Pokorádi László

HIBAFA-ELEMZÉS MÁTRIXALGEBRAI ÉRZÉKENYSÉGVIZSGÁLATA

1. BEVEZETÉS

A hibafa-elemzés során egy valós vagy feltételezett rendszerhibából, az úgynevezett főeseményből (Top Event) indulunk ki, és fokozatosan derítjük fel azokat az alkotóelem és részrendszer meghibásodási lehetőségeket, melyek az adott, nem kívánt esemény bekövetkezéséhez vezetnek vagy vezethetnek. Az elemző munkát fastruktúrájú gráf megjelenítés segíti, amit különböző, például megbízhatósági számításokkal is ki lehet egészíteni [4].

A hibafa-elemzés érzékenyvizsgálatának célja annak meghatározása, hogy az elemi események bekövetkezési valószínűségeinek változásaira milyen mértékben reagálnak — mennyire érzékenyek — a hozzá kapcsolódó közbülső események és a főesemény bekövetkezési valószínűségei [5].

A Hibafa-elemzés módszertanát a [4] és [5] szabványokból tudjuk megismerni. A részletesebb megértéshez szükséges gráfelméleti ismeretek Andrásfalvi [1] könyvében és Fazekas [3] egyetemi jegyzetében olvashatóak.

Az érzékenységi elemzések egyik lehetséges, korábban alkalmazott módja az, amikor a kiértékelést úgy végezzük el, hogy a hibafa egyik elemi eseményéhez nagy, majd kis értékű meghibásodási rátát rendelünk. Amennyiben a kiszámított rendszer-megbízhatósági paraméter, azaz a főesemény bekövetkezési valószínűsége, nem változott számottevően, akkor ez az elemi esemény nem bír nagy kockázati jelentőséggel. Viszont, ha a rendszer-megbízhatósági paraméter változása jelentős mértékűre adódott, akkor pontosabb adatokat kell szerezni vagy az eseményt további alap okokra kell bontani.

Csiba elemzései során a csúcsesemény bekövetkezési valószínűséget leíró függvény az elemi események bekövetkezési valószínűségei szerinti parciális differenciál hányadosait képezte az érzékenységi együtthatók meghatározásához [2]. Ez az eljárás egy nagyméretű, összetett hibafa esetén viszont nagy a hibázás lehetősége. A szerző [6] könyvében vizsgálta a technikai rendszerek lineáris érzékenységi modelljeinek felállítási és alkalmazhatósági lehetőségeit

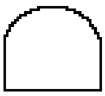
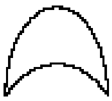
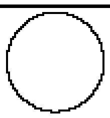
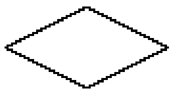
Jelen tanulmány a hibafa-elemzés érzékenységvizsgálatának, a fenti eljárástól eltérő, moduláris megközelítésű, mátrixalgebrai módszerét mutatja be.

A tanulmány az alábbi részekből áll: A 2. fejezet a Hibafa-elemzést mutatja be röviden. A 3. fejezet az érzékenységvizsgálat teljes derivált módszerét írja le. A 4. fejezet egy egyszerű mintapéldán keresztül szemlélteti az előzőleg leírt módszer alkalmazását. Végül az 5. fejezet összegzi a tanulmány elkészítésekor szerzett tapasztalatokat és megfogalmazza a Szerző jövőbeli célkitűzéseit.

