldás

Az általános megoldás olyan esetekben vezethető le, amelyekben a domborzat  $h(x)$  függvénye Fourier-transzformálható és a Scorer-paraméter a magassággal nem változik. Ekkor az (5) egyenletre hattanva az  $x$ -szerinti Fourier-transzformációt, egy közönséges differenciálegyenlet adódik  $z$ -ben, ugyanazzal a diszperziós relációval. Megjegyezzük, hogy a Scorer-paraméter állandóságát általában úgy kötjük ki például numerikus modellszimulációk futtatásakor, hogy izoterm légrétegződést és állandó átlagszelet teszünk fel. Ez általában nem szükséges, a Scorer-paraméter állandósága valójában egy differenciálegyenlet a hőmérsékleti és a szélprofil között: ha ismerjük az egyiket, akkor a másik kiszámítható.

Az alsó határfeltétellel együtt az egyenletrendszer a következőképpen alakul ( $\mathcal{F}$  a Fourier-transzformációt jelöli, a csillag a konvolúciót):

$$\hat{w}(k_x, z) = \mathcal{F}_x\{w'(x, z)\} \quad \hat{h}(k_x) = \mathcal{F}_x\{h(x)\} \quad (11a)$$

$$\hat{w}(k_x, z) = W e^{ik_z z} \quad (11b)$$

$$w'(x, z) = \bar{u}(z) \frac{dh(x)}{dx} * \mathcal{F}_{k_x}^{-1} \left\{ e^{i\sqrt{\ell^2 - k_x^2} z} \right\} \quad (12)$$

Utolsó egyenletünk az általános megoldás, amelyben a horizontális áramlásban inkorrekt módon jeleztük a magasságfüggést. Ha ez a függés olyan, hogy közben a Scorer-paraméter állandó marad, akkor lesz az egyenlet igaz ebben a formában.

## Speciális esetek

A következőkben négy speciális esetet tekintünk. Egy-, illetve kétrétegű légkörben, periodikus domborzat és izolált hegy fölött oldjuk meg a (12) egyenletet. Az egyes rétegekben a Scorer-paraméter és a horizontális szél állandó a magassággal, két réteg esetén a réteghatáron ugrást szenvednek. Az egyrétegű periodikus esetben a hullámok fázisvonalainak dőléséről következtethetünk. Az egyrétegű izolált hegy esete tulajdonképpen az általános megoldás. A kétrétegű periodikus esetben a hullámok réteghatárról történő visszaverődését vizsgálhatjuk, fontos következtetéseket levonva a teljes visszaverődés feltételeiről. A kétrétegű izolált esetben az előző felhasználásával pedig a hullámok csapdázódásának jelenségét írhatjuk le.

Érdemes megjegyezni, hogy ha az energiaterjedéssel is foglalkoznánk, annak korrekt leírásához három réteg lenne szükséges, a hullámzó középső réteg alatt egy instabil réteg bevezetése szükséges, amely a légkörben szerencsére általában jelen is van a planetáris határréteg formájában.

### Egyrétegű légkör, periodikus felszín – a hullámok dőlése

Legyen a domborzat  $H$  magasságú, egymástól  $L$  távolságra lévő szinusz hullámok sorozata. Ezeknek definiálhatjuk a  $K = \frac{2\pi}{L}$  hullámszámát.

$$h(x) = H \sin Kx \quad (13a)$$

$$\bar{u} \frac{dh}{dx} = \bar{u} H K \cos Kx \quad (13b)$$

Ekkor a megoldás a következőképpen alakul:

$$w'(x, 0) = \bar{u} H K \cos Kx \begin{cases} \cos \sqrt{\ell^2 - K^2} z & \ell^2 - K^2 > 0 \\ e^{-\sqrt{K^2 - \ell^2} z} & \ell^2 - K^2 < 0 \end{cases} \quad (14)$$

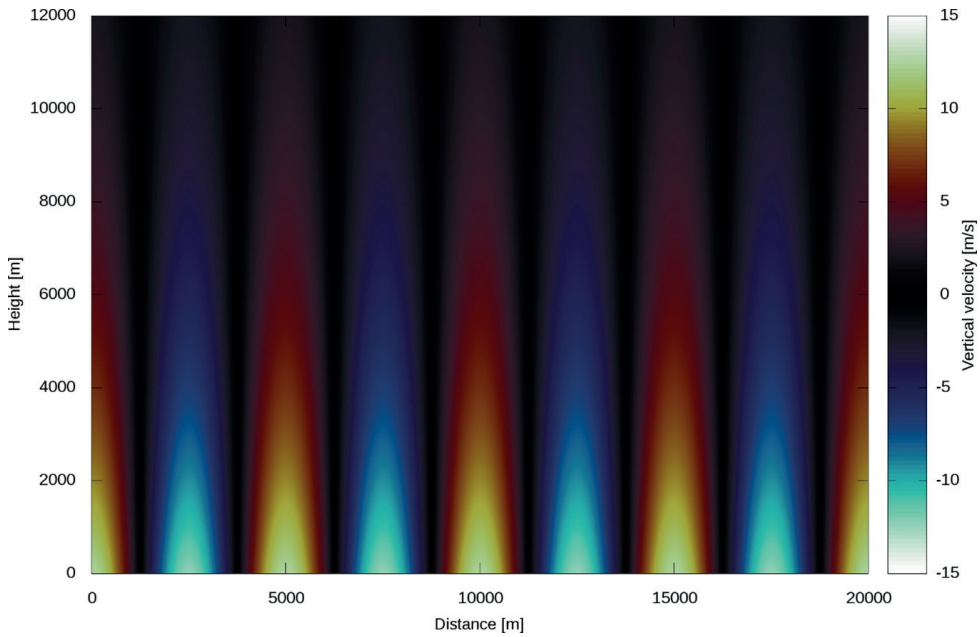
Látható, hogy a hullámok vertikálisan lehetnek elhalók (alsó eset) és periodikusak (felső eset) is. Utóbbi esetben szükséges, hogy a csoportsebesség vertikális komponense ne legyen pozitív. Ehhez (9a) jobb oldali tagjában az alsó előjelet kell választani, amely kiköti a többi egyenletben is az alsó előjel választását. A (14) egyenlet kétféle megoldását az 1. ábra és a 2. ábra szemlélteti.

A vertikálisan periodikus esetben a hullámok fázisvonalai a függőlegeshez képest  $\alpha$  szöggel dőltek, méghozzá a felső határfeltétel miatt szélnek hátrafelé. E dőlés szöge a hullámszámkomponensek ismeretében kiszámítható. Ez nem haladhatja meg a hegyek  $\beta$  legnagyobb meredekségét, különben az áramvonalak belemetszenének a hegyekbe. Ez a Scorer-paraméterre, illetve rajta keresztül a hőmérsékleti gradiensre ad megszorítást.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{L}{L_z} = \sqrt{\left(\frac{L\ell^2}{2\pi}\right) - 1} \quad (15a)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{W}{u} = 2\pi \frac{H}{L} \quad (15b)$$

$$0 < \operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \beta \rightarrow \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 < \ell^2 < \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \left[\left(2\pi \frac{H}{L}\right)^2 + 1\right] \quad (15c)$$



1. ábra

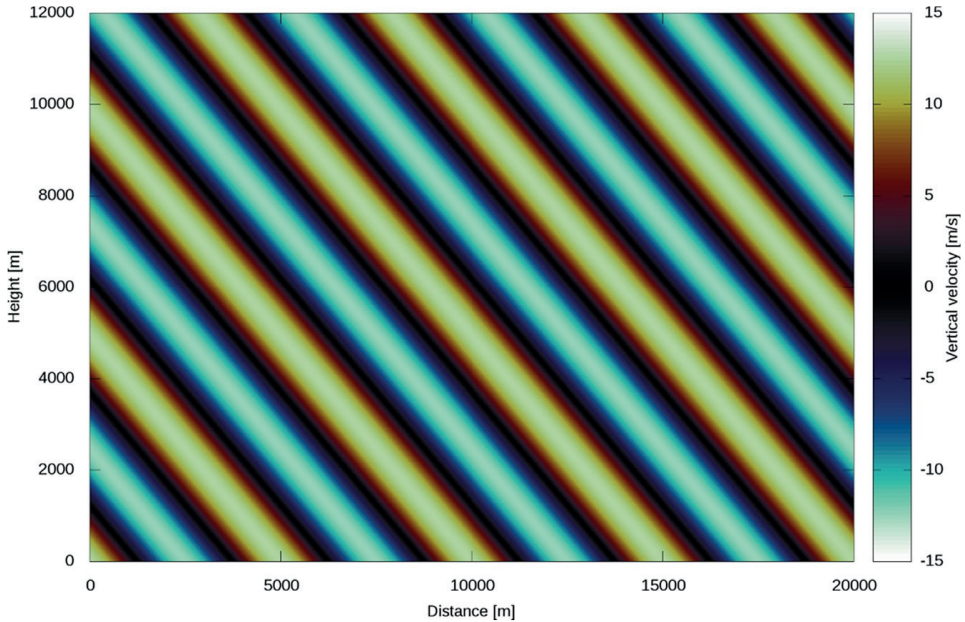
Vertikálisan elhaló hullámok egyrétegű légkörben, periodikus felszín felett.

