

A REPÜLŐGÉP–VEZETŐ KRITIKUS PARAMÉTEREINEK KOMPLEX VIZSGÁLATA AZ OLDALIRÁNYÚ IRÁNYÍTÁSI CSATORNÁBAN

I. BEVEZETÉS

A fogyasztói társadalmak egyik sajátos velejárójaként a vásárló szinte minden nap találkozik ezzel a kérdéssel, hogy „*megvegyem?*”, „*ne vegyem meg?*” Mit tegyünk, ha a karácsonyi vásár forgatagában a gyerek toporzékolva ordít, hogy *ezt* a modellt szeretné megkapni ajándékba? Szerencsések vagyunk, ha a hön áhított modell egy hajó-modell, mert a hajóvezetést a gyerek a fürdőkádban fogja gyakorolni, és a kormányzás-irányítás hibáinak első következményeit, ha marad egyáltalán nyoma, nemes egyszerűséggel lesúrolhatjuk a kád faláról.

Kevésbé vagyunk szerencsések, ha a kiválasztott modell autó-modell, mert így már – tekintet nélkül az időjárás viszonyaira – ki kell menni a szabadba, és keresni kell egy megfelelő pályát, ahol a jármű akár csúcsra is járatható. Ebben az esetben már előfordulhat, hogy egy fordulónál felborul a szerkezet, esetleg nagy sebességgel beleütközünk valamilyen idegen tárgyba, ne adj’ isten, nézelődő emberbe. Az anyagi kár mellett ebben az esetben már személyi sérülés is történhet.

Ha a gyermek, esetleg felnőtt által óhajtott modell repülőgép-modell, nos... ekkor vagyunk a legnagyobb bajban! Megvegyük?! Ne vegyük?! Ki fogja repülni, ha a papa is legfeljebb csak filmekben látott valami hasonlót – szerencsésebb esetben. Képes-e a gyerek arra, hogy magabiztosan, megbízhatóan repülje a modellt, és ne okozzon sem kárt, sem személyi sérülést?! A kérdés – a klasszikusat alapul véve, és aktualizálva azt a mi esetünkre, – most így is feltehető: „*to fly, or not to buy?*” Természetesen, a fenti esetekben a fogyasztónak/vásárlónak be kell látnia, hogy most nem építőköveket vásárol, hanem olyan eszközöket, amelyek – szélsőséges esetben – akár az azt működtetőre, vagy a környezetre is veszélyes lehet. Szerencsésebb esetben csak a modell vész oda, más esetben komolyabb következményekkel kell számolni. Az elmúlt évek eseményei azt igazolják, hogy még tapasztalt modell repülőgép-vezetők is elveszíthetik az irányítást a gépük felett, és ez, sajnos, még emberélet(ek)be is kerülhet.

Miért fontos e téma kimerítő, és alapos kutatása? E kérdés maradéktalan megválaszolása olyan eredményre is vezethet, hogy be kell látni, hogy valakinek a képességei nem elegendőek vagy nem megfelelőek modell-repülőgép vezetéshez, bár a

mini-repülőgép néhány tízezer forintos árát akár sokszorosan is meg tudja fizetni. Az utóbbi években, rohamos mértékben megnőtt a modell-repülőgépeket repülő, a pilóta nélküli repülőgépeket vezetők száma, akik – sokszor – semmilyen előképzettséggel sem rendelkeznek. Találkozhatunk velük repülőterek elzárt szegleteiben, városszéli mezőkön, vagy akár nagyobb parkolóhelyeken is.

A pilóták viselkedésének matematikai modellezése már igen hosszú ideje kutatott területe az automatikus repülésszabályozásnak. Számos szakirodalom is foglalkozik az operátorok matematikai modellezésével, amely terület magába foglalja az emberi test fiziológiai jellemzőinek, és az emberi gondolkodás sajátosságainak matematikai modellezését is. A kutatók nagyon sokféle matematikai modellt állítottak fel. Mindazonáltal, olyan összefoglaló munkát, amely komplex módon kezeli a repülőgép-vezető paramétereinek változását, tudomásom szerint, eddig még nem publikáltak. Elfogadott gyakorlat, hogy a rendszervizsgálatok során egy-egy paraméter kritikus értékét meghatározzák, de a lehetséges vizsgálatok közül csak önkényesen kiválasztott mennyiségűt végeznek el, és hivatkozva a számítási analógiára, más számításokat nem végeznek. A további számításokat mellőzik.

Ismert tény, hogy a repülőgépek, így többek között a modell-repülőgépek is, több irányítási csatornával rendelkeznek. A repülőgépek térbeli irányítását a magassági kormány, a csűrőlapok, az oldalkormány, illetve a motorvezérlés biztosítja. Elmondható tehát, hogy a repülőgép egyszerűbb esetben is négy bemenettel rendelkezik, míg az irányított paraméterek száma néhányszor tíz is lehet (pl. repülés sebesség, függőleges sebesség, oldalirányú csúszási sebesség, repülési magasság, megtett út, oldalkoordináta, dőlési szög, bólintási szög, irányaszög, siklópálya-szög, iránypálya-szög, pályaszög stb.).

Tekintettel arra, hogy a repülés során az operátor a repülési paraméterek nagy részét kézi beavatkozással irányítja, felmerül a kérdés, hogy a kezelő, aki általános esetben nem tanult repülőgép-vezető, boldogul-e ezzel a bonyolult irányítási rendszerrel? Képes-e minden esetben kézben tartani a modell kormányzási folyamatát, még olyan esetekben is, mikor szemben repül saját magával, esetleg olyan manővert hajt végre, amikor a repülőgépe átesik, vagy ahhoz nagyon közel kerül?

A szerző célja összefoglalni a pilóták tevékenységének matematikai modellezésére vonatkozó fontosabb elméleti és gyakorlati ismereteket. A cikkben a szerző az oldalirányú irányítási csatornában vizsgálja meg és számítja ki a repülőgép-vezető paramétereinek kritikus értékét. A cikkben a szerző által bemutatott módszer természetesen kiterjeszhető, és alkalmazható más irányítási csatornákra is.

II. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

Az emberi szervezet egyes részeinek (pl. látás, izomrendszer, idegrendszer), valamint a repülőgép-vezetők tevékenysége matematikai modellezésének elmé-

leti alapjait McRUER és KRENDEL fektették le [1]. Ez a forrás alapműnek számít a témában. A forrás részletesen foglalkozik az ember-gép kapcsolattal, a szabályozási körökben szükséges beavatkozó tevékenység matematikai leírásával. A szerzők külön fejezetet szentelnek az egyváltozós-, illetve a többváltozós szabályozási rendszerekben végrehajtott tevékenység matematikai- és irányítás-elméleti vizsgálatával. A matematikai modellek mindezek mellett attól is függenek, hogy milyen jellegű bemeneti jelet kell követni a repülőgép-vezetőnek. A könyv érdekes területe a precíz navigációs feladatok körének (pl. támadó légi harc, védekező légi harc, irányított rakéta földi célra történő rávezetése) vizsgálata. E rövid kutatási jelentés készítői 138 irodalmat dolgoztak fel a műben. A szerzők először adták meg a *paper pilot* fogalmat, amely később széleskörű alkalmazást nyert a repülésszabályozó rendszerek vizsgálatára során.