2. A HIBAFA-ELEMZÉS

A hibafa-elemzés során egy feltételezett rendszerhibából, az úgynevezett főeseményből (Top Event) indulunk ki, és fokozatosan derítjük fel azokat az alkotóelem és részrendszer meghibásodási lehetőségeket, melyek az adott, nem kívánt esemény bekövetkezéséhez vezetnek vagy vezethetnek. Az elemző munkát fastruktúrájú gráf megjelenítés segíti, amit különböző, például megbízhatósági számításokkal is ki lehet egészíteni. A gráf olyan alakzat, amely pontokból és bizonyos pontpárokat összekötő (nem feltétlenül egyenes) vonaldarabokból áll. Matematikai megfogalmazásban a $G(V;E;f)$ gráfon olyan alakzatot értünk, amely a V pontokból és bizonyos pontokat összekötő E vonaldarabokból áll. A V halmaz elemeit pontoknak (esetleg gráf szögpontjainak vagy csúcsainak), az E halmaz elemeit pedig a gráf éleinek nevezzük. A fenti jelölésben szereplő f függvény az E halmazt képezi le a VxV-re, azaz bármely e élhez hozzárendel egy pontpárt a V halmaz elemei közül. Ezért f-t szokás illeszkedési leképezésnek is nevezni [1]. Az olyan összefüggő irányítatlan gráf neve, mely nem tartalmaz köröket, a fa. Az n csúcspontot tartalmazó fának pontosan $n-1$ éle van. Egy fa gráfban bármely két pontot pontosan egy út köt össze [3].

Az 1. Táblázat a hibafa alap jelölésrendszerét szemlélteti.

	***ÉS kapu*** A kimeneti esemény csak akkor következik be, hogyha az összes bemeneti esemény bekövetkezik
	***VAGY kapu*** A kimeneti esemény akkor következik be, hogyha legalább egy bemeneti esemény bekövetkezik.
	***Elemi esemény*** Nem igényel további feltárást, mert a megfelelő megoldhatósági korlát elérésre került
	***Közbülső esemény*** Olyan nem elemi esemény, mely akkor következik be, ha egy vagy több olyan megelőző ok merült fel, amelyek logikai kapukon keresztül fejtik ki hatásukat az adott eseményre.
	***Feltáratlan esemény*** Olyan esemény, amely tovább nem tárható fel, mert az nem megfelelő következménnyel jár vagy, vagy mert nem áll rendelkezésre információ.

1. táblázat. A hibafa-elemzés főbb jelölései

A hibafa-elemzés lehetővé teszi:

- a fő-eseményhez vezető összes hiba és hibakombináció, valamint ezek okainak felderítését;
- a különösen kritikus események és/vagy esemény-láncolatok kimutatását;
- megbízhatósági elemzések elvégzését a hibafa ágain végighaladva;
- a meghibásodási mechanizmusok tiszta és áttekinthető dokumentálását.

A hibafa-elemzés kiinduló állapota a rendszer egy meghibásodása, amit fő-eseményként írunk le. A hibafa modellje beazonosítja az összes olyan alkotóelem meghibásodást, mely ezen nem kívánatos rendszerállapot kialakulásához vezet vagy vezethet. Az alkotóelemek meghibásodásai három osztályba sorolhatók:

- Az **elsődleges hiba** egy olyan meghibásodás, mely az előírt működési körülmények között áll elő. Ennek oka az alkotóelem meghibásodása vagy anyagtulajdonsága lehet.
- A **másodlagos hiba** egy olyan meghibásodás, ami nem megengedett külső behatások következtében áll elő, melyek környezeti feltételek, alkalmazási körülmények, vagy más rendszerelemek hatásai.
- A **kezelési hibát** a nem megfelelő használat okozza.

A hibafa mennyiségi kiértékelésének egyik módja a fő-esemény bekövetkezési valószínűségének kiszámítása lehet a rendszerelemekre vonatkozó megbízhatósági mérőszámokból — az elemi események bekövetkezési valószínűségeiből — kiindulva. Ehhez meghibásodási adatok

- szakkönyvek táblázataiból;
- gyártó által megadott adatokból;
- laboratóriumi kísérletek alapján;
- üzemeltetési adatok statisztikai feldolgozásából

nyerhetőek.