Az ábrákon a vörös színek feláramlást, a kék színek leáramlást jelölnek. Az átlagszél balról jobbra fúj. [Salavec P. szerkesztése]

$$L = 5 \text{ km}, \quad H = 1 \text{ km},$$

$$\bar{u} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad T_0 = 300 \text{ K}, \quad \gamma = -5 \frac{\text{K}}{\text{km}}, \quad W_0 = \bar{u}HK = 12,566 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \ell = 1.2478 \frac{1}{\text{km}},$$

$$k_z^2 = -0,0221 \frac{1}{\text{km}^2} \quad w(z) = \frac{W_0}{2} \rightarrow z = 4650 \text{ m}$$



2. ábra

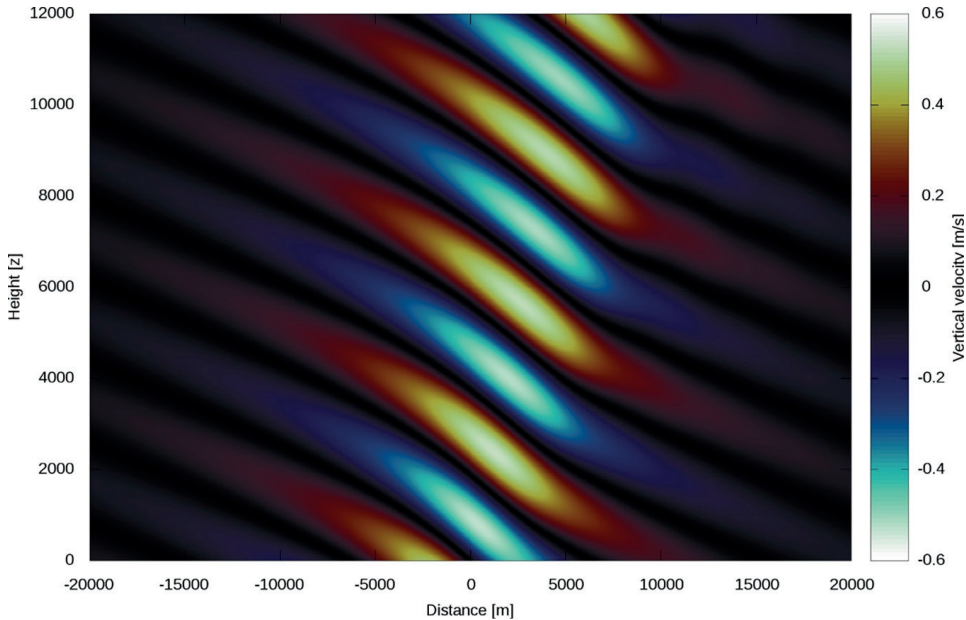
Vertikálisan periodikus hullámok egyrétegű légkörben, periodikus felszín fölött [Salavec P. szerkesztése]

Itt  $\gamma = 0$ ,

$$\ell = 1,7866 \frac{1}{\text{km}}, \quad k_z^2 = +1,61 \frac{1}{\text{km}^2}, \quad L_z = 4950 \text{ m.}$$

## Egyrétegű légkör, izolált hegy

Az egyrétegű légkörben izolált hegy fölött keletkező hullámok ekvivalensek a (12) egyenlet szerinti általános megoldással, ezt szemlélteti a 3. ábra.



3. ábra

*Izolált hegy felett kialakuló hullámok egyrétegű légkörben.* [Salavec P. szerkesztése]

$$h(x) = \frac{HL^2}{x^2 + L^2}, \quad \text{a hegy függvénye, ahol}$$

$$L = 2,5 \text{ km} \quad \text{a hegy szélessége.}$$

## Kétretegű légkör, periodikus felszín – Teljes visszaverődés

Két rétegű légkörben a légkör két különböző, de konstans Scorer-paraméterű rétegre bontható. Ekkor a két réteg határán az optikában is ismerthez némileg hasonló jelenségek (visszaverődés, törés stb.) zajlanak. Számunkra érdekes eset az, amikor az alsó légkörben a hullámok képesek lehetnek csapdázódni. Ez olyankor fordulhat elő, ha a felső rétegben a hullámenergia vertikálisan nem képes propagálni, ami lényegében az elhaló esetnek felel meg. Azaz, ha egy hullám az alsó rétegben vertikálisan periodikus, a felső rétegben pedig elhaló, akkor az alsó rétegben csapdázódhat.

A két réteg határán hasonló csúszási határfeltételt adhatunk meg, mint az alsó légkör alján. Az alsó réteg hullámai „hullámozgatják” a réteghatárt, a felső réteg alján pedig az áramlásnak ezt kell követnie. Mivel e konstrukcióban az  $\bar{u}$  átlagszél ugrást szenved, ezért a vertikális sebesség sem lehet ugyanaz a réteghatár két oldalán, csak azt tudjuk kikötni, hogy

a két sebességvektor legyen párhuzamos, ami a következő egyenletre vezet ( $L$  alsó indexszel jelöljük az alsó réteg változóit,  $U$  indexszel pedig a felső réteget):

$$\frac{w'_L(x,Z)}{\bar{u}_L} = \frac{w'_U(x,Z)}{\bar{u}_U} \tag{16}$$

A hullám a réteghatárról valamilyen  $r \leq 1$  reflexiók együtthatóval verődik vissza. Feltesszük, hogy a felszínen  $r = 1$ , vagyis teljes visszaverődés történik. Egy hullám így negatív és pozitív vertikális csoportsebesség-komponenssel is jelen van, ami az áramlási kép sakkáblaszerű megjelenését idézi elő. Többszöri visszaverődés esetén az egyes visszavert módusok hozzáadódnak az amplitúdóhoz, ezért az amplitúdó a visszaverődési együttható függvényében megnövekszik.

$$W = \left(\frac{2r}{1-r} + 1\right) W_0 \tag{17a}$$

$$\lim_{r \rightarrow 1} W = \infty \tag{17b}$$

Észre kell venni a (17b) állítást, miszerint a teljesen visszaverődő hullámok amplitúdója formálisan végtelenné válik. Ennek később nagy jelentősége lesz.

A határfeltételekbe történő behelyettesítés után levezethető a hullámok csapdázódásának egy szükséges feltétele. A határfeltételből az alábbi kifejezésre jutunk, amelyből  $r = 1$  helyettesítéssel kifejezhető a dombok  $K$  hullámszáma és az alsó réteg  $\ell_L$  Scorer-paramétere közötti összefüggés. Ezt behelyettesítve abba, hogy a hullámot a felső rétegben elhalónak várjuk, végül a két Scorer-paraméter közötti különbségre kapunk egy alsó korlátot.

$$W_{nL} \cos k_{xL} x e^{ik_{zL} Z} = \frac{\bar{u}_L}{\bar{u}_U} W_{nU} \cos k_{xU} x e^{ik_{zU} Z} \tag{18a}$$

$$W_{nU} = W_{n-1L} (1-r) \quad W_{nL} = 2\bar{u}_L H K r^n W_0 \quad k_{xU} = k_{xL} = K \quad K^2 + k_z^2 = \ell^2 \tag{18b}$$

$$\frac{1}{r} - 1 = \frac{\bar{u}_L \cos \sqrt{\ell_L^2 - K^2} Z}{\bar{u}_U \cos \sqrt{\ell_U^2 - K^2} Z} \tag{18c}$$

$$r = 1 \Rightarrow \cos \sqrt{\ell_L^2 - K^2} = 0 \rightarrow K^2 = \ell_L^2 - \left[ \left( j + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{Z} \right]^2 \tag{18d}$$

$$\ell_L^2 - K^2 < 0 \stackrel{(18d)}{\Rightarrow} \ell_L^2 - \ell_U^2 > \left( \frac{\pi}{Z} \right)^2 \tag{18e}$$

A fenti feltétel szerint a Scorer-paraméterek különbségének egy, a rétegvastagságtól függő értéket meg kell haladnia. Ezzel egyben azt is állítjuk, hogy csapdázódnak csak olyan hullámok lehetnek képesek, melyek vízszintes hullámszáma a két Scorer-hullámszám közé esik. Mindez pedig független a domborzattól.

