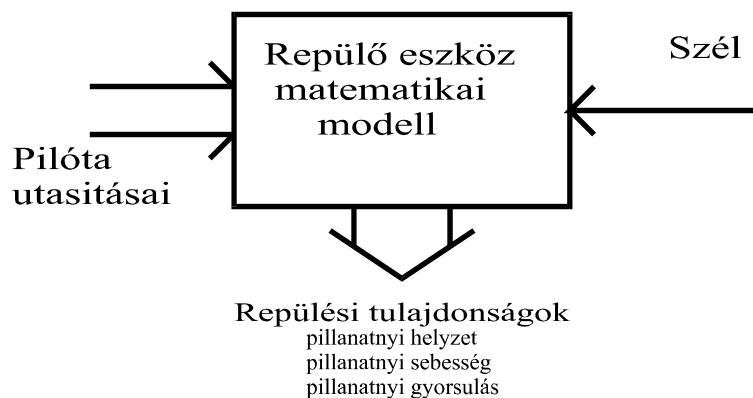


Wühl Tibor

DIGITÁLIS SZABÁLYZÓ KÖRÖK NEMLINEARITÁSI PROBLÉMÁI FIXPONTOS SZÁMÁBRÁZOLÁS ESETÉN

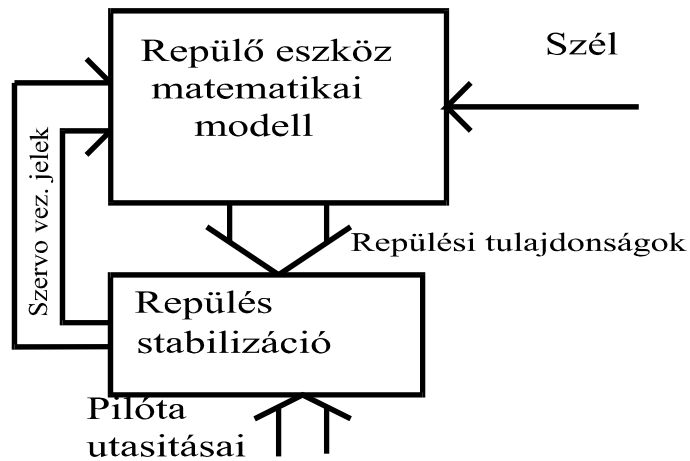
RENDSZERMODELL

A pilóta nélküli repülő eszközök szabályzó körének tervezése során első lépésben a repülő eszköz matematikai modelljét határozzuk meg. A modell helyességét szimulációval ellenőrizzük, megvizsgáljuk, hogy a számítógépes modell „működése” megegyező-e, kellően megközelíti-e a valóságos működést.



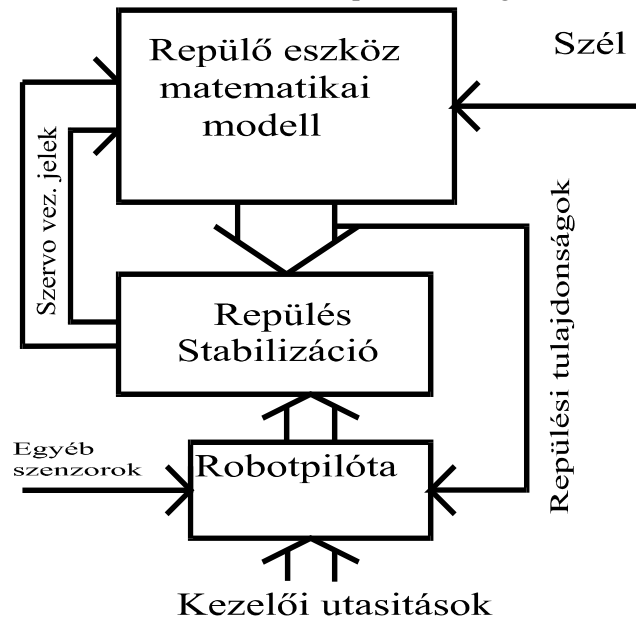
1. ábra. Repülő eszköz matematikai modellje („fekete doboz”)

A repülő eszköz fizikáját helyesen leíró modellhez a repülést stabilizáló berendezést készíthetünk. A repülés stabilizáló számára a visszacsatolást a szimuláció során a repülő eszköz modellje jelenti. A rendszer visszacsatolását a valóságban a repülő eszköz fizikai viselkedése, valamint ezen jellemzőket mérő szenzorok alkotják.



