

Dr. Békési Bertold<sup>1</sup> - Dr. Szegedi Péter<sup>2</sup>

## NYITOTT VÍZSZINTES ALAPÚ INERCIÁLIS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREK

Jelen cikk a Repüléstudományi Közlemények 2008/1 és 2008/2 számaiban megjelent Inerciális navigációs rendszerek I és II. cikkek [1, 2] egyenleteit és ábráit felhasználva a nyitott vízszintes alapú inerciális navigációs rendszereket mutatja be.

Mint ismeretes a (4) egyenlet<sup>3</sup>, a nyitott inerciális navigációs rendszerben a gravitációs mező  $\bar{g}$  intenzivitásának vektora, amely majd a fedélzeten más műszerek segítségével lesz megmérve és az objektum koordinátáinak kiszámításánál vesszük figyelembe. Nézzük meg hogy, mihez vezet a  $\bar{g}$  vektor figyelembe vétele, ha a nyitott inerciális rendszer a vízszintes koordináta-rendszerben működik. A vízszintes koordináta-rendszerben<sup>4</sup>  $g_x, g_y$  egyenlő nullával, ezért a vízszintesen elhelyezett axelerométerek mutatásaiba  $w_x$  és  $w_y$ -ba<sup>5</sup> (lásd (24) és (25) egyenleteket) a  $\bar{g}$  vektor nem számít bele úgy, mint a földrajzinál valamint az azimutálisan szabad koordináta-rendszer esetében sem.

Következésképpen, ha a nyitott inerciális rendszer a vízszintes koordináta-rendszerben működik, akkor a  $\bar{g}$  vektor figyelembe vétele az alap stabilizálásához vezet a vízszintes síkban a fedélzeti műszerek segítségével — az axelerométerek mutatásait nem tartalmazzák —, amelyek az alapon vannak elhelyezve.

Mint azt már korábban említettük, a  $\bar{g}$  vektor figyelembe vétele az arányszám alapján a magasságmérő segítségével végezhető el, azokban az esetekben, amikor a függőleges csatorna hiányzik, vagy amikor a repülési magasság viszonylag nem nagy.

Ezután a megjegyzés után áttérünk a nyitott inerciális rendszerek közvetlen tanulmányozására vízszintes alapokkal.

### VÍZSZINTES ALAPÚ AZIMUTÁLISAN SZABAD NYITOTT INERCIÁLIS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREK

Ilyen alapot akkor kapunk, ha stabilizáljuk a vízszintes síkban valamilyen fedélzeti műszer szerinti függőlegessel és az azimutban pedig azimutálisan szabad pörgettyű segítségével.

<sup>1</sup> okleveles mérnök alezredes, ZMNE BJKMK Repülő és Légvédelmi Intézet Fedélzeti Rendszerek Tanszék, egyetemi docens, tanszékvezető, 5008 Szolnok, Pf.: 1., Email: bekesi.bertold@zmne.hu

<sup>2</sup> okleveles mérnök őrnagy, ZMNE BJKMK Repülő és Légvédelmi Intézet Fedélzeti Rendszerek Tanszék, egyetemi docens, dékánhelyettes, 5008 Szolnok, Pf.: 1., Email: szegedi.peter@zmne.hu

<sup>3</sup> A Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikk alapján.

<sup>4</sup> A Repüléstudományi Közlemények 2008/2 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek I. cikk 4. ábrája alapján.