Egy (nem elemi) esemény bekövetkezési valószínűsége meghatározható az azt kiváltó események — melyek lehetnek elemi vagy alacsonyabb szintű közbülső események — bekövetkezési valószínűségeinek, illetve a kapcsolatot leíró logikai kapu ismeretében, azaz:

ÉS kapu esetén:

$$P = \prod_{i=1}^{k} P_i \quad , \tag{1}$$

VAGY kapu esetén:

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{k} \left(1 - P_i\right) \quad . \tag{2}$$

ahol:

P_i $P_i \in [0,1] \subset \Re \ \forall i \in \{1,2,\ldots,k\}$ az *i*-edik kiváltó esemény bekövetkezési valószínűsége;

k $k \in \aleph$ a kiváltó események száma.

3. ÉRZÉKENYSÉGI MODELL FELÁLLÍTÁSA

A hibafa-elemzés érzékenyvizsgálatának célja annak meghatározása, hogy az elemi események bekövetkezési valószínűségeinek változásaira milyen mértékben reagál — mennyire érzékeny — a közbülső események és a főesemény bekövetkezési valószínűsége.

Az érzékenységi elemzések egyik lehetséges, korábban alkalmazott módja az, amikor a kiértékelést úgy végezzük el, hogy a hibafa egyik elemi eseményéhez nagy, majd kis értékű meghibásodási rátát rendelünk. Amennyiben a kiszámított rendszer-megbízhatósági paraméter, azaz a főesemény bekövetkezési valószínűsége, nem változott számottevően, akkor ez az elemi esemény nem bír nagy jelentőséggel. Viszont, ha a rendszer-megbízhatósági paraméter változása jelentős mértékűre adódott, akkor pontosabb adatokat kell szerezni vagy az eseményt további alap okokra kell bontani.

Jelen tanulmány a hibafa-elemzés érzékenységvizsgálatának, a fenti eljárástól eltérő, egy mátrixalgebrai módszerét mutatja be.

Az érzékenységi modell felállítása során mindegyik logikai kapuhoz kapcsolódó valószínűségi leírás — lásd (1) és (2) egyenletek — alapján meghatározzuk a belőle levezethető érzékenységi függvényeket és együtthatókat.

Az érzékenységi együtthatók meghatározása során az eredeti

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_k) \quad f : \Re^k \to \Re \tag{3}$$

egyenlet mindkét oldalának

$$dy = \frac{\partial f(x_1; x_2; \ldots x_k)}{\partial x_1} dx_1 + \ldots + \frac{\partial f(x_1; x_2; \ldots x_k)}{\partial x_n} dx_k \tag{4}$$

teljes deriváltját képezzük, majd a jobb oldal mindegyik tagját bővítjük $\frac{x_i}{x_i}$-vel, és mindkét oldalt osszuk a (9) egyenlet megfelelő oldalával azaz:

$$\frac{dy}{y} = \frac{\partial f(x_1; x_2; \ldots x_k)}{\partial x_1} \frac{x_1}{f(x_1; x_2; \ldots x_k) x_1} dx_1 + \ldots + \frac{\partial f(x_1; x_2; \ldots x_k)}{\partial x_k} \frac{x_k}{f(x_1; x_2; \ldots x_k) x_k} dx_k \tag{5}$$

A

$$K_{y;x_i} = \frac{\partial f(x_1; x_2; \ldots x_k)}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(x_1; x_2; \ldots x_k)} = \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{x_i}{y} \tag{6}$$

együttható bevezetésével, és a

$$\frac{d\eta}{\eta} \approx \frac{\Delta\eta}{\eta} = \delta\eta \tag{7}$$

egyenlőség felhasználásával az alábbi lineáris egyenletet kapjuk:

$$\delta y = K_{y;x_1}\delta x_{y;x_2} + \ldots + K_{y;x_k}\delta x_k \quad , \tag{8}$$

amely a vizsgált rendszer paramétereinek relatív változásai közti kapcsolatot — azaz a kimenő jellemző relatív érzékenységét — írja le [5].