АСЛАНЯН részletesen taglalja a repülőgép parancsüzemű, kézi irányítása esetén a repülőgép-vezető alapjel követésének tulajdonságait. Az egyes vizsgálatokat a klasszikus szabályozástechnika módszereit alkalmazva, alapvetően frekvenciatarományba a Bode-diagramok segítségével végzi el [2].

КРАСОВСКИЙ, БАВИЛОВ, és СУЧКОВ szintén a klasszikus matematikai modellezést alkalmazza, és mutat be néhány vizsgálati eredményt is. Megadják többek között azokat a jellemző paramétereket is, amelyek egy felkészült repülőgép-vezetőre jellemzően alkalmazhatóak [3].

McLEAN a repülőgép-vezetők klasszikus (átviteli függvényekre épülő), és modern matematikai modelljeit (állapotér-módszer) adja meg. A megadott matematikai modellek teljes körűek, és jól alkalmazhatóak a szabályozási rendszerek vizsgálatára során. Megjegyezni szükséges azonban, hogy a repülőgép-vezetők átviteli függvényeit csak az ún. Padé-approximáció elsőfokú közelítésével adja meg. A gyakorlatban előfordulhat, hogy ez a közelítés nem elégséges, és magasabb fokszámú, harmad-, negyed-, ötöd-, esetleg magasabb fokszámú közelítő összefüggést kell alkalmazni [4].

DORF és BISHOP megadja az általános alakú, ún. lineáris operátor matematikai modelljét, amely nemcsak a repülőgép-vezetőkre, hanem a jármű-vezetőkre, és minden, más típusú emberi kezelőre is lehetővé teszi a modell alkalmazását. Nyilvánvaló, hogy a modell-paraméterek ekkor lényeges mértékben eltérnek egymástól [5].

A cikk szerzője támaszkodik korábbi munkáinak eredményeire: a [6] irodalomban összefoglalja, és megadja az egyváltozós, illetve a többváltozós szabályozási rendszerek stabilitásvizsgálatának módszereit, és e vizsgálatokra gyakorlati példákat mutat be. A [7] könyvben a szerző a nemirányított, illetve az irányított repülőgépek térbeli mozgásának matematikai modelljeit vezeti le az általános mozgásegyenletekből. A könyv melléklete számos repülőgép típus hosszirányú, és oldalirányú dinamikájának matematikai modelljét adja meg, amelyeket e

cikkben is használ a szerző. A [8] irodalom összefoglaló mű a repülőgép-vezetők matematikai modellezésével kapcsolatban. A szerző számos számítógépes szimuláció eredményét mutatja be. A *pilot-in-the-loop*¹ problémákkal, valamint a repülőgép-vezetők kritikus paramétereinek megállapításával a [9] cikk foglalkozik. A cikkben a szerző a stabilitásvizsgálati módszerek új alkalmazási területeként javasolja azok gyakorlati alkalmazását a repülőgép-vezető kritikus paramétereinek megállapítására.

III. AZ EMBERI TEVÉKENYSÉG MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

Az emberi tevékenység matematikai modellezésére a gyakorlatban számos módszer, és sok modell ismert, ezek közül a fontosabbak az alábbiak [2, 3, 4, 5, 8, 9]:

- **PH-modell** (arányos-holtidős modell). Az egyik legegyszerűbb matematikai modell. Gyakorlati alkalmazása a repülésben sem ritka, de inkább a gépjármű-vezetők matematikai modellezése területén (pl. sebesség stabilizálás, követési távolság megtartása stb.), valamint egyéb más kezelői műveletek matematikai modellezésekor szokás alkalmazni.
- **PDH-modell** (arányos-differenciáló-holtidős modell). A repülőgépek irányítása, kézi vezetésének irányításelméleti vizsgálata során alkalmazott egyik leggyakoribb módszer. Az emberi tevékenység modellezésére megfelelően pontos, és a matematikai modell sem túlságosan bonyolult.
- **PDT1H-modell** (arányos-differenciáló-egytárolós-holtidős modell). A fenti PDH matematikai modellnél pontosabb, de valamivel bonyolultabb matematikai modell, amelyet szintén gyakran alkalmaznak a vizsgálatok során.
- **PDT2H-modell** (arányos-differenciáló-kéttárolós-holtidős modell). A jelenleg alkalmazott legpontosabb, egyben legbonyolultabb matematikai modell, amelynek gyakorlati alkalmazását korlátozhatja a holtidő magasabb rendű Padé-approximációs közelítése, amely kézi számítások esetén nagyon megnéhezíti a modell gyakorlati alkalmazását.

E cikkben a szerző a PDH-modellt (arányos-differenciáló-holtidős modell) alkalmazza, amely a továbbiakban a modellezéshez kellő pontosságot, és a számításokhoz relatív egyszerűséget biztosít.

A PDH matematikai modell az alábbi egyenlettel adható meg [1, 4, 8, 9]:

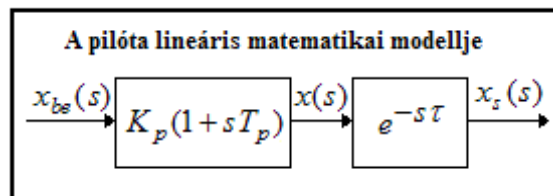
$$Y_p(s) = \frac{x_s(s)}{x_{be}(s)} = K_p(1 + sT_p)e^{-\tau s} \quad (3.1)$$

¹ repülőgép-vezető a repülőgép irányítási rendszerben

A 3.1. egyenletben:

- $x_{be}(s)$ a repülőgép-vezető „bemeneti jele”, az a referencia jel, amit a repülőgép-vezetőnek tevékenysége során követnie kell;
- $x_s(s)$ a repülőgép-vezető „kimeneti jele”, más szóval, válasz jele;
- K_p a repülőgép-vezető erősítési tényezője, melynek értéke általában: $K_p = (5 - 10)$. A bemeneti jel frekvenciájának növekedésével a pilóta erősítési tényezője csökkenő tendenciát mutat [4, 8, 9].
- T_p a repülőgép-vezető valós differenciálási (predikciós) időállandója, amely a repülőgép-vezető azon képességét reprezentálja, hogy a pilóta rendelkezik egyfajta „előre látással” és akár képes megelőzni a kimeneti jel bizonyos jellegű nemkívánatos változásait is. Általában igaz, hogy $T_p = (1,0 \dots 1,5) s$.
- $\tau > 0$ a repülőgép-vezető holtideje, amely megadja, hogy a pilóta milyen késéssel reagál a bemeneti jel változásaira. Általában igaz, hogy: $\tau = (0,1 \dots 0,5) s$ [4, 8, 9].

A 3.1 egyenlet alapján a repülőgép-vezető hatásvázlata könnyen megrajzolható, és az a 3.1. ábrán látható.



3.1. ábra. A repülőgép-vezető PDH lineáris matematikai modellje.