## Kétrétegű légkör, izolált hegy – a csapdázódás

Izolált hegy fölött két réteg esetén az általános megoldás a reflexiót tartalmazó tényezővel módosul. Általában azonban a reflexió függ a hullámszámtól.

$$w'_L(x, z) = \bar{u}_L(z) \frac{dh(x)}{dx} * \mathcal{F}_{k_x}^{-1} \left\{ \left( \frac{2r(k_x)}{1-r(k_x)} + 1 \right) \cos \sqrt{\ell_L^2 - K^2 z} \right\} \quad (19)$$

Ha kiírjuk a Fourier-transzformációt és a konvolúciót, előbbi integrálban először kihasználhatjuk, hogy csak a két Scorer-paraméter között kell integrálnunk.

Fontos azt is megemlíteni, hogy a reflexió függ attól is, hogy a réteghatáron mekkora a lokális kilengés az amplitúdóhoz képest: teljes visszaverődést csak azok a hullámok szenvednek, amelyek vertikális hullámhossza feléne a rétegvastagság egész számú többszöröse.

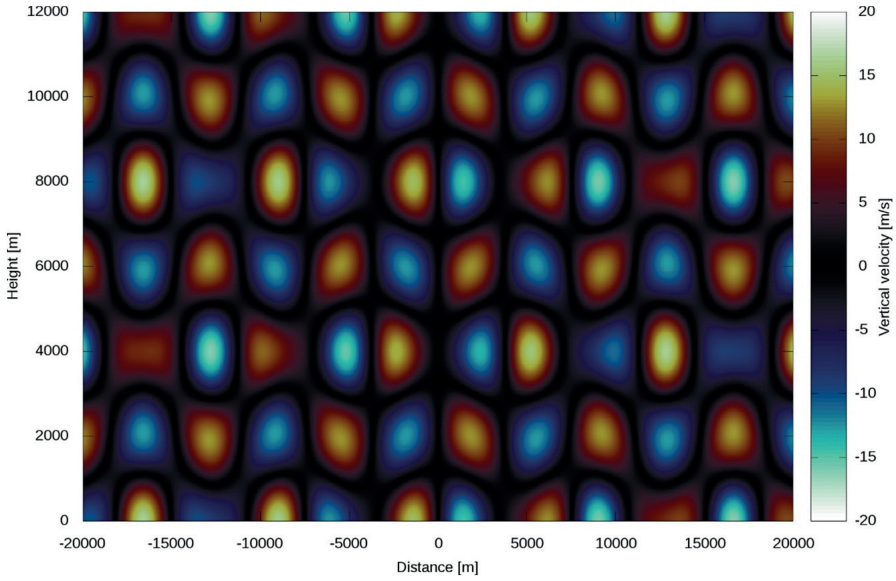
$$j \frac{\ell_{zL}}{2} = Z \rightarrow j < \frac{Z}{\pi} \sqrt{\ell_L^2 - \ell_U^2} \quad (20)$$

Ha azonban ezekre a hullámokra az amplitúdó végtelen, a többire pedig véges, akkor mindenképpen feltehetjük, hogy e hullámokhoz képest a többi elhanyagolható. Ezzel a Fourier-integrál egy diszkrét összeggé esik szét (általában a valóságban egy vagy két tagja lesz), ami viszont azt eredményezi, hogy az áramlási kép horizontálisan is periodikussá válik. Vezessünk be ezek után a reflexiót tartalmazó tényező helyett egy véges  $R$  tényezőt, az összeg a következőképpen alakul (4. ábra).

$$w'_L(x, z) = \frac{\bar{u}_L(z)R}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dh(x')}{dx'} \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{Z}{\pi} \sqrt{\ell_L^2 - \ell_U^2} \rfloor} \cos \frac{j\pi z}{Z} e^{i\sqrt{\ell_L^2 - (\frac{j\pi}{Z})^2} (x-x')} dx' \quad (21)$$

A felső réteg hullámjai is kiszámíthatók. Ezek a feltételezések miatt elhalók lesznek, azonban fontos észrevenni, hogy ott a különböző hullámmódusoknak különböző mértékben csökken az amplitúdójuk a magasság szerint. Ez több csapdázott módus esetén a maximumhelyek görbülését okozzák a réteghatár közelében (5. ábra).

A csapdázódó hullámok formálisan végtelenné váló amplitúdójának következménye, hogy az eredeti feltételezéseink közül jó néhány sérülni fog, például az amplitúdó nem lesz kicsi, a szélnyírás lokálisan megnövekedhet, ami miatt a (mikroskálájú) nyírási turbulencia-produkciója történhet. Ilyenkor több elhanyagolást el kell vetnünk, tipikusan például a surlódást, amivel visszavezetjük a turbulenciát, illetve ezzel olyan másodlagos jelenségek is leírhatók lehetnek, mint például a rotorok. A turbulencia megjelenésével pedig annak energiakaszádja által a hullámokból energia „szökik el”, amelyek végesnek tartják a hullámok amplitúdóját is.



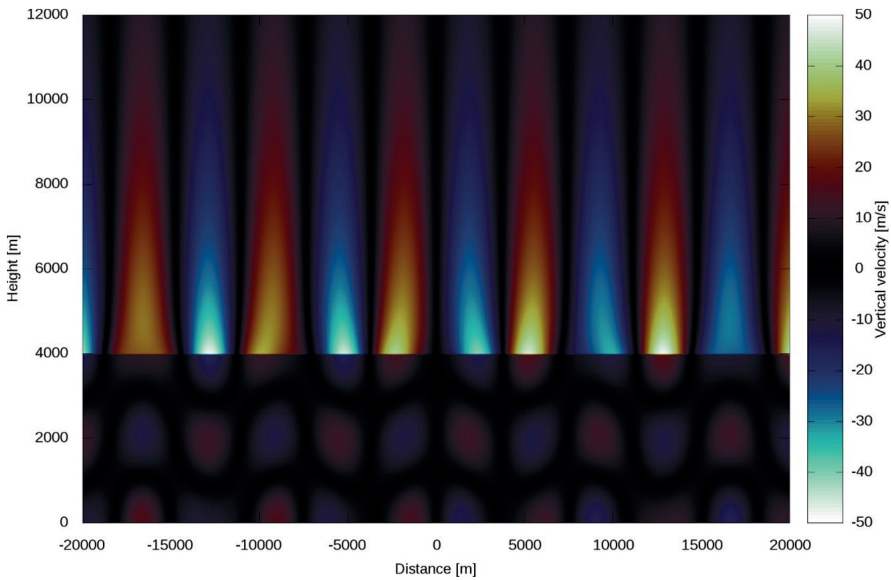
4. ábra

Két rétegű légkör csapdázott hullámai izolált hegy felett [Salavec P. szerkesztése]  $Z =$

$$4 \text{ km}, T(z=0) = 300 \text{ K}, \gamma_L = 0,$$

$$\gamma_U = -4,88 \frac{\text{K}}{\text{km}}, \bar{u}_L = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{u}_U = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}, R = 1, \ell_L^2 = 3,2 \frac{1}{\text{km}^2}, \ell_U^2 = 0,177 \frac{1}{\text{km}^2},$$

$$L_{x_1} = 3,92 \text{ km}, L_{x_2} = 7,38 \text{ km}$$



5. ábra

A felső réteg hullámai a 4. ábra adatai alapján [Salavec P. szerkesztése]

## A turbulencia leírása, mérése és modellezése

A turbulencia tárgyalásánál mellőzzük a részletes számításokat a terjedelemi korlátok miatt. Annak részletei megtalálhatók például [18]-ban. A turbulencia elméletében az első megfontolások hasonlóak a hullámok elméletéhez. A Reynolds-átlagolás után itt azonban nem hanyagoljuk el a másodrendűen kicsi tagokat, hanem átlagoljuk az egyenletrendszeret. A változók átlagainak prognosztikus egyenletében ezzel megjelennek a másodrendű kovarianciák, amelyek a perturbációk szorzatainak átlagai. Ez azt jelenti, hogy a turbulens folyamatoknak hatásuk van a nagytérségű időjárásra is. Az is közismert ma már, hogy a turbulens folyamatok a teljes légköri energiaszállítás egyharmadáért felelnek, ennek felfedezése kényszerítette ki azokat az elméleti munkákat a turbulencia modellezése tárgykörében, amelyek nagy fellendülést indítottak el a numerikus modellek pontosságának javulásában is az 1960-as években [19]. Később a modellezés valamelyest le is váltotta az elméleti munkát, hiszen különösen a kísérleti modellekben már olyan felbontást értek el, amellyel a „lényeges” turbulens jelenségek, mint amelyek például a repülés számára veszélyesek, már megjelentek a modellekben, intenzitásuk és a mikroskálájú turbulencia által szállított energia becslése többé-kevésbé kielégítő pontosságúvá vált [20].