A fenti összefüggés alapján meg tudjuk határozni, hogy a vizsgált logikai kapu kimenő jellemzője (pontosabban annak bekövetkezési valószínűsége) milyen relatív érzékenységgel bír a „bemenő” események bekövetkezési valószínűségeinek változásával szemben. Például, a kiváltó események bekövetkezési valószínűségeinek becslése során fellépő pontatlanság hogyan befolyásolja az okozat bekövetkezési valószínűségének pontosságát, értékének megbízhatóságát.

A hibafa elemzéseknél alkalmazott logikai kapuk érzékenységi együtthatóit az alábbiak szerint határozhatjuk meg:

ÉS kapu esetén:

$$K_i = 1 \qquad \forall i \in \{1,2,\ldots,k\} \quad . \tag{9}$$

VAGY kapu esetén:

$$K_j = \frac{P_j}{P}\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k}\left(1 - P_i\right) \quad . \tag{10}$$

Következő lépésként különválasztjuk a vizsgált hibafa eseményeit az elemi és nem-elemi (közbülső és fő-) eseményekre, mivel az utóbbiak mindegyike valamelyik logikai kapu kimenő (függő) változója. Az elemi és nem-elemi események bekövetkezési valószínűségeit az $\mathbf{x} \in \Re^{m\times 1}$, illetve $\mathbf{y} \in \Re^{n\times 1}$ vektorokba rendezzük. Ekkor a bekövetkezési valószínűségek relatív változásai közti kapcsolat az

$$\mathbf{A}\delta\mathbf{y} = \mathbf{B}\delta\mathbf{x} \tag{11}$$

mátrixegyenlettel tudjuk leírni, ahol:

$\mathbf{A} \in \Re^{n\times n}$ — nem elemi események együttható mátrixa;

$\mathbf{B} \in \Re^{n \times m}$	—	elemi események együttható mátrixa;
n $\quad n \in \aleph$	—	nem elemi események száma
m $\quad m \in \aleph$	—	elemi események száma.

Felhasználva a

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad \in \Re^{n \times m} \tag{12}$$

mátrixalgebrai összefüggést, a hibafa-elemzés $\mathbf{D}$ relatív érzékenységi mátrixát kapjuk meg, és a (17) egyenlet a

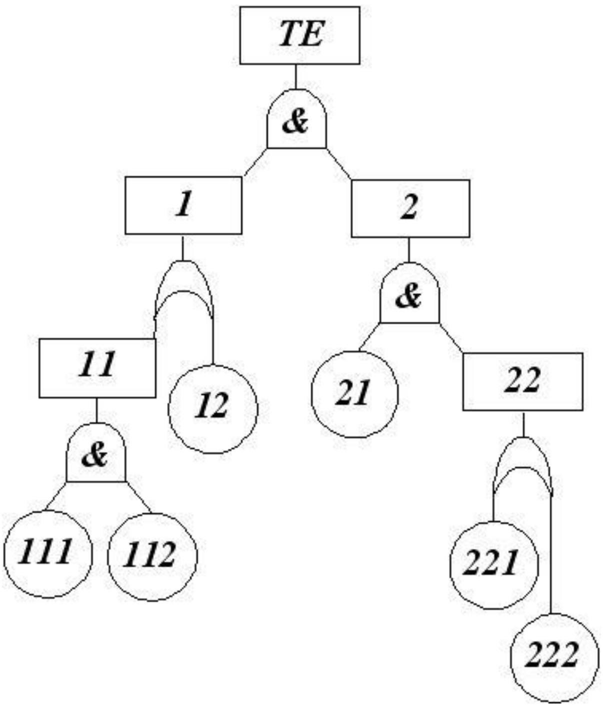
$$\delta\mathbf{y} = \mathbf{D}\delta\mathbf{x} \tag{13}$$

alakura módosul.

A relatív érzékenységi mátrix *i*-edik sorának *j*-edik eleme azt mutatja meg, hogy az *i*-edik nem elemi esemény bekövetkezési valószínűségének relatív változását milyen mértékben befolyásolja a *j*-edik elemi esemény bekövetkezési valószínűségének relatív változása.