Ismeretes, hogy a holtidő transzcendens függvény, és teljes pontossággal csak végtelen sorral írható le. A holtidő közelítésére a Padé–approximációt szokás alkalmazni, amelynek általános képlete az alábbi egyenlettel adható meg:

$$e^{-\tau s} \cong P_d(s) = \frac{N_d(s)}{D_d(s)} = \frac{\sum_{k=0}^n (-1)^k c_k \tau^k s^k}{\sum_{k=0}^n c_k \tau^k s^k} \quad (3.2)$$

A (3.2) egyenletben szereplő együtthatót az alábbi kifejezéssel határozhatjuk meg:

$$c_k = \frac{(2n-k)! \cdot n!}{2n! \cdot k! \cdot (n-k)!}; \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots; \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.3)$$

$n=1$ esetén a (3.3) együtthatók az alábbiak lesznek:

$$c_0 =; c_1 = \frac{1}{2} \quad (3.4)$$

A holtidő (3.2) közelítő egyenlete az alábbi alakban írható fel:

$$e^{-\tau s} \cong \frac{N_d(s)}{D_d(s)} = \frac{(-1)^0 c_0 \tau^0 s^0 + (-1)^1 c_1 \tau^1 s^1}{c_0 \tau^0 s^0 + c_1 \tau^1 s^1} = \frac{1 - \frac{\tau}{2} s}{1 + \frac{\tau}{2} s} \quad (3.5)$$

n=2 esetén a (3.3) együtthatók az alábbiak lesznek:

$$c_0 =; c_1 = \frac{1}{2}; c_2 = \frac{1}{12} \quad (3.6)$$

A holtidő (3.2) egyenlete most az alábbi egyenlettel adható meg:

$$e^{-\tau s} \cong \frac{(-1)^0 c_0 \tau^0 s^0 + (-1)^1 c_1 \tau^1 s^1 + (-1)^2 c_2 \tau^2 s^2}{c_0 \tau^0 s^0 + c_1 \tau^1 s^1 + c_2 \tau^2 s^2} = \frac{1 - \frac{\tau}{2} s + \frac{1}{12} \tau^2 s^2}{1 + \frac{\tau}{2} s + \frac{1}{12} \tau^2 s^2} \quad (3.7)$$

A (3.2) egyenletben folytatva az együtthatók számítását (a (3.3) egyenlet szerint), a magasabb rendű Padé-approximációs együtthatók könnyen kiszámíthatók. A gyakorlatban, általában az „egyszerűbbtől a bonyolult felé” elvet szokás alkalmazni. Ha az alacsonyabb rendű approximációs egyenlet nem alkalmazható, mert nagy hibával közelíti a valós holtidőt, akkor fokozatosan kell áttérni a magasabb rendű közelítő összefüggésre. Általánosan alkalmazható módszer a szükséges approximációs fokszám meghatározására nem ismert, ezért minden egyes esetben, figyelembe véve a rendszerdinamikai jellemzőket is, külön-külön kell megállapítani a szükséges közelítő modell alakját. Természetesen, a mérnöki tapasztalat és az intuíció ezt a folyamatot nagyban gyorsíthatja.

IV. A REPÜLŐGÉP–VEZETŐ KRITIKUS PARAMÉTEREINEK MEGHATÁROZÁSA

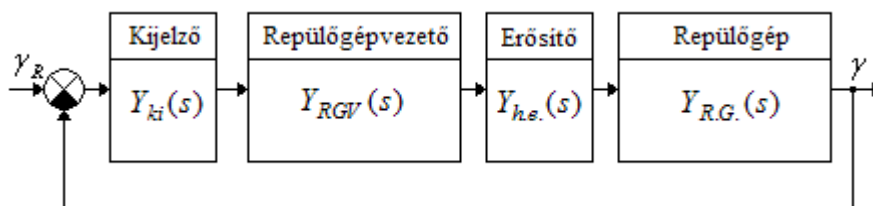
A repülőgépek, helikopterek, illetve a pilóta nélküli repülőgépek félautomatikus, parancskövető vezetése során az egyik megoldandó feladat a parancsközlő műszereken közölt, vagy a kijelzőkön megjelenített információk követése-, illetve az egyes műveletek (pl. emelkedés, süllyedés, gyorsítás, lassítás, fordulás) végrehajtása. Könnyen belátható, hogy eme műveletek végrehajtása során a kezelő,

másképpen fogalmazva, a repülőgép-vezető, más-más matematikai modellel írható le [3, 4, 5, 8, 9].

A továbbiakban a repülőgép-vezető tevékenységét olyan szabályozási körben vizsgáljuk, amelyben feladata mindösszesen egy paraméter követése. Megjegyezni szükséges azonban, hogy a valós légi járművek irányítása során, természetesen, nagyszámú repülési paramétert kell követni, de az egyszerűség miatt most ettől elvonatkoztatva csak egy paraméter követését vizsgáljuk. A repülőgép-vezető irányítási rendszerben kifejtett tevékenységét a 4.1. ábrán vizsgáljuk.

4.1 A repülőgép-vezető τ_{krit} kritikus holtidejének meghatározása

Határozzuk meg a repülőgép-vezető holtidejének azon τ_{krit} értékét, amely esetén a zárt szabályozási rendszer a stabilis működés határára kerül. Másképpen fogalmazva, határozzuk meg a holtidő azon értékét, amely esetén a repülőgép-vezető nem képes lekövetni a számára kijelzett és követni előírt referencia jelet. A repülőgép-vezető által megoldandó feladat legyen a repülőgép dőlési szöge – kijelzőn megjelenített – $\gamma_R(t)$ referencia értékének követése.



4.1. ábra. Repülőgép-vezető a repülőgép szabályozási rendszerében

A repülőgép vezetéséhez szükséges információkat a repülőgép-vezető részére kijelzőn jelenítik meg. A továbbiakban feltételezzük, hogy a kijelző holtidő- és időkéésés nélküli, gyors információ megjelenítést tesz lehetővé, ezért annak átviteli függvényét egységnyi erősítésűnek tekintjük, vagyis [4, 6, 8, 9]:

$$Y_{ki}(s) = 1 \quad (4.1)$$

A hidraulikus erősítő átviteli függvénye vizsgálataink során legyen a következő [2, 3, 4]:

$$Y_{h.e.}(s) = \frac{20}{20 + s} = \frac{1}{1 + 0,05s} \cong 1 \quad (4.2)$$

A cikkben vizsgált repülőgép oldalirányú, rövidperiodikus mozgásának ún. egyszabadságfokú matematikai modellje, bemeneti jelnek tekintve a csűrőlapok differenciális szögkitérését, míg a repülőgép válaszejele a dőlési, az alábbi átviteli függvényvel írható le [2, 3, 4, 7, 9]:

$$Y_{R.G.}(s) = \frac{\gamma(s)}{\delta_{cs}(s)} = \frac{0,21}{s(s+0,9)} \quad (4.3)$$

A repülőgép-vezető matematikai modelljét, és a szimuláció során alkalmazott paramétereket az 1. táblázat foglalja össze [8, 9].