A turbulens karakterisztikák azonban nem ismertek. Eldönthetjük, hogy azokra is felírunk prognosztikus egyenletet, vagy pedig a már ismert elemekkel diagnosztizáljuk őket. Újabb és újabb prognosztikus egyenletek felírása a Reynolds-módszerrel azonban egyre magasabb rendű kovarianciák megjelenését (és egyben az egyenletek számának exponenciális növekedését) eredményezik, az egyenletrendszer sosem lesz zárt, tehát előbb-utóbb a diagnosztizálást kell választanunk. A lezárás rendje a diagnosztizált karakterisztikák rendjénél eggyel kisebb. Manapság operatív szolgálatban az első és másfeles rendű lezárási elméletek a legelterjedtebbek, ennél magasabb rendű lezárásokat csak a kísérleti modellekben használnak.

A lezárási elméletek kidolgozásának matematikai alapjait a Buckingham-féle dimenzióanalízis ( $\pi$ -elmélet, [21], [22]) adja. Ezzel bármelyik turbulens karakterisztikára (egyáltalán, bármilyen változóra) megalkotható egy parametrizáció a többi változó függvényében. A megjelenő konstansokat mérési adatsorokból állapíthatjuk meg [23]. Ez mikrometeorológiai mérési kampányok szervezését igényli. E kampányok során komplex, nagy pontosságú, és nagy sűrűségű mérések végzése szükséges [24], [25], rövid idő alatt igen nagy mennyiségű adat keletkezik. Ezek kezelése, feldolgozása szintén összetett feladat [26], az elméletek adatsorokra való alkalmazása előtt összetett minőségellenőrzési feladatok végrehajtása is szükséges [27].

E lezárási elméletek egy része (különösen a turbulencia intenzitásának előrejelzését célzó) általánosságban igaz, nem veszi figyelembe, hogy a határrétegben vagyunk-e. Ugyanakkor ezeknek az elméleteknek is mikrometeorológiai mérésekre van szükségük, amelyeket többnyire a határrétegben kiviteleznek, ezért ezen elméletek is szignifikánsan pontosabbak a határrétegben, mint amilyen pontosak a szabad légkörben. Ezért szükséges lehet valamilyen módon mikrometeorológiai méréseket végezni a szabad légkörben is, amelyekre repülőeszközök alkalmazásával van esély. Ugyanakkor a repülőeszköz egy teljes mikrometeorológiai állomást nem tud szállítani, így e mérések is csak korlátozott mennyiségű és minőségű információk gyűjtésére alkalmasak. Ráadásul egy repülőeszköz, méretéből adódóan, valószínűleg szignifikánsan befolyásolja maga körül az áramlást, így rendkívül nehéz az alkalmazandó korrekciók meghatározása is, főleg annak tudatában, hogy ilyen korrekciókat még a felszíni mikrometeorológiai mérések alkalmával is nagy számban alkalmazunk [28].

Mindezek következtében a turbulencia előrejelzése során ma még mindig nagy bizonytalanságokkal szembesülnek a repülési előrejelzők. Az operatív modellek többsége ma már 1,5-es rendű lezárási elméletet alkalmaz, azonban a szabadlégköri turbulencia repülésmeteorológiai definíciókkal értelmezett intenzitásának meghatározása manapság aktív kutatási terület, némi javulást igen, átütő sikert azonban eddig nem sikerült elérni. Az előrejelzői gyakorlatban ezért ma még a szinoptikus szemlélet (a turbulenciával kapcsolatos konceptuális modellek alkalmazása), illetve a modellkimenetek alapparamétereiből (például szélesebesség, szélnyírás, esetleg deformáció) származtatható nulladrendű becslések alkalmazásai a népszerűbbek [29].

## Modellezési technikák

A közelmúltban indult kutatás az Országos Meteorológiai Szolgálatnál, ami a repülésmeteorológiai honlap (<http://aviation.met.hu>) Modell előrejelzések oldalán belül a Hullám aloldal bővítését célozza. E fejlesztés kezdeti lépéseiről [1] már beszámolt.

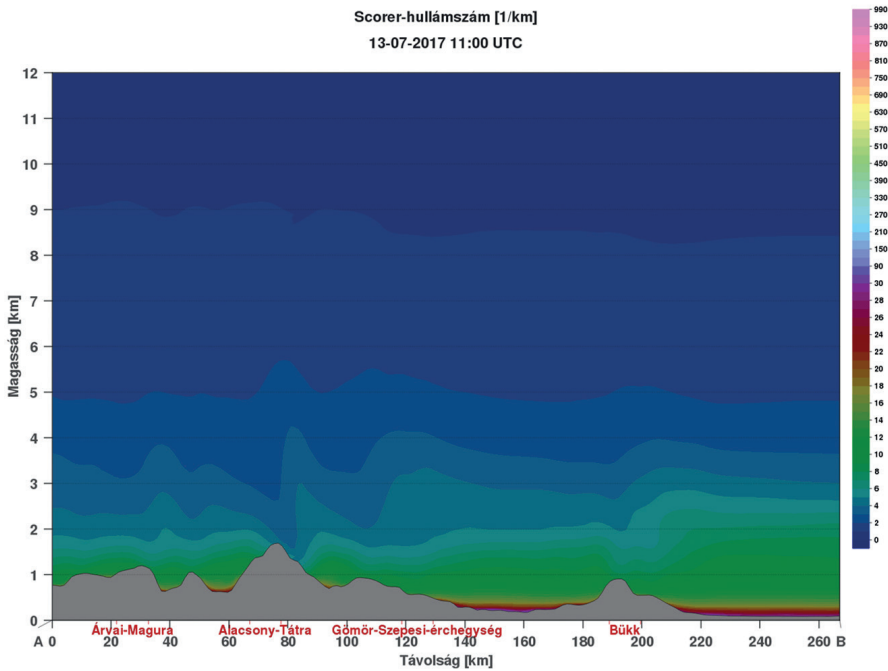
### Hullám-előrejelzés

A hegyi hullámok előrejelzése a fenti elméleten alapulva viszonylag könnyen kivitelezhető. Numerikus modellek eredményeiből a Scorer-paraméter egyszerűen számolható. A paraméterben megjelenő deriváltak közelítésének pontossága a vertikális felbontástól azonban erősen függ, így maga a paraméter is – különösen a felső troposzférában – csak viszonylag nagy pontatlansággal számolható.

A Scorer-paraméter az AROME-modellből már előáll. Jelenleg a horizontális szélesebesség abszolút értékeként számoljuk az  $\bar{u}$ -ot. A felszíni rétegben a logaritmusos szélprofil második deriváltja egy erősen negatív érték, maga a szélesebesség pedig kicsi, amely miatt a Scorer-paraméter mindkét tagja nagy pozitív értéket vesz fel, különösen, ha a határréteg stabil rétegződésű. Nem vesszük figyelembe a szélirány magasságfüggését sem.

A Scorer-paraméter viselkedésének ellenőrzésére visszamenőleg négy különböző napra futtattuk az AROME-modellt (2017. 04. 23., 2017. 07. 13., 2017. 10. 13., 2017. 12. 23.). Ezekben a futásokban az operatív modell 50hPa-s felbontása helyett 10hPa-t alkalmaztunk a felső troposzférában. Elsődleges észrevételek, hogy a Scorer-hullámszám a határrétegben általában sokkal nagyobb, mint a szabad légkörben, a határréteg fölött gyakran nem éri el az  $1 \frac{1}{km}$ -t sem, míg a határrétegben 10-es vagy 100-as nagyságrendű is lehet, amikor csapdázódás történik a valóságban (6. ábra).

Az esettanulmányok részletes feldolgozására egy MSc-diplomamunka keretén belül kerül sor. Többek között ez is alapjául fog szolgálni annak a dokumentációnak, amelyet a produktumok mellé csatolunk. E munka során fogjuk véglegesíteni a térbeli metszetek vonalait és az időbeli metszetek pontjait. Tervünk a Kárpát-medencei szondaadatokból történő Scorer-paraméter számításának elvégzése is. Ehhez érdemes átgondolni azt is, hogyan lehet figyelembe venni a szélirány magasság szerinti változását.



6. ábra

A Scorer-hullámszám a 2017. 10. 13. 00 UTC-s AROME-futtatásból aznap 11 UTC-re [Salavec P. szerkesztése]

A csapdázódás, illetve a csapdázódó hullámmódusok becslése azonban nem triviális, mivel a kvantálási jelenség miatt egymáshoz hasonló helyzetekben is teljesen eltérő hullámkép alakulhat ki. Adott helyzetben a valóságot közelíthetjük két- (vagy több-) rétegű modellel, a Scorer-paraméterek valamilyen átlagát véve az egyes rétegekben, ezzel pedig becsülhetjük, milyen hullámok fognak csapdázódni. Az amplitúdók becslése azonban az  $R$  paraméter bevezetésével bonyolódik, azt idealizált esetek szimulációjával szükséges kalibrálni.