<sup>5</sup> Lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikk (24) és (25) egyenleteit

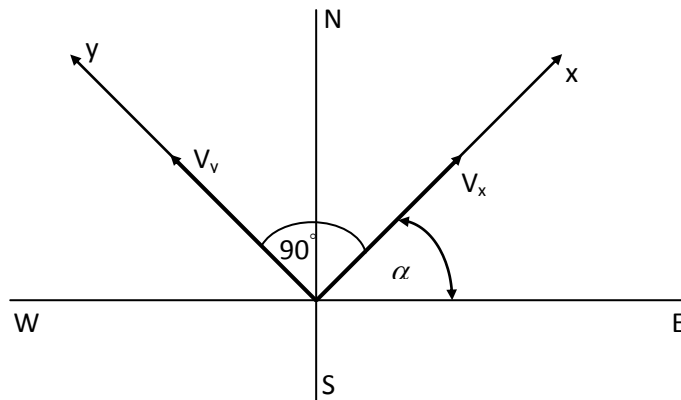
Ebben az esetben a vízszintes axelerométerek mutatói a (27) egyenlet<sup>6</sup> alapján egyenlő  $\dot{V}_x$  és  $\dot{V}_y$ . Ha ezeket a mutatókat az időben integráljuk a kezdeti feltételek segítségével megkapjuk a  $V_x$  és  $V_y$  összetevőket a  $\bar{V}$  abszolút vízszintes sebesség  $x$  és  $y$  tengelyei mentén:

$$V_x = V_{x0} + \int_{t_0}^t \dot{V}_x(\tau) d\tau$$

$$V_y = V_{y0} + \int_{t_0}^t \dot{V}_y(\tau) d\tau$$

A  $V_x(t)$  és  $V_y(t)$  értékek alapján az objektum pillanatnyi koordinátáinak kiszámítását elvégezhetjük, bármilyen alkalmas koordináta-rendszerben, például: földrajziban.

Tételezzük fel, hogy az  $xyz$  azimutálisan szabad koordináta-rendszert nyissuk szét az NE (észak—kelet) rendszer szerint  $\alpha$ -szögre. (1. ábra)



1. ábra.  $xyz$  azimutálisan szabad koordináta-rendszer az NE (észak—kelet) rendszer szerint  $\alpha$ -szögre szétválasztva [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Továbbá a  $z$  tengelyhez képest az  $xy$  nem végez forgó mozgást, az EN földrajzi koordináta-rendszer

$\frac{V_E}{R} \tan \varphi$  szögsebességgel forog és kapjuk:

$$\dot{\alpha} = \frac{V_E}{R} \tan \varphi \quad (1)$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \int_{t_0}^t \frac{V_E(\tau)}{R} \tan \varphi(\tau) d\tau \quad (2)$$

Így, ha a kezdeti szög  $\alpha_0 = \alpha(t_0)$ , akkor  $\alpha(t)$  bármely időpillanatban számítható és az (1. ábra) alapján a repülési sebesség északi és keleti összetevői meghatározhatók:

<sup>6</sup> Lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikkben.

$$\begin{aligned} V_N &= V_x \sin \alpha + V_y \cos \alpha \\ V_E &= V_x \cos \alpha - V_y \sin \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

Ha a repülőgép abszolút sebességének keleti irányú összetevőjéből  $V_E$  kivonjuk a Föld kerületi sebességét  $R\omega_F \cos \varphi$ , kiszámoljuk a repülőgép keleti és északi irányú útsebességét:

$$\begin{aligned} V_{NU} &= V_N \\ V_{EU} &= V_E - R\omega_F \cos \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

ahol:

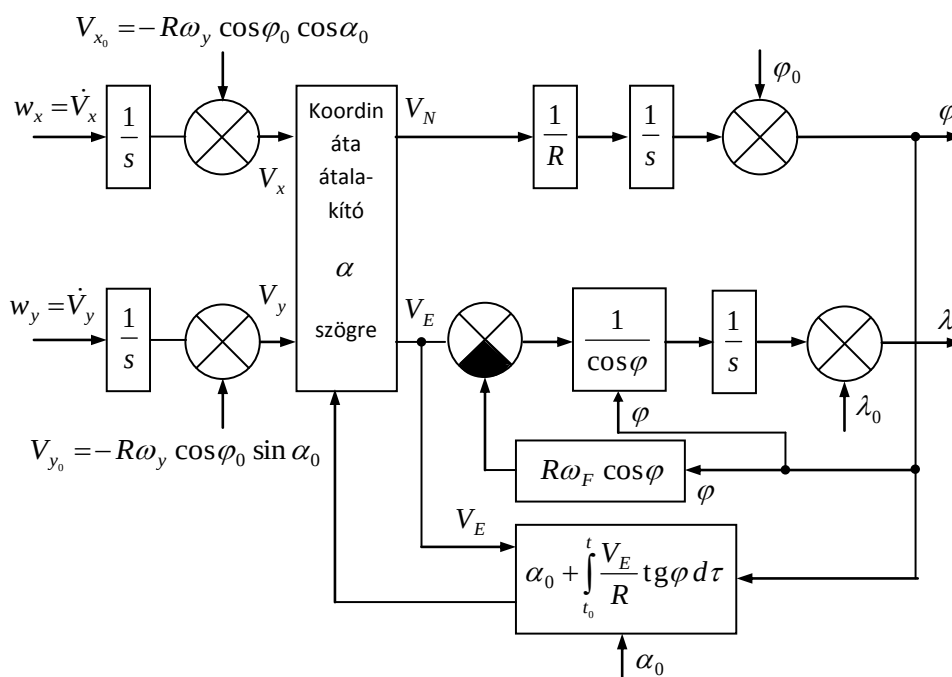
$V_{NU}$  — északi útsebesség

$V_{EU}$  — keleti útsebesség

Végül megkapjuk a repülőgép földrajzi koordinátáit:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{1}{R} \int_{t_0}^t V_{NU}(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_0}^t \frac{V_{EU}(\tau)}{R \cos \varphi(\tau)} d\tau \quad (6)$$



2. ábra. Nyitott vízszintes alapú azimutálisan szabad inerciális navigációs rendszer hatásvázlata [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Az (2)—(6) egyenletekből következik a nyitott vízszintes alapú azimutálisan szabad inerciális navigációs rendszer hatásvázlata (2. ábra), amely a repülőgép földrajzi koordinátáit határozza meg.

Az 1. ábrából nem nehéz megérteni, hogy a  $\bar{V}$  vektor kezdeti vetületei az  $x$  és  $y$  tengelyekre, a Föld (periférikus mozgásával) kerületi sebességével határozható meg az indulási pontban, amely egyenlő

$$\begin{aligned} V_{x0} &= R\omega_F \cos\varphi_0 \cos\alpha_0 \\ V_{y0} &= -R\omega_F \cos\varphi_0 \sin\alpha_0 \end{aligned} \quad (7)$$

mivel a kezdőpontban

$$\begin{aligned} V_{N_0} &= 0 \\ V_{E_0} &= R\omega_F \cos\varphi_0 \end{aligned} \quad (8)$$

Tehát a nyitott navigációs rendszerek lehetőséget adnak a repülőgép tartózkodási helyének és sebességének pillanatnyi értékének meghatározására.

## NYITOTT VÍZSZINTES FÖLDRAJZI ALAPPAL RENDELKEZŐ INERCIÁLIS NAVIGÁCIÓS RENDSZEREK

A (24) egyenletből<sup>7</sup> következik, hogy az axelerométerek jelzéseit közvetlenül integrálni az „északit” és a „keletit” a keleti és északi összetevők abszolút sebességének kiszámításakor tilos. Mielőtt elvégeznénk az integrálást az axelerométerek mutatásából, ki kell vonni az úgynevezett „módszeres hibákat”.