A repülőgép-vezető matematikai modellje

1. táblázat

A repülőgép-vezető modelljének típusa	A repülőgép-vezető modelljének átviteli függvénye	A repülőgép-vezető modelljének paraméterei
PDH	$Y_{RGV} = K_p(1 + sT_p) e^{-\tau s} \cong$ $\cong K_p(1 + sT_p) \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s}$	$K_p = 10$ $T_p = 1s$

Határozzuk meg a repülőgép-vezető holtidejének azon τ_{krit} kritikus értékét, amely esetén a 4.1 ábrán látható szabályozási rendszer a stabilis működés határára kerül! E paraméter megállapításához végezzük el a 4.1 ábrán látható szabályozási rendszer stabilitás vizsgálatát. A 4.1 ábrán látható zárt szabályozási rendszer alapjelre vonatkoztatott eredő átviteli függvénye – figyelembe véve a (3.1), (3.2), (4.1), (4.2), és a (4.3) egyenleteket – az alábbi összefüggés alapján határozható meg [2, 3, 4, 5, 6, 9]:

$$W(s) = \frac{\gamma(s)}{\gamma_R(s)} = \frac{Y_{ki}(s)Y_{RGV}(s)Y_{HE}(s)Y_{R.G.}(s)}{1 + Y_{ki}(s)Y_{RGV}(s)Y_{HE}(s)Y_{R.G.}(s)} = \frac{Y_{RGV}(s)Y_{R.G.}(s)}{1 + Y_{RGV}(s)Y_{R.G.}(s)}$$

$$= \frac{10(1+s) \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s} \frac{0,21}{s(s+0,9)}}{1 + 10(1+s) \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s} \frac{0,21}{s(s+0,9)}} = \frac{0,21 \cdot (10 + 10s)(1 - \frac{\tau}{2}s)}{(s^2 + 0,9s)(1 + \frac{\tau}{2}s) + 0,21 \cdot (10 + 10s)(1 - \frac{\tau}{2}s)} \quad (4.4)$$

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a zárt szabályozási rendszerek stabilitásának vizsgálatára számos módszert alkalmazhatunk. A rendelkezésünkre álló módszerek közül válasszuk a Hurwitz–módszert, amely algebrai közvetett stabilitásvizsgálati módszer. A módszer lényege: a karakterisztikus egyenlet gyökeinek kiszámítása nélkül, a karakterisztikus egyenlet együtthatói alapján lehetővé teszi a stabilitás eldöntését. A stabilitási kritérium az alábbiak szerint fogalmazható meg [4, 5, 6]:

- a stabilitás szükséges feltétele, hogy az együtthatók pozitívak;
- a stabilitás elégséges feltétele, hogy a Hurwitz-determináns összes főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsa pozitív előjelű. Ha akár egy determináns is negatív előjelű, akkor a zárt szabályozási rendszer instabil működésű. E tulajdonságot használjuk a zárt szabályozási rendszer τ_{krit} paraméterének megállapítására.

Írjuk fel a zárt szabályozási rendszer karakterisztikus egyenletét, amely nem más, mint a (4.4) átviteli függvény nevezője, nullával egyenlővé téve, tehát:

$$K(s) = (s^2 + 0,9s)(1 + \tau/2 s) + 0,21(10 + 10s)(1 - \tau/2 s) = 0 \quad (4.5)$$

Végezzük el a (4.5) egyenletben kijelölt műveleteket, és rendezzük az egyenletet. A karakterisztikus egyenlet most a következő alakban írható fel:

$$K(s) = \tau/2 s^3 + (1 - 0,6\tau)s^2 + (3 - 1,05\tau)s + 2,1 = 0 \quad (4.6)$$

A (4.6) egyenlet alapján határozzuk meg a stabilitás szükséges feltételeit:

$$a_0 = \tau/2 > 0 \rightarrow \tau > 0 \text{ s} \quad (4.7)$$

$$a_1 = 1 - 0,61\tau > 0 \rightarrow \tau < 1,6666 \text{ s} \quad (4.8)$$

$$a_2 = 3 - 1,05\tau > 0 \rightarrow \tau < 2,8571 \text{ s} \quad (4.9)$$

A (4.7)–(4.9) egyenletek alapján már elmondható, hogy a stabilitás szükséges feltétele:

$$0 < \tau < 1,6666 \text{ s} \quad (4.10)$$

A továbbiakban vizsgáljuk meg a stabilitás elégséges feltételeit is. A (4.6) karakterisztikus egyenlet együtthatóit felhasználva a zárt szabályozási rendszer Hurwitz–determinánsa most a következő lesz:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1-0,6\tau & 2,1 & 0 \\ \tau/2 & 3-1,05\tau & 0 \\ 0 & 1-0,6\tau & 2,1 \end{vmatrix} \quad (4.11)$$

A (4.11) egyenletet felhasználva határozzuk meg a főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsok értékét. A repülőgép-vezető kritikus holtidejének meghatározása során azt feltételezzük, hogy a zárt szabályozási rendszer főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsai zérusértékűek, vagyis:

$$\Delta_1 = 1 - 0,6\tau = 0 \rightarrow \tau_{krit} = 1,6666 \text{ s} \quad (4.12)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1-0,6\tau & 2,1 \\ 0,5\tau & 3-1,05\tau \end{vmatrix} \rightarrow 0,63\tau^2 - 3,9\tau + 3 = 0 \rightarrow \begin{matrix} \tau_{1krit} = 5,2904 \text{ s} \\ \tau_{2krit} = 0,9001 \text{ s} \end{matrix} \quad (4.13)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1-0,6\tau & 2,1 & 0 \\ \tau/2 & 3-1,05\tau & 0 \\ 0 & 1-0,6\tau & 2,1 \end{vmatrix} = 2,1 \cdot \Delta_2 = 0 \rightarrow \Delta_2 = 0 \rightarrow \begin{matrix} \tau_{1krit} = 5,2904 \text{ s} \\ \tau_{2krit} = 0,9001 \text{ s} \end{matrix} \quad (4.14)$$

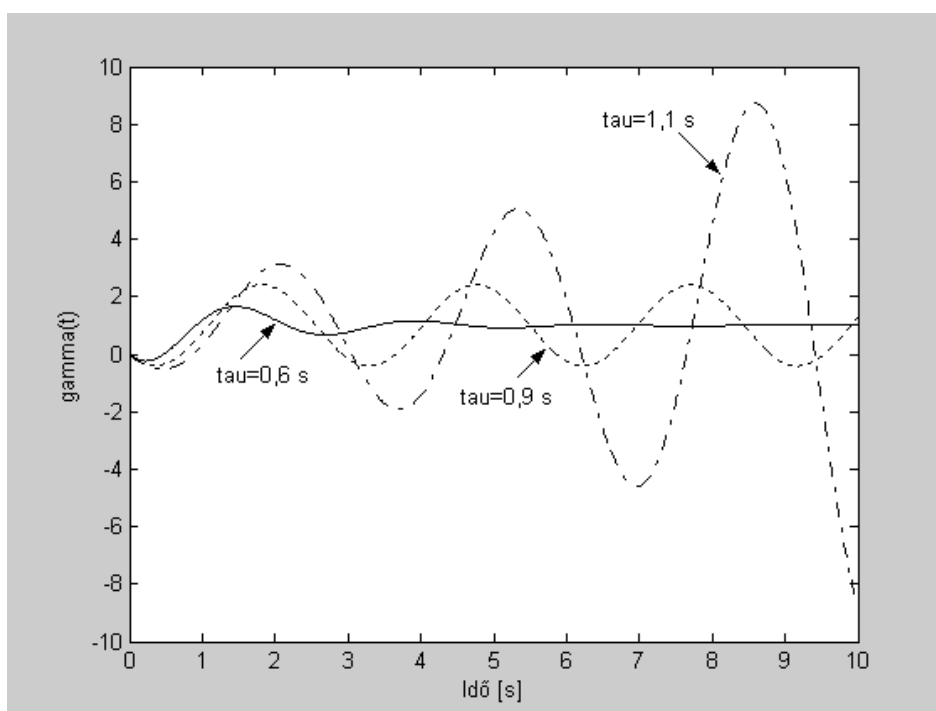
A (4.10), és a (4.12)–(4.14) egyenletek alapján a repülőgép-vezető kritikus holtideje az alábbi lesz:

$$\tau_{krit} = 0,9001 \text{ s} \quad (4.15)$$

A (4.15) egyenlet alapján megállapítható, hogy a kritikus időállandó ugyan belesik a (4.10) egyenlet által is megadott tartományba, de azt – értelemszerűen – tovább szűkíti. Ennek megfelelően a 4.1. ábrán bemutatott zárt szabályozási rendszer stabilis működésének feltétele – holt idő tekintetében – az alábbi lesz:

$$0 < \tau < 0,9001 \text{ s} \quad (4.16)$$

Határozzuk meg a 4.1. ábrán bemutatott zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényét három tipikus, de a szerző által önkényesen kiválasztott holtidő értékre, amelyek legyenek rendre 0,3 s (stabilis), 0,9 s (a stabilitás határán), és végül, 1 s (instabil viselkedés) értékűek. A számítógépes szimuláció eredménye a 4.2. ábrán látható. Az ábrán jól látható, hogy a kritikustól kisebb holtidők esetén a zárt szabályozási rendszer stabil működésű. A τ_{krit} kritikus holtidő esetén a zárt szabályozási rendszer a stabilis működés határára kerül, míg a kritikustól nagyobb holtidő esetén a zárt szabályozási rendszer instabil működésű.



4.2. ábra. A dőlési szög követő zárt szabályozási rendszer átmeneti függvénye.

A három tipikus eset minőségi jellemzőit a 2. táblázat foglalja össze és mutatja be.

A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői

2. táblázat

Holtidő, τ , s	Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, ω , rad/s
$\tau = 0,3s$	$\lambda_1 = -1,04$ $\lambda_{2,3} = -0,549 \pm 2,54 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = 0,211$	$\omega_1 = 1,04$ $\omega_{2,3} = 2,6$
$\tau = 0,9s$	$\lambda_1 = -1,02$ $\lambda_{2,3} = -1,32 \cdot 10^{-4} \pm 2,14 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = 6,18 \cdot 10^{-5}$	$\omega_1 = 1,02$ $\omega_{2,3} = 2,14$
$\tau = 1s$	$\lambda_1 = -1,02$ $\lambda_{2,3} = 0,199 \pm 1,93 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = -0,103$	$\omega_1 = 1,02$ $\omega_{2,3} = 1,94$

A 4.2. ábra, és a 2. táblázat alapján tehát elmondható, hogy $\tau_{krit} = 0,9s$ esetén a csillapítási tényező gyakorlatilag zérusértékű, ezért a zárt szabályozási rendszer korlátos bemeneti jelre periodikus lengéssel válaszol, vagyis a stabilis működés határára került. A fenti táblázat alapján az is szembe tűnő, hogy $\tau = 1s$ esetén a zárt szabályozási rendszer $\lambda_{2,3} = 0,199 \pm 1,93 \cdot j$ komplex konjugált gyöke a komplex sík jobb oldali felére esik, vagyis a zárt szabályozási rendszer periodikusan instabilnak mondható [5, 6, 8].

4.2. A repülőgép–vezető $K_{p_{krit}}$ kritikus erősítési tényezőjének meghatározása

Határozzuk meg a K_p erősítési tényező azon kritikus értékét, amely esetén a 4.1. ábrán látható szabályozási rendszer instabillá válik. A repülőgép–vezető matematikai modelljét, és a szimuláció során alkalmazott paramétereiket a 3. táblázat foglalja össze [8, 9].

A repülőgép–vezető matematikai modellje

3. táblázat

A repülőgép-vezető modelljének típusa	A repülőgép-vezető modelljének átviteli függvénye	A repülőgép-vezető modelljének paramétereit
PDH	$Y_{RGV} = K_p (1 + sT_p) e^{-\tau s} \cong$ $\cong K_p (1 + sT_p) \frac{1 - \tau/2 s}{1 + \tau/2 s}$	$\tau = 0,5s$ $T_p = 1s$

A 4.1 ábrán látható zárt szabályozási rendszer alapjelre vonatkoztatott eredő átviteli függvénye az alábbi összefüggés alapján határozható meg [3, 4, 5, 6, 9]:

$$\begin{aligned}
 W(s) &= \frac{\gamma(s)}{\gamma_R(s)} = \frac{Y_{ki}(s)Y_{RGV}(s)Y_{HE}(s)Y_{R.G.}(s)}{1 + Y_{ki}(s)Y_{RGV}(s)Y_{HE}(s)Y_{R.G.}(s)} = \frac{Y_{RGV}(s)Y_{R.G.}(s)}{1 + Y_{RGV}(s)Y_{R.G.}(s)} = \\
 &= \frac{K_p(1+s) \frac{1-0,25s}{1+0,25s} \frac{0,21}{s(s+0,9)}}{1 + K_p(1+s) \frac{1-0,25s}{1+0,25s} \frac{0,21}{s(s+0,9)}} = \frac{0,21 \cdot K_p(1+s)(1-0,25s)}{(s^2 + 0,9s)(1+0,25s) + 0,21 \cdot K_p(1+s)(1-0,25s)}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

A zárt szabályozási rendszer karakterisztikus egyenlete – a (4.17) egyenlet alapján – könnyen felírható:

$$K(s) = (s^2 + 0,9s)(1 + 0,256s) + 0,21 \cdot K_p (1 + s)(1 - 0,25s) = 0 \quad (4.18)$$

A (4.18) egyenletet átalakítva kapjuk, hogy:

$$K(s) = 0,25s^3 + s^2(1,225 - 0,0525K_p) + s(0,9 + 0,1575K_p) + 0,21K_p = 0 \quad (4.19)$$