## Verifikáció

Ezeknek az előrejelzéseknek a verifikációja azonban csak bonyolultan kivitelezhető. Használható mérési adatok nem állnak rendelkezésre. A Scorer-paraméter, illetve a többi használatos paraméter értékei szondafelszállások adataiból számolhatók. A hullámok kimutatása azonban célzott méréseket igényel. Erre leginkább megfelelőnek tűnik, ha a könnyűrepülő-pilótákkal kommunikáció zajlana, amelynek során visszajelzéseket kapnánk a hullámrepülés feltételeiről.

A használhatóság pontosabb feltérképezésére több eset vizsgálata lehet szükséges, hullámképződéshez mind kedvező, mind kedvezőtlen esetek. Ennek nagyobb relevanciája lesz az operatív modellbe való bevezetés után. Szükséges lehet összehasonlítani az operatív

(magaslégkörben 50 hPa felbontású) modell kimeneteit a kísérleti (10 hPa) modelljével is, hogy a durvább felbontás hatását is megvizsgáljuk.

## Turbulencia

A hegyi hullámokhoz kapcsolódóan gyakran jelennek meg olyan turbulens kísérőjelenségek, amelyek a kisértrepülés számára veszélyt jelentenek. Ezek megjelenésének oka, hogy – különösen a hullámok csapdázódása esetén – a hullámok viselkedése sért egyes kitételeket, amelyeket az elméleti leírás során alkalmaztunk. Például a csapdázódó hullámok amplitúdója az elmélet szerint is formálisan végtelenre nő, és a valóságban is nagy amplitúdókat tapasztalunk. A hullámok környezetében lokálisan megnövekedhet a szélnyírás, és labilisabbá válhat a levegő, ami a mikroskálájú turbulencia produkciójához vezethet.

$$e = \frac{u_j' u_j'}{2} \quad \frac{de}{dt} = -\overline{u_j' u_i' \partial_i u_j} - \partial_i \overline{u_i' e} + \frac{g_i}{\theta} \overline{u_i' \theta'} - \frac{1}{p} \partial_i \overline{u_i' p'} - \varepsilon \quad (22)$$

E jelenségek méretskálája azonban többnyire a numerikus modellek rácsfelbontásánál kisebb mérettartományba esik. Az általunk használt AROME numerikus modell [30] például 2,5 km horizontális felbontású, így dinamikája a körülbelül 4-5 km-nél hosszabb hullámokat tudja leírni. Parametrizációja 1,5-es rendű lezárást használ, amiben a turbulens kinetikus energiára (TKE, képletben, (22) egyenlet) prognosztikus egyenlet szerepel [31]. Ez a parametrizáció eredetileg a határréteg turbulenciájának leírására lett kifejlesztve, az alapelmélet azonban nem tételezi fel, hogy a határrétegben dolgozunk. Ezt kihasználva vizsgálható a turbulens kinetikus energiából előállított különböző turbulens karakterisztikák (turbulens diffúziós együttható, keveredési hossz, Richardson-szám stb.) viselkedése a szabad légkörben is.

A TKE teljes időbeli megváltozását előidéző tagok sorrendben a szélnyírás, a TKE turbulens transzportja, a konvektív felhajtóerő turbulens transzportja és a hőtranszport (statikus stabilitás), valamint egy közvetlen disszipációs tag (az energiakaszád következménye).

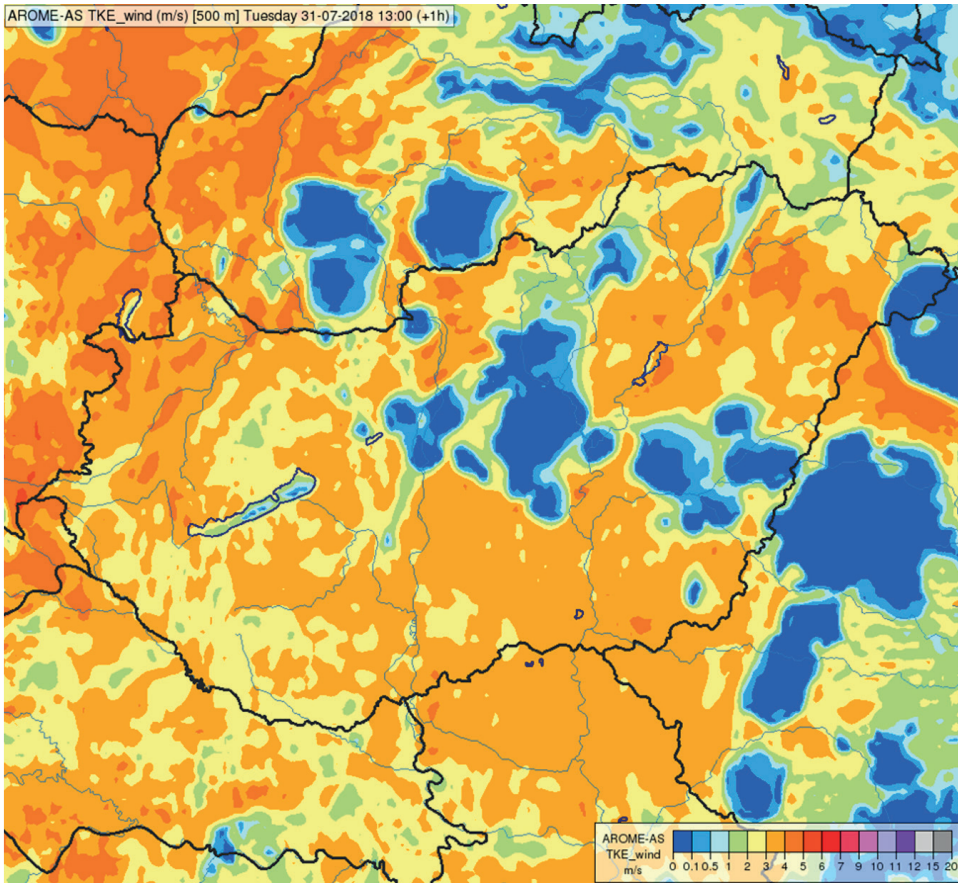
Az OMSZ-nál folyó egyik párhuzamos kutatás eredetileg az AROME-modell turbulencia-előrejelzésének javítását célozza. A turbulencia előrejelzése ugyanis jelenleg a modellek számára nagy kihívást jelent. A kutatás során többek között a fent említett turbulens karakterisztikák vizsgálata zajlott. A megállapítások egyike, hogy a legnagyobb alábecslések hegyi hullámos helyzetekben történnek, ezért ilyen esetek futtatása történt a turbulencia vizsgálatára.

Az általános tapasztalat, hogy a turbulens kinetikus energia a modellben a szabad légkörben gyakorlatilag zérus, a határrétegben értelmezhető, illetve olyan rétegekben jelenik meg, ahol  $Ri < 1$  és a rétegződés nem stabil.

A szellőkés (gust factor, az alapszél arányában kifejezve) a TKE alapján parametrizált érték, amely annyi kinetikus energiával rendelkezik, mint amennyi a TKE. Érdekes, hogy ha a modell zivartart vár egy területre, annak környezetében a hideg, stabil szétáramlásban a TKE, és így a szellőkés is, megszűnnek a modellben (7. ábra).

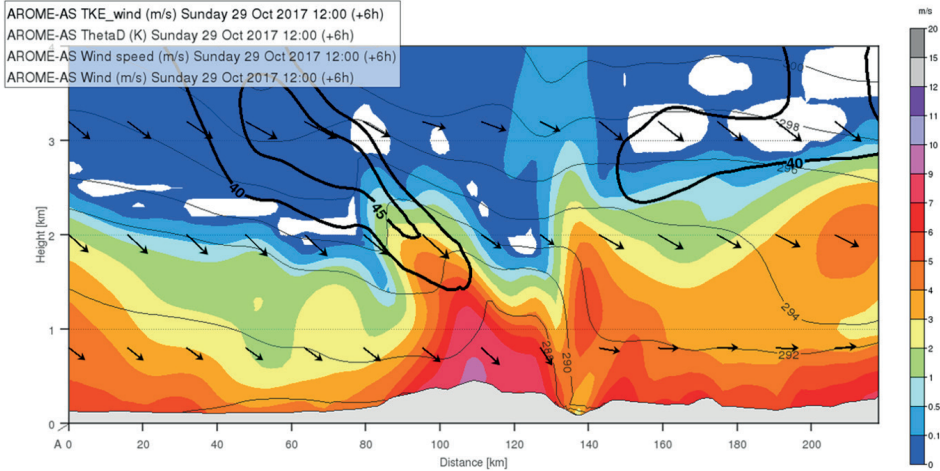
A gust factor előnye, hogy a felszíni mérőhálózat adatainak felhasználásával verifikálható a talajszinten, a számításában megjelenő konstans azonban magasságfüggő lehet. A neutrális határrétegben általában 1,2–1,8 közötti értékek adódnak, ennél nagyobbak (akár 3–4) általában zivatarokhoz kapcsolódóan alakulnak ki, amelyek azonban a modellben általában

nem jelennek meg. A magasabb rétegekben a gust factor méréséhez windprofiler, LIDAR vagy mérőtornyon elhelyezett nagy frekvenciájú mérőműszer adataira lenne szükség, ezek térbeli sűrűsége azonban túl alacsony elegendően nagyszámú adat előállítására.