4. ÉRZÉKENYSÉGVIZSGÁLAT (MINTAPÉLDA)

Az 1. ábra az elemzéseink során alkalmazott hibafát szemlélteti.



1. ábra. Hibafa (mintapélda)

Az ábrából leolvasható, hogy az 1; 2; 11 és 22 kódú események a közbülső események, míg a 12; 21; 111; 112; 221 és 222 számú események pedig elemi események. A vizsgált hibafa valószínűségi modellje:

$$P_{TE} = P_1 P_2 \tag{14}$$

$$P_1 = P_{11} + P_{12} - P_{11} P_{12} \tag{15}$$

$$P_2 = P_{21} P_{22} \tag{16}$$

$$P_{11} = P_{111} P_{112} \tag{17}$$

$$P_{22} = P_{221} + P_{222} - P_{221} P_{222} \tag{18}$$

További vizsgálatunkhoz először az elemi események — névleges (átlagos, jellemző) bekövetkezési valószínűségeit kell meghatároznunk, melyeket a 2. Táblázat tartalmazza. Ezek alapján, a (18) – (14) egyenletek felhasználásával (visszafelé haladva) meghatározhatók a közbülső események, valamint a főesemény névleges bekövetkezési valószínűsége (3. Táblázat).

P_{12} = 0,10	P_{21} = 0,20	P_{111} = 0,15
P_{112} = 0,25	P_{221} = 0,3	P_{222} = 0,10

2. Táblázat Kiinduló adatok

P_{22} = 0,370	P_{11} = 0,03750
P_2 = 0,074	P_1 = 0,11375
P_{TE} = 0,0098975	

3. táblázat. Számított (névleges) valószínűségi értékek

Az 1. ábrán szemléltetett hiba-fa, a (14) – (18) egyenletekkel leírt, valószínűségi elemzésének érzékenységi függvényei és együtthatói a következők:

$$\begin{gathered} \delta P_{TE} = K_1 \delta P_1 + K_2 \delta P_2 \\ K_1 = 1 \qquad K_2 = 1 \end{gathered} \tag{19}$$

$$\begin{gathered} \delta P_1 = K_{11} \delta P_{11} + K_{12} \delta P_{12} \\ \mathrm{K}_{11} = (1 - \mathrm{P}_{12}) \frac{\mathrm{P}_{11}}{\mathrm{P}_1} = 0{,}1525 \qquad \mathrm{K}_{12} = (1 - \mathrm{P}_{11}) \frac{\mathrm{P}_{12}}{\mathrm{P}_1} = 0{,}8305 \end{gathered} \tag{20}$$

$$\delta P_2 = K_{21}\delta P_{21} + K_{22}\delta P_{22}$$
$$K_{21} = 1 \qquad K_{22} = 1 \tag{21}$$

$$\delta P_{11} = K_{111}\delta P_{111} + K_{112}\delta P_{112}$$
$$K_{111} = 1 \qquad K_{112} = 1 \tag{22}$$

$$\delta P_{22} = K_{221}\delta P_{221} + K_{222}\delta P_{222}$$
$$\mathrm{K}_{221} = \left(1 - \mathrm{P}_{222}\right)\frac{\mathrm{P}_{221}}{\mathrm{P}_{22}} = 0{,}4118 \quad \mathrm{K}_{222} = \left(1 - \mathrm{P}_{221}\right)\frac{\mathrm{P}_{222}}{\mathrm{P}_{22}} = 0{,}4118 \tag{23}$$

Következő lépésként külön kell választanunk vizsgált hibafa eseményeit a — 12; 21; 111; 112; 221 és 222 — elemi és nem-elemi — TE; 1; 2; 11 és 22 — (fő- és közbülső) eseményekre, és ezek bekövetkezési valószínűségeit a

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}} = \left[\mathrm{P}_{12}; \mathrm{P}_{21}; \mathrm{P}_{111}; \mathrm{P}_{112}; \mathrm{P}_{221}; \mathrm{P}_{222}\right] \quad , \tag{24}$$

$$\mathbf{y}^{\mathrm{T}} = \left[\mathrm{P}_{\mathrm{TE}}; \mathrm{P}_{1}; \mathrm{P}_{2}; \mathrm{P}_{11}; \mathrm{P}_{22}\right] \tag{25}$$

vektorokba rendezzük.