A (4.19) egyenlet alapján határozzuk meg a stabilitás szükséges feltételeit:

$$a_1 = 1,225 - 0,0525K_p > 0 \rightarrow K_p < 23,3333 \quad (4.20)$$

$$a_2 = 0,9 + 0,1575K_p > 0 \rightarrow K_p > -5,1742 \quad (4.21)$$

$$a_3 = 0,21K_p > 0 \rightarrow K_p > 0 \quad (4.22)$$

A (4.20)–(4.22) egyenletek alapján már elmondható, hogy a stabilitás szükséges feltétele:

$$0 < K_p < 23,3333 \quad (4.23)$$

A továbbiakban vizsgáljuk meg a stabilitás elégséges feltételeit is. A (4.19) karakterisztikus egyenlet együtthatóit felhasználva a zárt szabályozási rendszer Hurwitz–determinánsa most a következő lesz:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1,225 - 0,0525K_p & 0,21K_p & 0 \\ 0,25 & 0,9 + 0,1575K_p & 0 \\ 0 & 1,225 - 0,0525K_p & 0,21K_p \end{vmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

A (4.24) egyenletet felhasználva határozzuk meg a főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsok értékét. A K_p erősítési tényező kritikus értékének meghatározása során azt feltételezzük, hogy a zárt szabályozási rendszer főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsai zérusértékűek, vagyis:

$$\Delta_1 = 1,225 - 0,0525K_p = 0 \rightarrow K_{p_{krit}} = 23,3333 \quad (4.25)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1,225 - 0,0525 K_p & 0,21K_p \\ 0,25 & 0,9 + 0,1575 K_p \end{vmatrix} = 0 \quad (4.26a)$$

$$-0,00826875 K_p^2 + 0,09315 K_p + 1,1025 = 0 \quad (4.26b)$$

$$K_{p1krit} = 18,0494 \quad (4.26c)$$

$$K_{p2krit} = -6,7841$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1,225 - 0,0525 K_p & 0,21K_p & 0 \\ 0,25 & 0,9 + 0,1575 K_p & 0 \\ 0 & 1,225 - 0,0525 K_p & 0,21K_p \end{vmatrix} = 0,21K_p \Delta_2 = 0 \quad (4.27a)$$

$$K_{p1krit} = 0 \quad (4.27b)$$

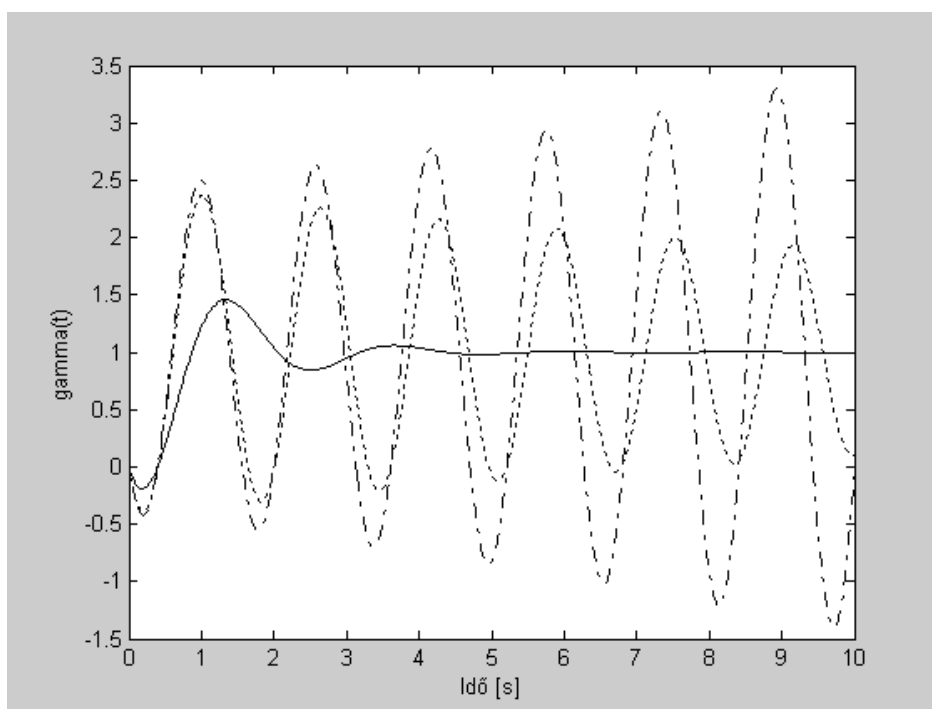
A (4.20)–(4.22), valamint a (4.25)–(4.27) egyenletek alapján a repülőgép-vezető kritikus erősítési tényezője az alábbi lesz:

$$K_{pkrit} = 18,0494 \quad (4.28)$$

A (4.28) egyenlet alapján megállapítható, hogy a kritikus erősítési tényező beleesik a (4.23) egyenlet által is megadott tartományba, de azt tovább szűkíti. Ennek megfelelően a 4.1. ábrán bemutatott zárt szabályozási rendszer stabilis működésének feltétele most az alábbi lesz:

$$0 < K_p < 18,0494 \quad (4.29)$$

Határozzuk meg a 4.1. ábrán bemutatott zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényét három tipikus erősítési tényező értékre, amelyek legyenek $K_p = 10$ (stabilis), $K_p = 18,04$ (a stabilitás határán), és végül, $K_p = 19$ (instabil viselkedés) értékűek. A számítógépes szimuláció eredménye a 4.3. ábrán látható.



4.3. ábra.

"—" $K_{p_{stab}} = 10$ "..." $K_{p_{krit}} = 18,04$ "-.-.-" $K_{p_{instab}} = 19$

A három tipikus eset minőségi jellemzőit a 4. táblázat foglalja össze és mutatja be.

A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői

4. táblázat

Erősítési tényező, K_p	Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia ω , rad/s
$K_p = 10$	$\lambda_1 = -1,04$ $\lambda_{2,3} = -0,879 \pm 2,7 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = 0,31$	$\omega_1 = 1,04$ $\omega_{2,3} = 2,84$
$K_p = 18,04$	$\lambda_1 = -1,02$ $\lambda_{2,3} = -0,0463 \pm 3,86 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = 1,2 \cdot 10^{-2}$	$\omega_1 = 1,02$ $\omega_{2,3} = 3,86$
$K_p = 19$	$\lambda_1 = -1,02$ $\lambda_{2,3} = -0,0539 \pm 3,96 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = -1,36 \cdot 10^{-2}$	$\omega_1 = 1,02$ $\omega_{2,3} = 3,96$

A 4.3. ábra és a 4. táblázat alapján könnyen belátható, hogy az erősítési tényező $K_p = 10$ értéke esetén a zárt szabályozási rendszer stabilis. Ha az erősítés növekszik, és eléri a $K_{p_{krit}} = 18,04$ értéket, akkor a zárt szabályozási rendszer csillapítási tényezője gyakorlatilag zérusértékűvé válik.

4.3. A repülőgép–vezető $T_{p_{krit}}$ kritikus predikciós időállandójának meghatározása

Határozzuk meg a T_p erősítési tényező azon kritikus értékét, amely esetén a 4.1. ábrán látható szabályozási rendszer instabillá válik. A repülőgép–vezető matematikai modelljét, és a szimuláció során alkalmazott paramétereket az 5. táblázat foglalja össze [8, 9].