7. ábra

500 m TKE 2018. július 31-én 13 UTC-kor az aznapi 12 UTC-s futásból  
A modell által kitermelt zivatarok hideg légtömegében alacsony TKE-értékek jelennek meg (kék foltok).  
[Simon A. szerkesztése]



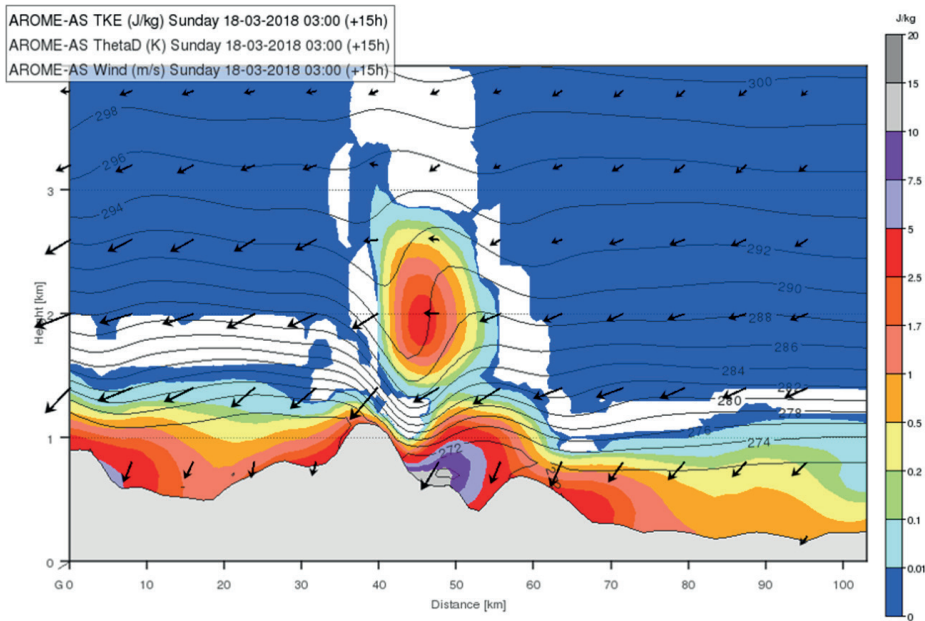
8. ábra

*A TKE (szin) alakulása hidegfront környezetében*

*A front 140 km-nél jár (vékony vonal: nedves potenciális hőmérséklet) és jobbra halad. Középen a Bakony fölött megjelenő turbulencia a jet (vastag vonal) leszálló ága alatt lokálisan erős szélgyírás hatására jön létre.*

[Simon A. szerkesztése]

Instabil hidegfrontok közelében a fronthoz kapcsolódó mély konvekcióban, valamint a front mögötti hidegebb, de labilis rétegződésű légtömegben is magas turbulens kinetikus energiaértékeket parametrizál a modell (8. ábra). Egy lejtővihar esetében a modell a lejtő mentén, különösen a hegy lábánál, valamint a megjelenő hidraulikus ugráshoz hasonló intenzív feláramláshoz kötődő turbulencia szintén megjelenik a modellben (9. ábra). Ugyanakkor a hegyi hullámok megjelenéséhez kötődő jelenségek ebben az esetben sem jelennek meg. A széles, modell által is jól „látható” hullámok környezetében nehezebben alakulnak ki a turbulens kísérőjelenségek, különösen, ha nincs lejtővihar. A kisebb hullámok – és vele együtt a kísérőjelenségek – hullámhossza pedig már a modellrács alá esik. Ezért a csapdázott hullámok esetében fordul elő a legnagyobb valószínűséggel a turbulencia jelentős alábecslése a modellben.

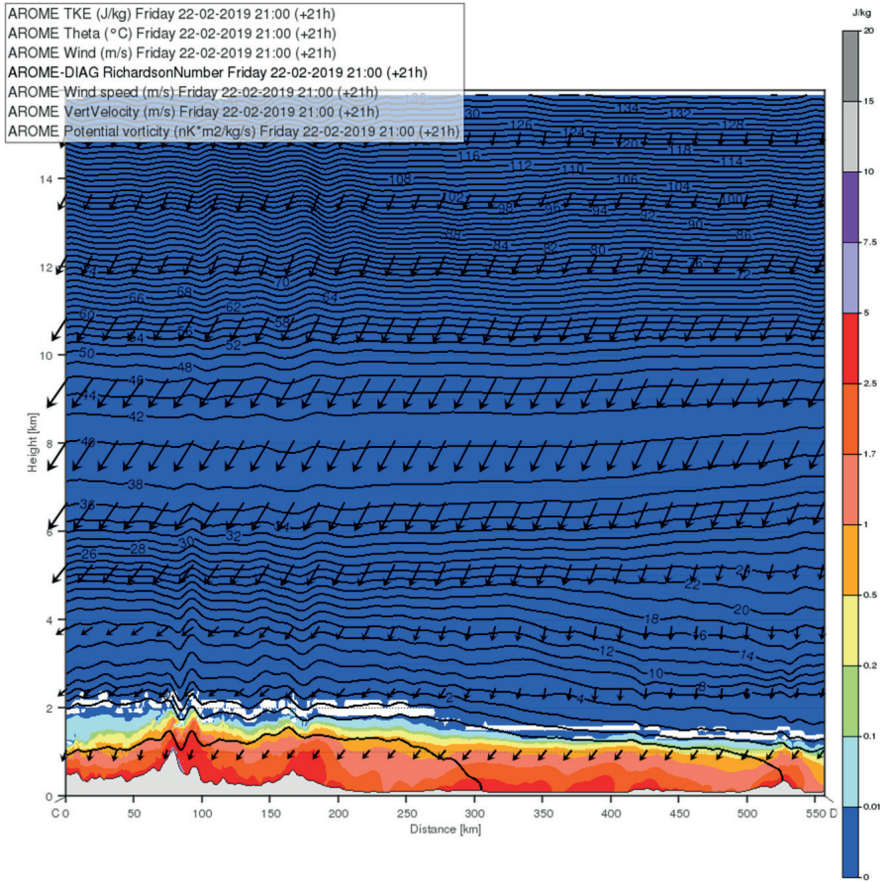


9. ábra

*Lejtővihar környezetében kialakuló turbulencia*  
 (szín: TKE, vonal: nedves potenciális hőmérséklet [Simon A. szerkesztése])

Különösen nagy problémát jelent még a magaslégköri turbulencia, főleg a CAT (clear-air turbulence) modellezése. Erős jet nagy szélnyírású övezetében sem találunk kimutatható TKE-t a modellekben (10. ábra). Annak ellenőrzésére, hogy a parametrizációk a stabilitás miatt fojtják-e el a turbulenciát, a Richardson-szám alkalmas lehet. Ennek 0,25 és 1 közé eső értéke esetén a légréteg többnyire megtartja turbulens tulajdonságát, 0,25 alatt turbulenciatermelés, 1 fölött pedig disszipáció történik. Ha a jet körüli erős szélnyírású rétegben a Richardson-szám 1 alatt alakul, akkor a turbulencia jelenléte azon múlhat, hogy korábban generálódhatott-e benne turbulencia valamilyen hatásra. Ilyen hatás lehet például hegyek fölötti átkeléskor a tropopauza alatt gyakran megjelenő hegyihullám-törés, amelynek turbulenciája aztán a jet által transzportálódhat. Repülési biztonság szempontjából érdemes az ilyen rétegekben turbulenciát jelezni.

Ilyen esetekben az előrejelzések sikeressége nem követhető nyomon: turbulencia előrejelzése (főleg például érvényben lévő SIGMET) esetén ugyanis a repülőgépek a területet általában elkerülik, ezért nem érkezik jelentés arról, valóban kialakult-e turbulencia.