A fenti vektorok ismeretében, valamint a (19) – (23) egyenletek alapján meghatározzuk a bekövetkezési valószínűségek relatív változásainak együttható mátrixait:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\mathrm{K}_1 & -\mathrm{K}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\mathrm{K}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\mathrm{K}_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}2523 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \tag{26}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{K}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{K}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{K}_{111} & \mathrm{K}_{112} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{K}_{221} & \mathrm{K}_{222} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}7196 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}7297 & 0{,}1892 \end{bmatrix} \tag{27}$$

A relatív érzékenységi együttható mátrix:

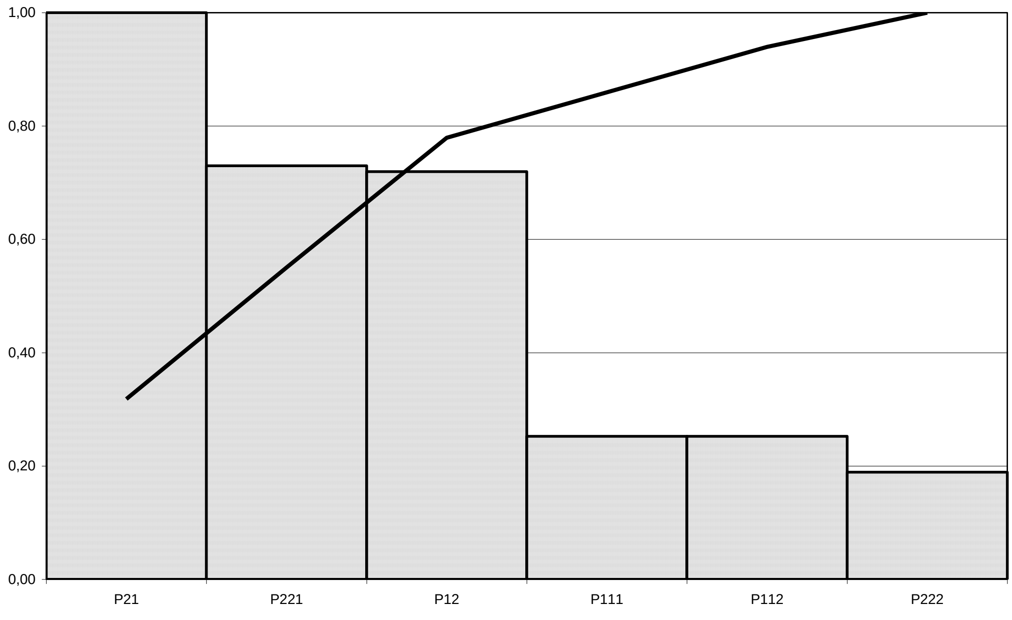
$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix} 0{,}7196 & 1 & 0{,}2523 & 0{,}2523 & 0{,}7297 & 0{,}1892 \\ 0{,}7196 & 0 & 0{,}2523 & 0{,}2523 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0{,}7297 & 0{,}1892 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}7297 & 0{,}1892 \end{bmatrix}, \tag{28}$$

illetve a relatív érzékenységi vektor:

$$\mathbf{d}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} 0{,}7196 & 1{,}0000 & 0{,}2523 & 0{,}2523 & 0{,}7297 & 0{,}1892 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

Matematikailag megfogalmazva, a relatív érzékenység vektor elemei megmutatják, hogy az elemi események bekövetkezési valószínűségeinek relatív értékcsökkenése vagy növekedése a főesemény bekövetkezési valószínűségének milyen mértékű relatív csökkenését, illetve növekedését okozzák. Másképpen fogalmazva: mely elemi esemény bekövetkezési valószínűségének változása bír a legnagyobb hatással a főesemény bekövetkezési valószínűségére.