A repülőgép–vezető matematikai modellje

5. táblázat

A repülőgép-vezető modelljének típusa	A repülőgép-vezető modelljének átviteli függvénye	A repülőgép-vezető modelljének paramétere
PDH	$Y_{RGV} = K_p (1 + sT_p) e^{-\tau s} \cong$ $\cong K_p (1 + sT_p) \frac{1 - \tau/2 s}{1 + \tau/2 s}$	$\tau = 0,5s$ $K_p = 10$

A 4.1 ábrán látható zárt szabályozási rendszer alapjelre vonatkoztatott eredő átviteli függvénye – tekintettel az 5. táblázat adataira – az alábbi összefüggés alapján határozható meg [2, 3, 4, 5, 6, 9]:

$$W(s) = \frac{Y_{ki}(s)Y_{RGV}(s)Y_{HE}(s)Y_{R.G.}(s)}{1 + Y_{ki}(s)Y_{RGV}(s)Y_{HE}(s)Y_{R.G.}(s)} = \frac{10(1 + sT_p) \frac{1 - 0,25s}{1 + 0,25s} \frac{0,21}{s(s + 0,9)}}{1 + 10(1 + sT_p) \frac{1 - 0,25s}{1 + 0,25s} \frac{0,21}{s(s + 0,9)}} \quad (4.30)$$

$$= \frac{0,21 \cdot (10 + 10sT_p)(1 - 0,25s)}{(s^2 + 0,9s)(1 + 0,25s) + 0,21 \cdot (10 + 10sT_p)(1 - 0,25s)}$$

A zárt szabályozási rendszer karakterisztikus egyenlete most a következő lesz:

$$K(s) = 0,25s^3 + s^2(1,225 - 0,525T_p) + s(0,375 + 2,1T_p) + 2,1 = 0 \quad (4.31)$$

A (4.31) karakterisztikus egyenlet alapján határozzuk meg a stabilitás szükséges feltételeit, amelyek most az alábbiak lesznek:

$$a_1 = 1,225 - 0,525T_p > 0 \rightarrow T_p < 2,3333 \text{ s} \quad (4.32)$$

$$a_2 = 0,375 + 2,1T_p > 0 \rightarrow T_p > -0,1785 \text{ s} \quad (4.33)$$

A (4.32), és a (4.33) egyenletek alapján elmondható, hogy a zárt szabályozási rendszer stabilitásának szükséges feltétele:

$$0 < T_p < 2,3333 \text{ s} \quad (4.34)$$

A továbbiakban vizsgáljuk meg a stabilitás elégséges feltételeit is. A (4.31) karakterisztikus egyenlet együtthatóit felhasználva a zárt szabályozási rendszer Hurwitz-determinánsa a következő módon írható fel:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1,225 - 0,525T_p & 0,21 & 0 \\ 0,25 & 0,375 + 2,1T_p & 0 \\ 0 & 1,225 - 0,525T_p & 0,21 \end{vmatrix} \quad (4.35)$$

Határozzuk meg a zárt szabályozási rendszer stabilitásának elégséges feltételeit: a (4.35) egyenletet felhasználva határozzuk meg a főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsok értékét. A T_p időállandó kritikus értékének meghatározása során azt feltételezzük, hogy a zárt szabályozási rendszer főátlóra támaszkodó algebrai aldeterminánsai zérusértékűek, vagyis:

$$\Delta_1 = 1,225 - 0,525T_p = 0 \rightarrow T_{p_{krit}} = 2,3333 \text{ s} \quad (4.36)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1,225 - 0,525T_p & 0,21 \\ 0,25 & 0,375 + 2,1T_p \end{vmatrix} = 0 \quad (4.37a)$$

$$-1,1025T_p^2 + 2,375625T_p - 0,065625 = 0 \quad (4.37b)$$

$$T_{p_{krit}} = 2,1268 \text{ s} \quad (4.37c)$$

$$T_{p_{krit}} = 0,028 \text{ s}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1,225 - 0,525T_p & 0,21 & 0 \\ 0,25 & 0,375 + 2,1T_p & 0 \\ 0 & 1,225 - 0,525T_p & 0,21 \end{vmatrix} = 0,21 \cdot \Delta_2 = 0 \quad (4.38)$$

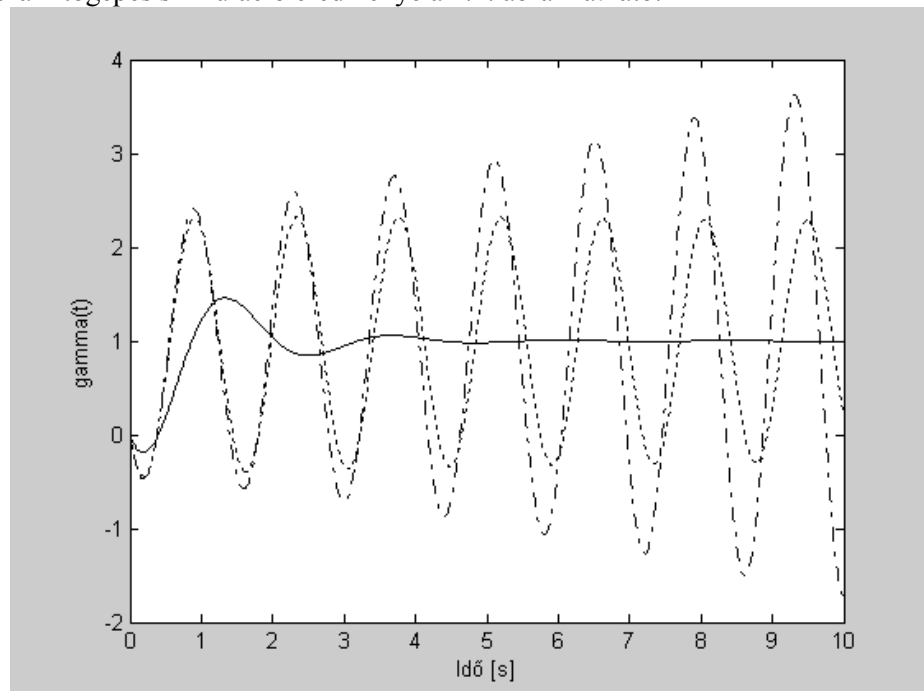
A (4.32)–(4.33), valamint a (4.36)–(4.38) egyenletek alapján a repülőgép-vezető kritikus predikciós időállandójának értéke most a következő lesz:

$$T_{p_{krit}} = 2,1268 \text{ s} \quad (4.39)$$

A (4.38) egyenlet alapján könnyen belátható, hogy a kritikus időállandó belesik a (4.34) egyenlet által is megadott tartományba. Ennek megfelelően a 4.1. ábrán bemutatott zárt szabályozási rendszer stabilis működésének feltétele most az alábbi lesz:

$$0 < T_p < 2,1268 \text{ s} \quad (4.40)$$

Felhasználva a predikciós időállandó értékeit, határozzuk meg a 4.1. ábrán látható zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényét a predikciós időállandó három tipikus értékére, amelyek legyenek $T_{p_{stab}} = 1 \text{ s}$ (stabilis), $T_{p_{krit}} = 2,12 \text{ s}$ (a stabilitás határán), és végül, $T_{p_{instab}} = 2,2 \text{ s}$ (instabil viselkedés) értékűek. A számítógépes szimuláció eredménye a 4.4. ábrán látható.