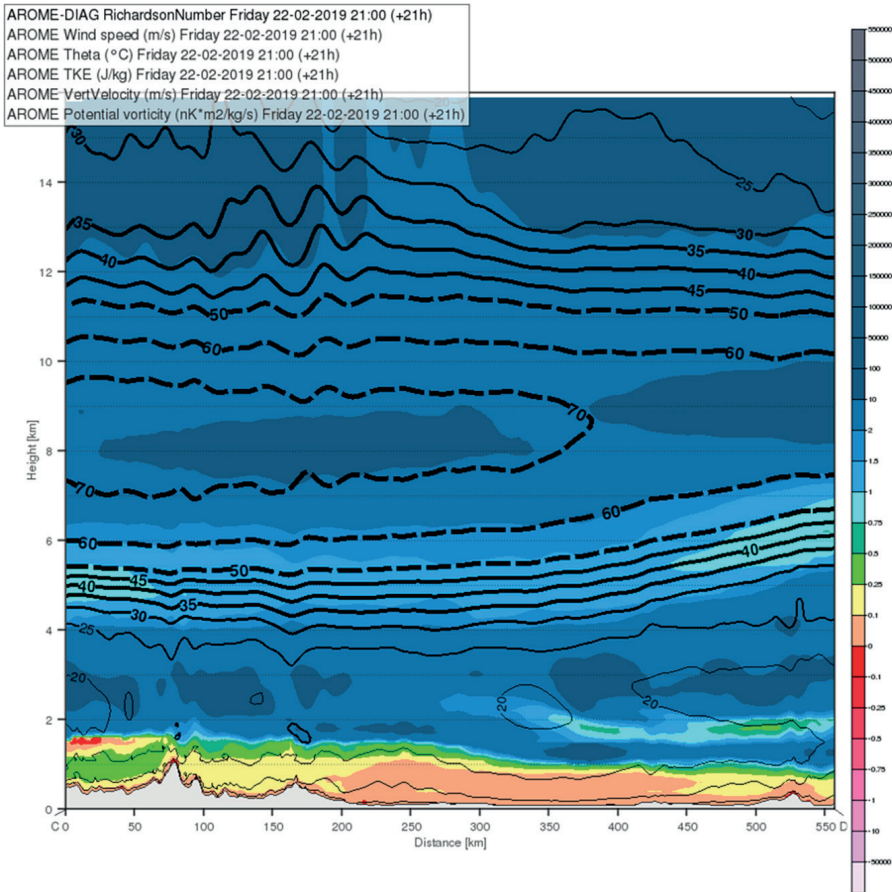
10. ábra  
 TKE (szin) erős jet környezetében 2019. február 22-én 21 UTC-kor az aznapi 0 UTC-s futás alapján  
 A TKE a határréteg fölött mindenhol  $0,01 \frac{m^2}{s^2}$  alatt alakul [Simon A. szerkesztése]

[32] a turbulencia (aircraft turbulence) kategóriák definícióját a turbulencia örvényes disszipációjának  $l_\varepsilon$  keveredési hosszal parametrizált értékéhez megadott határértékekkel adja meg:

$$\varepsilon = C_\varepsilon \frac{e^2}{l_\varepsilon} \quad (23)$$

A keveredési hossz körülbelül a turbulens örvények méretével ekvivalens. Egy repülőre a turbulencia viszont akkor hat a legerősebben, ha a turbulens örvények mérete a repülő méreteivel összemérhető. Ebből következik, hogy ha a keveredési hossz összemérhető a repülő méreteivel, akkor a pilóta turbulenciát fog tapasztalni. Az örvényes disszipáció azonban annál hatékonyabb, minél kisebb a keveredési hossz, hiszen a nagyobb örvények nem rögtön hővé, hanem először kisebb örvényekké esnek szét. Ez a módszer ezért – amellet, hogy erősen

géptípusfüggő – nagyobb és nagyobb repülőgépek esetén egyre pontatlanabb előrejelzést ad a repülőgép által észlelt turbulencia intenzitására.



11. ábra

A Richardson-szám (szín) a 10. ábra esetében [Simon A. szerkesztése]

8 km magasan a jet-magban kb. 75<sup>m/s</sup> körüli sebesség alakult ki. Alatta a kép bal szélén 5 km magasságban a Richardson-szám 1 alá csökkent, a hegyek fölötti hullámszásban ez könnyen turbulenciát generálhatott, ami azonban a TKE-ben nem jelent meg.

Az eredményekből úgy tűnik, a turbulencia modellezése az újonnan bevezetett parametrizációk ellenére néhány téren további jelentős fejlődésre van szükség. Ennek érdekében érdemes átgondolni az átfogóbb elméleti munkát. Hegyi hullámos esetekben, ahol a legnagyobb hiányszókat tapasztaljuk, a turbulencia parametrizációját oly módon alkothatnánk meg, hogy a leírás során figyelembe vesszük a hegyi hullámok jelenlétét. Erre lehetőséget adhat például többskálájú Reynolds-dekompozíció alkalmazása az alapegyenletekre, amiben egy hullám- és egy turbulens skála kapna szerepet, így esetleg megjelenhetnek olyan tagok a hullámokat vagy a turbulenciát leíró egyenletekben, amelyek a két skála közötti kölcsönhatás jelenlétére utalnak. Az ilyen irányú elméleti munka azonban részletes kísérleti modellezést és mérést

kampányokat igényelne, ebből az utóbbi kivitelezése jelenleg különösen körülményesnek mutatkozik. A két kutatás (a hullám-előrejelzés és a turbulencia-modellezés fejlesztése) ezen a ponton találkozik, a közelmúltban kezdődött közös munka a jövőben olyan irányt vehet, ahol a cikkben tárgyalt problémák kutatása esetleg nagyobb szerepet kaphat.

A cikk első felében leírt elmélet – amellett, hogy idén ünnepli 70., leírója pedig 100. születésnapját – a hullámok főbb tulajdonságainak megértésében alapvető fontosságú. Emellett ahhoz is alapot teremthet, hogy a hullámturbulencia leírásának elméleti hátterét kidolgoz-hassuk, a egyes turbulens-hullámszerű áramlások többskálájú leírásakor kapott eredmények között ugyanis a hullámtulajdonságoknak szintén meg kell jelenniük, így ahhoz összehasonlítási alapot is teremt, amit szem előtt kell tartanunk.

## Összefoglalás

Az Országos Meteorológiai Szolgálat Repülésmeteorológiai Osztályán zajló fejlesztés a repülés-meteorológiai honlap Modell előrejelzések – Hullám aloldalának fejlesztését célozza. A fejlesztés kapcsán az AROME-modellből Scorer-paramétert állítunk elő, amelynek viselkedését eseten tanulmányokon keresztül vizsgáljuk egy MSc-diplomamunka keretében. Ez a munka alapjául szolgál majd a produktumokhoz csatolandó dokumentációnak is. A továbbiakban szükség lehet a visszajelzésekre a pilóták felől a produktumok használhatóságáról.

A turbulencia előrejelzése bizonyos esetekben – különösen akkor, ha hegyi hullámok csapdázódnak – komoly nehézségekbe ütközik. Az ezt célzó, eredetileg független kutatás a közelmúltban összekapcsolódott a hullám-előrejelzés fejlesztését célzó kutatással. Cél e téren a turbulencia előrejelzésének általános javítása. Mivel az egyik legnagyobb hiány a hegyi hullámokhoz kapcsolódó turbulencia előrejelzésében tapasztalható, ennek modellezéséhez érdemes lehet részletesebb elméleti munka végzése is, ami a közös kutatás egyik lehetséges irányát jelöli ki. Az eredmények, új paraméterek a HAWK-3 használatával megjeleníthetők, így amint az operatív modellbe bevezethetők lesznek, azokat az előrejelző szolgálatot teljesebbé is láthatják.

## Hivatkozások

- [1] P. Salavec, „Fejlesztések a hullám-előrejelzés terén az Országos Meteorológiai Szolgálatnál,” *Repüléstudományi Közlemények*, 30. évf. 1. sz. pp. 77–98. 2018.
- [2] S. B. Vosper, „Inversion effects on mountain lee waves,” *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 130, no. 600, pp. 1723–1748, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1256/qj.03.63>
- [3] H. Ágústsson and H. Ólafsson, “Simulations of Observed Lee Waves and Rotor Turbulence,” *Monthly Weather Review*, vol. 142, no. 2, pp. 832–849, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1175/mwr-d-13-00212.1>
- [4] M. Udina, M. R. Soler and O. Sol, “A Modeling Study of a Trapped Lee-Wave Event over the Pyrénées,” *Monthly Weather Review*, vol. 145, no. 1, pp. 75–96, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1175/mwr-d-16-0031.1>