Mérnöki szempontból ez azt mutatja meg, mely elemi eseményt létrehozó rendszerelem megbízhatóságának növelésével tudjuk a legnagyobb, illetve legkisebb mértékben javítani a teljes rendszer megbízhatóságát. Ezt szemlélteti a 2. ábra, ahol a görbe — a Pareto elemzés módszerével — az úgynevezett kumulatív hatás mértékét szemlélteti. Az ekkor megfogalmazódó kérdések megválaszolása már mérnökszakmai feladat, mely nem jelen tanulmány célja.



2. ábra. Az elemi események bekövetkezési valószínűségeinek relatív hatásai a főesemény bekövetkezési valószínűségére

Végezetül végezzünk el egy ellenőrző számítást. Ehhez csökkentsük a 222 elemi esemény bekövetkezési valószínűségét 1 %-os relatív mértékben, azaz 0,1-ről 0,099-re. A relatív érzékenységi mátrix, illetve vektor alapján kijelenthető, hogy ennek hatása a főesemény bekövetkezési valószínűségének relatív csökkenésére 0,189189 %, azaz 0,0098975-ről 0,0098787-re csökken. Ha az „eredeti” modellt alkalmazzuk (a (18) — (14) egyenleteket visszafele megoldjuk) a hatás elemzésére, akkor azt kapjuk, hogy főesemény bekövetkezési valószínűsége 0,009878775-re fog csökkenni. A két eredmény közti kapcsolat minimális (abszolút értékben 7,5 10^{-8}, relatív értékben 7,6 10^{-6}), így az elhanyagolható numerikus hibának tekinthető.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Az utóbbi években a Debreceni Egyetem Műszaki Kar Menedzsment és Vállalkozási Tanszékén kutatómunka folyik annak feltárására, hogy a széles értelemben vett modellezési és rendszer bizonytalanság, valamint rendszerérzékenység elemzés és kezelés milyen módon oldható meg a leghatékonyabb formában. A kutatási program keretében készült ez a tanulmány, mely egy új, könnyen algoritmizálható mátrixalgebrai módszert mutat be a hibafák érzékenységi elemzéséhez. A cikk egy egyszerű mintapéldán keresztül szemlélteti és igazolja az eljárás használhatóságát. Az elemzőmunka egyértelműen bizonyította, hogy a repülőgépészeti rendszerek diagnosztikai elemzéseinél alkalmazott rendszerérzékenységi modellvizsgálati eljárások jól alkalmazhatóak a hibafa elemzések érzékenységvizsgálatához.

A Szerző további tudományos kutatómunkája során olyan tanulmányok elkészítését tűzte ki célként, amelyek leírják a modell- és rendszerbizonytalanságokat, illetve rendszer érzékenységeket, értelmezik, vizsgálják és szemléltetik azok elemzési módszereit.

FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] Andrásfalvi B: Gráfelmélet, Polygon, Szeged, 1997., pp. 174.
[2] Csiba József: Sensitivity Analysis of the Reliability Computed by Using the Failure Tree Method, Proc. Of the 11th Mini Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, 2008., Budapest, 749–760,
[3] Fazekas Ferenc: Alkalmazott matematika II., egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1979., pp. 347
[4] IEC (1990), Standard lEC 1025 Fault tree analysis (FTA), International Electrotechnical Commission, 39.
[5] MSZ EN 1050 1999, Gépek biztonsága. A kockázatértékelés elvei, MAGYAR SZABVÁNYÜGYI TESTÜLET, Budapest, 1999., pp. 22.
[6] Pokorádi László: Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, 2008., 242.