2. ábra. Repülés stabilizátorral kiegészített modell

A repülés tulajdonságait (pillanatnyi helyzet, -sebesség, -gyorsulás) vagy azok részhalmozát a valóságban szenzorok szolgáltatják. A repülés stabilizátorok feladata elsősorban a repülést zavaró körülmények hatásainak csökkentése, valamint a repülő eszköz instabil helyzetbe kerülésének kiküszöbölése. A stabil repülésre felkészített eszköz robotpilótával kiegészíthető:



3. ábra. Robotpilótával kiegészített modell

A 2. és a 3. ábrán látható, hogy a repülés stabilizáló, valamint a robotpilótával kiegészített rendszer többszörös visszacsatolást jelent. Minden visszacsatolás potenciális veszélyforrása a gerjedésnek. A visszacsatolt rendszerek stabilitását számos kritérium alapján vizsgálhatjuk. Visszacsatolt rendszerek esetén a rendszer stabil csak akkor lehet, ha a visszacsatolás negatív. Pozitív visszacsatolás oszcillációt (gerjedést), esetleg egy fix szélső állapotban maradáást, „kiakadást” eredményez.

DIGITÁLIS MEGVALÓSÍTÁS

A szabályzó köröket manapság az esetek nagy részében digitálisan valósítjuk meg. Az időben folytonos eseményekből bizonyos időközönként mintát veszünk, vagyis az „idő tengelyt” diszkrétte tesszük. Ez akkor nem jelent problémát, ha betartjuk a mintavételi tételt (Shannon)[2.]. Ezen felül a mérési eredményeket (bejövő jel minták) és a beavatkozó jeleket (kimenő jel minták) halmazon is diszkrétte tesszük. Fix pontos számábrázolás esetén, ha a bitek száma m , akkor a számábrázolás dinamika tartományát (melyet jelöljünk D -vel) 2^m részre osztottuk. Ekkor egy minta ábrázolásánál a hiba maximálisan

$$\Delta_{\max} = D / 2^m / 2 \quad \text{lesz.}$$

Az ábrázolás okozta pontatlanságot kvantálási hibának nevezzük. Az abszolút hiba a bitszám emelésével csökkenthető, de a hiba mindig jelen lesz.

SZÁMÁBRÁZOLÁSBÓL EREDŐ NEMLINEARITÁSOK

Túlcsordulás nemlinearitás

Túlcsordulásról abban az esetben beszélünk, ha a digitális jelfeldolgozó eszköz valamely pontján -valamely művelet elvégzése során- a kapott eredmény olyan nagy szám lesz, hogy azt nem tudjuk ábrázolni (adott hardver korlát).

Ha valamely szám kiesik az ábrázolási tartományból és helyette valamilyen más, hibás szám kerül ábrázolásra, akkor ez azt jelenti, hogy a rendszerbe zajt viszünk be. A zaj nagysága attól függ, hogy a ténylegesen ábrázolt szám és az ábrázolandó szám között mekkora az eltérés. Az eltérés nagysága függ attól, hogy az adott eszköz úgynevezett túlcsordulási karakterisztikája milyen jellegű.

Kettes komplementes számábrázolás esetén[ 1.] **m** biten a bitek helyértékei:

$$-\delta_0 + \sum_{\mu=1}^{m-1} \delta_{\mu} \cdot 2^{-\mu}$$

A fenti összefüggésben a δ_0 előjelbit, a δ_1 pedig a legnagyobb helyértékű bit (1/2). Az ábrázolható legnagyobb pozitív szám:

$$1 - 2^{-m+1},$$

valamint a legkisebb a -1.

A fentiek alapján 4 biten a következő számok ábrázolhatóak:

sng	1/2	1/4	1/8	
0	1	1	1	0.875
0	1	1	0	0.750
0	1	0	1	0.625
0	1	0	0	0.500
0	0	1	1	0.375
0	0	1	0	0.250
0	0	0	1	0.125
0	0	0	0	0.000
1	1	1	1	-0.125
1	1	1	0	-0.250
1	1	0	1	-0.375
1	1	0	0	-0.500
1	0	1	1	-0.625
1	0	1	0	-0.750
1	0	0	1	-0.875
1	0	0	0	-1.000

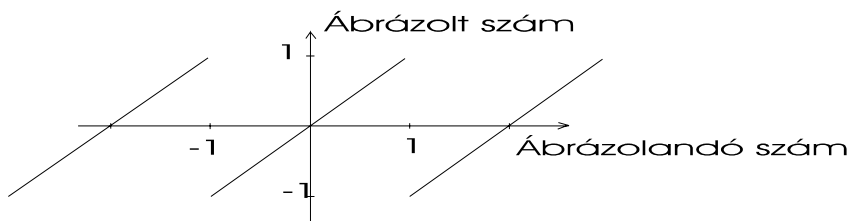
1. táblázat. Fix pontos számábrázolás 4 biten

Abban az esetben, ha a következő összeadást elvégezzük:

$0.875 + 0.125 = 1$, akkor a +1 helyett (mivel az ábrázolási tartományon kívül esik) a -1 kerül ábrázolásra:

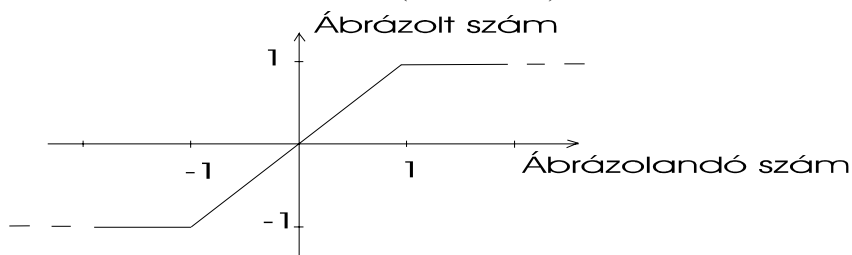
$$\begin{array}{r} 0 \ 1 \ 1 \ 1 \\ + \quad 0 \ 0 \ 0 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array} = -1.000 .$$

A túlcordulási karakterisztika a következőképpen alakul:

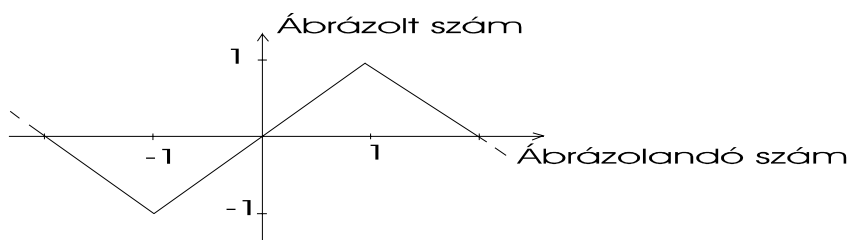


4. ábra "Modulo" túlsordulási karakterisztika

A 4. ábra szerinti túlsordulás a nulla bemenőjel stabilitást veszélyezteteti [1.]. A "pszeudo"-passzivitás megtartható, így a stabilitás megmarad, az alábbi két túlsordulási karakterisztika esetén (5. és 6. ábra)



5. ábra "Telítéses" túlsordulási karakterisztika



6. ábra "Háromszög" túlsordulási karakterisztika

Kvantálásból eredő nemlinearitás

Abban az esetben, ha két m biten fixpontosan ábrázolt számot összeszorozunk, akkor az eredmény ábrázolásához a legrosszabb esetet feltételezve kétszer annyi bitre van szükségünk ($2 * m$). Az előálló kétszeres hosszúságú mintát csakis úgy tudjuk visszavezetni a digitális jelfolyamba, ha helyreállítjuk az előző m bitből álló szóhosszúságot. Az eredeti szóhosszúság kvantálással állítható helyre, melyet technikailag matematikai kerekítéssel, csonkolással vagy abszolút érték csonkolással valósíthatunk meg.

Esettanulmányként szorozzunk össze kettő, 4 biten kettes komplement kódban ábrázolt számot (1. táblázat figyelembevételével):

$$0.875 * 0.500 = 0.4375 \text{ vagyis: } 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \text{ –t kapjuk,}$$

ezt csonkoljuk 4 bitre: $0\ 0\ 1\ 1$, ami megfelel: 0.375-nek.

Nézzük azt az esetet, ha negatív az eredmény:

$$0.875 * -0.500 = -0.4375 \text{ vagyis: } 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \text{ –t kapjuk,}$$

ezt csonkoljuk 4 bitre: $1\ 1\ 0\ 0$, ami megfelel: -0.500-nek.

Az első példában az ábrázolt szám a kvantálás után a nullához közelebb, míg a második esetben a nullától távolabb került. Abban az esetben, ha a „számfolyamot” jelfolyamnak feleltetjük meg, akkor azt mondhatjuk, hogy a jel teljesítményét a kvantálás megemelte. Ha ez a jelteljesítmény emelkedés a visszacsatoló körben következik be, a stabilra tervezett visszacsatolást instabillá teheti, a visszacsatolt szabályzó kör begerjedhet. A gerjedt állapot még a bemenő jel lekapcsolása után is megmaradhat, ezt nevezzük határ oszcillációnak vagy határciklus jelenségnek. A fentiekből látható, hogy még a gondos tervezőmunka ellenére is előállhatnak nem kívánt, a stabilitást veszélyeztető jelenségek. Ezen jelenségek leghatékonyabban számítógépes szimulációval mutathatóak ki. A szimuláció a fejlesztés során többletmunkaként jelentkezik, de az szinte minden esetben megtérül!

Irodalom:

- [ 1.] ALFRED FETTWEIS - KLAUS MEERKÖTTER
Suppression of Parasitic Oscillation in Wave Digital Filters
IEEE VOL. CAS-22, NO. 3, March 1975
- [ 2.] ZOMBORY LÁSZLÓ - VESZELY GYULA
Villamosságtan, Diszkrét idejű hálózatok és rendszerek
Tankönyvkiadó, Budapest 1991