- [5] C. A. Clayson and L. Kantha, "On Turbulence and Mixing in the Free Atmosphere Inferred from High-Resolution Soundings," *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, vol. 25, no. 6, pp. 833–852, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1175/2007jtecha992.1>
- [6] D. Butler, "Glider aims to break world record – and boost climate science," *Nature*, vol. 536, no. 7615, pp. 134–135, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1038/536134a>
- [7] R. Millane, N. Zhang, E. Enevoldson and J. Murray, "Using data from high-altitude sailplane flights to study atmospheric mountain waves," In XXXIII OSTIV CONGRESS Congress Program and Proceedings, Braunschweig, Germany, Technische Universität Braunschweig, 2017, pp. 53–54.
- [8] J. Sachsperger, S. Serafin and V. Grubišić, "Dynamics of rotor formation in uniformly stratified two-dimensional flow over a mountain," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 142, no. 696, pp. 1201–1212, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1002/qj.2746>
- [9] C. F. Mass, R. Conrick, N. Weber and J. P. Zagrodnik, "The Quinalt Blow Down: A Microscale Wind Event Driven by a Mountain-Wave Rotor," *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 100, no. 6, pp. 977–986, 2019, p. 29. DOI: <https://doi.org/10.1175/bams-d-18-0232.1>
- [10] A. Mahalov, "3D Dynamics and Turbulence Induced by Mountain and Inertia-Gravity Waves in the Upper Troposphere and Lower Stratosphere (UTLS)," In Proc. 6th AIAA Theoretical Fluid Dynamics Conference, Honolulu, Hawaii, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011, p. 3930. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2011-3930>
- [11] J. D. Doyle, Q. Jiang and P. A. Reinecke, "Numerical Modeling and Predictability of Mountain Wave-Induced Turbulence and Rotors," in *Aviation Turbulence – Processes Detection, Prediction*, R. Sharman and T. Lane Eds. Switzerland: Springer, Cham, 2016, pp. 357–384. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-23630-8\\_18](https://doi.org/10.1007/978-3-319-23630-8_18)
- [12] R. Plougonven and F. Zhang, "Gravity Waves Generated by Jets and Fronts and Their Relevance for Clear-Air Turbulence," in *Aviation Turbulence – Process, Detection, Prediction*, R. Sharman and T. Lane Eds. Switzerland: Springer, Cham, 2016, pp. 385–406. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-23630-8\\_19](https://doi.org/10.1007/978-3-319-23630-8_19)
- [13] M.-V. Guarino, M. A. C. Teixeira, T. L. Keller és and R. D. Sharman, "Mountain-Wave Turbulence in the Presence of Directional Wind Shear over the Rocky Mountains," *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 75, no. 4, pp. 1285–1305, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1175/jas-d-17-0128.1>
- [14] A. E. Cohen, S. M. Cavallo, M. C. Coniglio and H. E. Brooks, "A Review of Planetary Boundary Layer Parameterization Schemes and Their Sensitivity in Simulating Southeastern U.S. Cold Season Severe Weather Environments," *Weather and Forecasting*, vol. 30, no. 3, pp. 591–612, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1175/waf-d-14-00105.1>
- [15] M. Bramberger, A. Dörnbrack, H. Wilms, R. Sharman and A. Schäfler, "Turbulence encounter by the research aircraft HALO above Iceland during NAWDEX – A case study to analyze the generation mechanism," in Proc. EGU General Assembly Conference Abstracts, Vienna, Austria, 20th EGU General Assembly, 2018, p. 14231.
- [16] F. Zhang, J. Wei, M. Zhang, K. P. Bowman, L. L. Pan, E. Atlas and S. C. Wofsy, "Aircraft measurements of gravity waves in the upper troposphere and lower stratosphere during the START08 field experiment," *Atmospheric Chemistry and Physics*, vol. 15, no. 13, pp. 7667–7684, 2015. DOI: <https://doi.org/10.5194/acp-15-7667-2015>

- [17] R. S. Scorer, "Theory of waves in the lee of mountains," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, vol. 75, no. 323, pp. 41–56, 1949. DOI: <https://doi.org/10.1002/qj.49707532308>
- [18] R. B. Stull, *An Introduction To Boundary Layer Meteorology*. Dordrecht: Springer, 1988. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-009-3027-8>
- [19] I. van der Hoven, "Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour," *Journal of Meteorology*, vol. 14, no. 2, pp. 160–164, 1957. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1957\)014<0160:psohws>2.0.co;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1957)014<0160:psohws>2.0.co;2)
- [20] A. R. Clark, H. J. Ferziger and W. C. Reynolds, "Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 91, no. 1, pp. 1–16, 1979. DOI: <https://doi.org/10.1017/s002211207900001x>
- [21] E. Buckingham, "On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations," *Physical Review*, vol. 4, no. 4, p. 345, 1914. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrev.4.345>
- [22] A. A. Sonin, "A generalization of the Pi-theorem and dimensional analysis," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 101, no. 23, pp. 8525–8526, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.0402931101>
- [23] X. Lee, W. Massman and B. Law, *Handbook of Micrometeorology: a guide for surface flux measurement and analysis*, vol. 29, Dordrecht: Springer, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/1-4020-2265-4>
- [24] Á. V. Tordai, *Mikrometeorológiai mérőrendszer kialakítása és alkalmazása síkvidéki, magashegyi és barlangi körülmények között*. Budapest: Eötvös Loránd Tudományegyetem, 2016.
- [25] M. Aubinet, T. Vesala and D. Papale, *Eddy Covariance – A Practical Guide to Measurement and Data Analysis*. Dordrecht: Springer, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-007-2351-1>
- [26] Á. V. Tordai, *Adatfeldolgozási módszerek fejlesztése a 2015-ös PABLS határréteg mérési program során*. Budapest: Eötvös Loránd Tudományegyetem, 2015.
- [27] Th. Foken and B. Wichura, "Tools for quality assessment of surface-based flux measurements," *Agricultural and Forest Meteorology*, vol. 78, no. 1-2, pp. 83–105, 1996. DOI: [https://doi.org/10.1016/0168-1923\(95\)02248-1](https://doi.org/10.1016/0168-1923(95)02248-1)
- [28] M. Mauder and T. Foken, *Documentation and Instruction Manual of the Eddy-Covariance Software Package TK3*. Arbeitsergebnisse Nr. 62, Bayreuth: Universität Bayreuth, 2015.
- [29] R. Sharman and T. Lane, *Aviation Turbulence – Processes, Detection, Prediction*. Switzerland: Springer, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-23630-8>
- [30] Y. Seity, P. Brousseau, S. Malardel, G. Hello, P. Bénard, F. Bouttier, C. Lac and V. Masson, "The AROME-France Convective-Scale Operational Model," *Monthly Weather Review*, vol. 139, no. 3, pp. 976–991, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1175/2010mwr3425.1>
- [31] J. Cuxart, P. Bougeault and J. L. Redelsperger, "A turbulence scheme allowing for mesoscale and large eddy simulations," vol. 126, no. 562, pp. 1–30, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1002/qj.49712656202>
- [32] International Civil Aviation Organization, "Annex 3 to the Convention on International Civil Aviation – Meteorological Service for International Air Navigation, 20th ed.," *International Civil Aviation Organization*, Montréal, 2018. [Online]. Elérhető: <http://store.icao.int/products/annex-3-meteorological-service-for-international-air-navigation> (Letöltve: 2020. 02. 17.)

## DIAGNOSTICS OF TURBULENCE AND MOUNTAIN WAVE GENERATION IN AVIATION FORECASTING AT THE HUNGARIAN METEOROLOGICAL SERVICE

A research at the Unit of Aviation Meteorology, Hungarian Meteorological Service aims to extend the website part (<http://aviation.met.hu>) for Wave Gliding within Model Forecasts. The first author reported the first steps of this research in a previous article. Some of the planned tasks are already completed, and the research also opened towards new directions. The Scorer-parameter is implemented in the AROME model and is available for some case studies; the next step will be to prepare implementing for operative use in the near future. The evaluation of the case studies is part of an MSc thesis. This research became connected with another, formerly independent research by the co-authors dealing with turbulence forecasting. Their research aims to improve free-atmospheric turbulence modelling in general, by development of parameterisations. One of their conclusions were that underestimation of turbulence is probably significant when trapped lee waves appear. Thus, we plan to work jointly.

**Keywords:** aviation meteorology, mountain wave, turbulence, AROME, parameterisations

---

Salavec Péter MSc  
Repülésmeteorológus  
Országos Meteorológiai Szolgálat  
Repülésmeteorológiai Osztály  
salavec.p@met.hu  
<https://orcid.org/0000-0001-5126-192X>

Péter Salavec MSc  
Aviation Forecaster  
Hungarian Meteorological Service  
Unit of Aviation Meteorology  
salavec.p@met.hu  
<https://orcid.org/0000-0001-5126-192X>

---

Simon André PhD  
Meteorológus  
Országos Meteorológiai Szolgálat  
Veszélyjelző Osztály  
simon.a@met.hu  
<https://orcid.org/0000-0001-9944-4442>

André Simon PhD  
Meteorologist  
Hungarian Meteorological Service  
Unit of Severe Weather Forecasting  
simon.a@met.hu  
<https://orcid.org/0000-0001-9944-4442>

---

Szintai Balázs PhD  
Meteorológiai fejlesztő  
Országos Meteorológiai Szolgálat  
Módszerfejlesztési Osztály  
szintai.b@met.hu  
<https://orcid.org/0000-0002-4111-9396>

Balázs Szintai PhD  
Meteorological Developer  
Hungarian Meteorological Service  
Unit of Methodology Development  
szintai.b@met.hu  
<https://orcid.org/0000-0002-4111-9396>

---



VÁKÁT OLDAL