A hibák értéke:

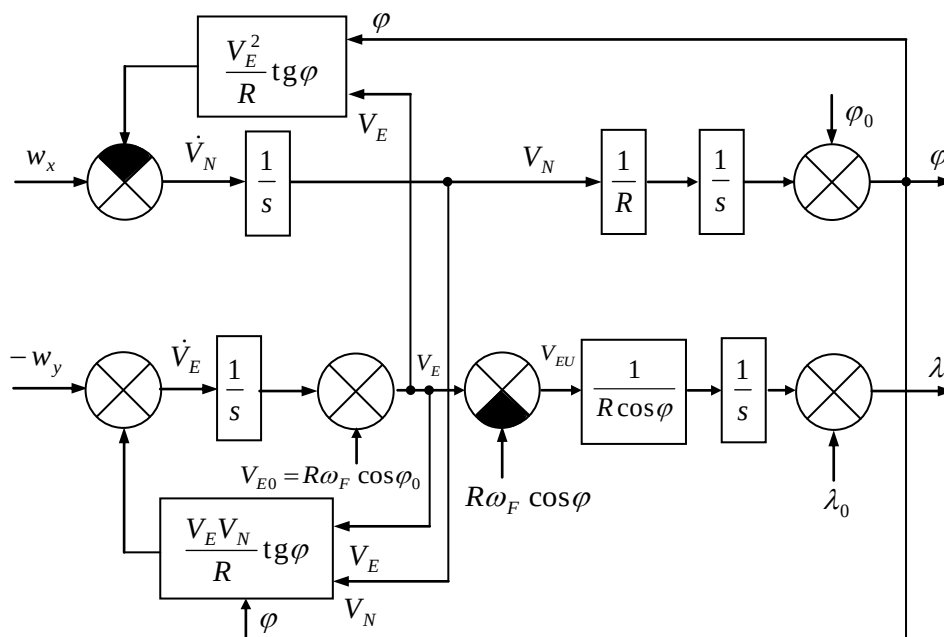
$$\frac{V_E^2}{R} \operatorname{tg}\varphi; \frac{V_E V_N}{R} \operatorname{tg}\varphi \quad (9)$$

Továbbá a vizsgált inerciális rendszer hatásvázlata (3. ábra), elvi értelemben nem különbözik a fentebb említettől. Érdeemes kiemelni, hogy az azimutálisan szabad kivételével valamennyi vízszintes alapú nyitott inerciális navigációs rendszer rendelkezik módszeres hibával a függőleges  $z$  tengely körüli forgás következtében<sup>8</sup>.

Ezeket a hibákat kompenzálni kell. Az azimutálisan szabad axelerométerekben a módszeres hiba hiánya az előnye ennek a rendszernek. A nyitott inerciális navigációs rendszereknek nagy hátránya van, amely leszűkíti az alkalmazását. Lényege, az, hogyha az alap nem pontosan van beállítva a kiválasztott koordináta-rendszer tengelyeire  $xyz$ , akkor a rendszer ebből eredő hibája az idővel gyorsan nő.

<sup>7</sup> lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikkében.

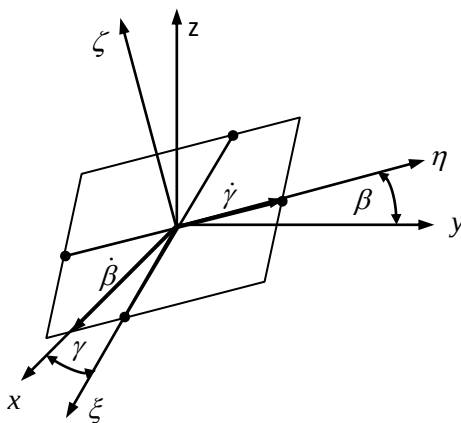
<sup>8</sup> lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikk (24) egyenletét).



3. ábra. Nyitott vízszintes földrajzi alappal rendelkező inerciális navigációs rendszer hatásvázlata [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Ezeknek a hibáknak a képződési folyamatát a vízszintesen azimutálisan szabad alapú inerciális navigációs rendszereken vizsgáljuk meg.

Legyen az ilyen alapú inerciális rendszer eltérítve az  $x$  és  $y$  vízszintesen azimutálisan szabad koordináta-rendszerben kis  $\beta$  és  $\gamma$  szögekre (4. ábra).