4.4. ábra.

"—" $T_{p_{stab}} = 1 \text{ s}$

"..." $T_{p_{krit}} = 2,12 \text{ s}$

"-.-.-" $T_{p_{instab}} = 2,2 \text{ s}$

A 4.1. ábrán látható zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a 6. táblázat foglalja össze.

A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői

6. táblázat

Predikciós időállandó, T_p, s	Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia $\omega, \text{rad/s}$
$T_p = 1 s$	$\lambda_1 = -1,04$ $\lambda_{2,3} = -0,879 \pm 2,7 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = 0,31$	$\omega_1 = 1,04$ $\omega_{2,3} = 2,84$
$T_p = 2,12 s$	$\lambda_1 = -0,435$ $\lambda_{2,3} = -0,00641 \pm 4,39 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = 1,46 \cdot 10^{-3}$	$\omega_1 = 0,435$ $\omega_{2,3} = 4,39$
$T_p = 2,2 s$	$\lambda_1 = -0,419$ $\lambda_{2,3} = 0,0696 \pm 4,48 \cdot j$	$\xi_1 = 1$ $\xi_{2,3} = -1,55 \cdot 10^{-2}$	$\omega_1 = 0,419$ $\omega_{2,3} = 4,48$

A 6. táblázat alapján belátható, hogy $T_p = 2,12 s$ esetén a zárt szabályozási rendszer $\lambda_{2,3} = -0,00641 \pm 4,39 \cdot j$ pólusai a komplex síkon – jó közelítéssel – a függőleges tengelyre esnek, így tehát a 4.1. ábrán látható szabályozási rendszer a stabilis működés határára kerül. $T_p = 2,2 s$ esetén a zárt szabályozási rendszer komplex konjugált gyökpárja a komplex sík jobb felére esik: a zárt szabályozási rendszer instabil működésű. E jelenségek a 4.4. ábrán is jól megfigyelhetők.

V. ÖSSZEFOGLALÁS, KÖVETKEZTETÉSEK AJÁNLÁSOK

A témaválasztás, tekintettel az egyre bővülő piaci kínálatra, valamint az e témában születő, nem túl gyakori publikációra, aktuális és fontos. A cikkben a szerző a repülőgép-vezetők tevékenységének matematikai modellezésével foglalkozott. A szerző feldolgozta a témával kapcsolatos fontosabb szakirodalmakat, és összefoglalta és megadta a gyakorlatban alkalmazott reprezentatív átviteli függvényeket.

Bár a repülőgép-vezető többcsatornás irányítási rendszerben vezeti a légi járművet, a szerző egycsatornás irányítási csatornát alapul véve bemutatta,

hogyan az emberi szervezet fiziológiai jellemzői lényeges mértékben kihatnak a zárt szabályozási rendszerek stabilitására. A cikk egy irányítási csatorna tekintetében kimerítő választ ad arra a kérdésre, hogy *a repülőgép-vezető mely paramétere mellett lesz stabil az értékkövető zárt szabályozási rendszer?* Természetesen, a kérdés megválaszolása nem egyszerű, több kitélet is figyelembe kell venni, amelyek közül vegyünk górcső alá néhányat:

- hány irányítási csatornában tevékenykedik a repülőgép-vezető?
- milyen a repülőgép-vezető állapota, repülésre felkészültségének foka?
- milyen szinten képzett a repülőgép-vezető?
- milyen dinamikus tulajdonságokkal bír az irányított rendszer?
- milyen jelleggel viselkedik a követni kívánt referencia jel?
- milyen időjárási körülmények között történik a repülés?
- milyen fedélzeti rendszer támogatja a repülőgép-vezetőt?

Természetesen lehetne még folytatni a feltételek, és kérdések sorát. Megállapítható tehát, hogy a *pilot-in-the-loop* szabályozástechnikai kérdések megválaszolása nem egyszerű, de természetesen bizonyos feltételek rögzítése mellett lehetséges és szükséges is.

A cikkben a szerző bemutatta a holtidő általános matematikai képletét, és annak első, és másodfokú Padé-approximációját. A cikkben a szerző első közelítésben, az elsőrendű approximációt alkalmazott, amely kellő pontosságot és megfelelő egyszerűséget biztosított a vizsgálatok során. Érdekes vizsgálati területet sejtet azonban a másod-, és magasabb rendű Padé-approximáció alkalmazása is.

A repülőgép-vezetők kritikus paramétereinek számítására a cikkben a szerző a klasszikus stabilitásvizsgálati módszerek számossága közül a Hurwitz-módszert alkalmazta. Eme algebrai stabilitásvizsgálati módszer harmad-, magasabb fokszámú karakterisztikus egyenletek esetén is könnyen alkalmazható.

A zárt szabályozási rendszer cikkben is bemutatott stabilitásvizsgálata olyan új alkalmazási területet mutat be, amely segítségével a gyakorlatban akár egy kezdő modellt repülőgép-vezető, aki nem iskolai rendszerben szerezte repülési ismereteit, repülési alkalmassága, vagy alkalmatlansága, megítélhető. Természetesen, e vizsgálatok számos feltétellel bírnak. Mindenesetre, ha a stabilitásvizsgálat szabályozástechnikai feltételei adottak, akkor a kritikus paraméterek meghatározása lényeges előre lépést jelenthet egy olyan területen, amely ugyan kényes kérdést feszeget, viszont következetes alkalmazása lényeges mértékben javíthatja a repülés biztonságát. Így aztán a légi bemutatók résztvevői és a gépmadarak csodálói nyugodtan figyelhetik a fejük felett cikázó pici szerkezeteket.

Megválaszolva a cikk bevezetésében feltett kérdést: mielőtt vásárolunk, előtte tájékozódjunk a képességeinket illetően, és ne csak az anyagi lehetőségeink korlátozzák az új kezdeményezéseinket!

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] McRUER, D. T. – KRENDEL, E. S. *Mathematical Models for Human Pilot Behavior*, NATO Advisory Group for Aerospace Research and Development, AGARDograph N° 188, 1974.
- [2] АСЛАНЯН, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.
- [3] КРАСОВСКИЙ, А. А. – ВАВИЛОВ, Ю. А. – СУЧКОВ, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Изд. ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1986.
- [4] McLEAN, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International, New York-London-Toronto-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.
- [5] DORF, R. C. – BISHOP, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice Hall International, Upper Saddle River, New Jersey, 2001.
- [6] SZABOLCSI, R. *Modern szabályozástechnika*, egyetemi jegyzet, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, 2004.
- [7] SZABOLCSI, R. *Automatikus repülésszabályozás*, egyetemi jegyzet, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, 2004.
- [8] SZABOLCSI, R. *A repülőgép-vezető hagyományos és modern matematikai modellezése a repülőgépek irányítási rendszerében*, „Új évszázad, új technológia – Gripenek a magyar Légierőben”, tudományos konferencia kiadványa, CD-ROM, Szolnok, 2006.
- [9] SZABOLCSI, R. *A repülőgép-vezető repülésbiztonság szempontjából kritikus paramétereinek meghatározása*, Tudományos Közlemények, Debreceni Egyetem, 2006 (megjelenés alatt).