4. ábra. az  $x$  és  $y$  vízszintesen azimutálisan szabad koordináta-rendszer kis  $\beta$  és  $\gamma$  szögekre eltérítve [3] [Szerk.: Dr. Békési Bertold – MS Word]

Az alap  $\xi, \eta, \zeta$  és az axelerométerek tengelyei egybeesnek. A  $w_x, w_y$  és  $w_z$  vektorokat a  $\xi$  és  $\zeta$  tengelyekre levetítve kapjuk a  $w_\xi$  és  $w_\zeta$  axelerométerek jelzéseit, amely az alapon van elhelyezve.

A 4. ábrából könnyen megkaphatjuk, ha a  $\beta$  és  $\gamma$  szögek kis értékűek, akkor:

$$w_\xi = w_x - w_z \gamma \quad (10)$$

$$w_{\zeta} = w_y + w_z \beta \quad (11)$$

illetve figyelembe véve a (27) összefüggést<sup>9</sup>

$$w_{\xi} = \dot{V}_x - g' \gamma \quad (12)$$

$$w_{\eta} = \dot{V}_y + g' \beta \quad (13)$$

Következésképpen a  $w_{\xi}$  és  $w_{\eta}$  axelerométerek mutatása, eltér a  $w_x$  és  $w_y$  mutatásától  $-g' \gamma$  és  $g' \beta$  értékekre. Ebben az esetben  $V_x$  és  $V_y$  sebességek és az  $x$  és  $y$  mozgó objektum koordinátáinak kiszámítása hibákkal történik.

$$\delta V_x = - \int_{t_0}^t g' \gamma d\tau; \delta V_y = \int_{t_0}^t g' \beta d\tau \quad (14)$$

$$\delta x = - \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} g' \gamma d\tau d\tau_1; \delta y = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{\tau_1} g' \beta d\tau d\tau_1 \quad (15)$$

Tehát a nyitott inerciális rendszerek hibái az idővel nőnek. Ráadásul állandó hiba esetén az alap helyzetének a hibája a sebesség meghatározásában az idővel egyenes arányban, a koordináta meghatározási hibák az idővel négyzetes arányban nőnek. Hasonló jellegű lesz más koordináta-rendszerben stabilizált alapon elhelyezett axelerométerek hibája is.

Ha az alap helyzetének hibája az idővel arányosan nőne, akkor a sebesség meghatározásában a hiba az ő négyzetével arányosan nőne és a koordináták meghatározási hibája — a köbvel arányosan. Nem nehéz belátni, hogy a nyitott alapú inerciális navigációs rendszerek hibái, ha valamely más koordináta-rendszerhez képest vannak stabilizálva, mint a megvizsgált esetben, akkor azok hibái teljesen analógok lesznek a fentebb említettekkel.

A hibák gyors növekedése miatt a nyitott inerciális navigációs rendszereket csak olyan eszközökön alkalmazzák, ahol a repülési idő meglehetősen rövid. Például a nyitott inerciális navigációs rendszereket széles körben használják a ballisztikus rakéták sebesség és koordinátáinak meghatározására a repülés aktív szakaszában.

#### Felhasznált irodalom

- [1] Dr. Békési Bertold: Inerciális navigációs rendszerek I. Repüléstudományi Közlemények On-line folyóirat, Szolnok, 2008/2 szám. HU ISSN 1789-770X
- [2] Dr. Békési Bertold: Inerciális navigációs rendszerek II. Repüléstudományi Közlemények On-line folyóirat, Szolnok, 2008/3 szám. HU ISSN 1789-770X
- [3] О. А. Бабич, В. А. Боднер, М. С. Козлов, М. Д. Потапов, В. П. Селезнев: Авиационные приборы и навигационные системы. ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского, Москва, 1969.

<sup>9</sup> lásd a Repüléstudományi Közlemények 2008/3 számában megjelent Inerciális navigációs rendszerek II. cikkében.