ÜZEMELTETÉSI FOLYAMAT IRÁNYÍTÁSI MODELLEZÉSE

Kavas László mérnök őrnagy
egyetemi tanársegéd
Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem
Bolyai János Katonai Műszaki Főiskolai Kar
Repülő Sárkány – Hajtómű Tanszék

A légi járművek üzemeltetési folyamata egy, a körülmények és az üzemeltetési intenzitás által befolyásolt véletlen folyamat. A folyamatot műszaki beavatkozásokkal irányítjuk. A tanulmány bemutatja a véletlen üzemeltetési folyamatnak irányított Markov folyamattal történő modellezését. A modell felhasználható a műszaki üzemeltetési folyamat irányítására, azaz költségoptimálásra.

BEVEZETÉS

A repülőgépek üzemeltetése egy, jól körülhatárolt diszkrét üzemeltetési állapotokra bontható, sztochasztikus folyamat, melynek célja az üzemeltetés tárgyát képező objektum műszaki állapotának megfelelő, előírt biztonsági követelményeket garantáló szinten tartása adott (maximált) költségráfordítás mellett. A korszerű, állapot szerinti üzemeltetés a feladatot úgy oldja meg, hogy az üzemeltetési folyamatnak, az üzemeltetett műszaki objektum állapotának periodikus ellenőrzésére épülő optimális irányítását meghatározza. Az irányítás automatizálásához szükséges a megfelelő modell létrehozása. Mivel az egyes üzemeltetési állapotból való távozás független az azt megelőző állapotoktól és azok sorrendjétől (azaz a folyamat utóhatásmentes), az üzemeltetés matematikailag folytonos idejű, diszkrét állapotterű Markov folyamatnak tekinthető. Ez a sztochasztikus folyamat pedig Markov lánccal approximálható.

A MARKOVI MODELL

Az üzemeltetett repülőgép műszaki állapotát valamilyen jellemző paraméter-vektorának időszakos, automatizált mérésével ellenőrizzük. Legyen ez a paraméter vektor esetünkben $\underline{y}(t)$. Az $\underline{y}(t)$ lehetséges terét feloszthatjuk m darab S_i , i = 1, 2,.....m $S_i \cap S_j = 0$ i, j állapotra. Jelölje S_1 a repülőgép legjobb, (új), S_m pedig a legrosszabb (meghibásodott) állapotát. Diagnosztikai mérések alapján minden t = 1, 2, ... időpillanatban egyértelműen meghatározható, hogy az üzemeltetett repülőgép éppen milyen S_t állapotban van. Tegyük fel, hogy az objektum egy adott S_i állapotból egy másik S_j állapotba való átmenetét a következő átmenet-valószínűség írja le:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P\{S_{t+1} = j \mid S_t = i\}}{\Delta t} = q_{ij}, i, j, \in [1, m] \qquad (1)$$

Természetesen ebből következik, hogy

$$\sum_{j=1}^{m} q_{i,j} = 1, \forall \; i = 1, 2, ...m \qquad (2)$$

$$q_{i,j} \geq 0, \forall \; i,j = 1, 2,.....m \qquad (3)$$

Mivel a repülőgép üzemeltetése fizikai értelemben az S_1 állapotban kezdődik

$$P\{S_i = 1 \mid t = 0\} = 1, \qquad (4)$$

és az bármely állapotban meghibásodhat.

$$q_{i,m} \geq 0, i = [1, m-1] \qquad (5)$$

de az objektum meghibásodása esetén a következő t + 1 időre már

$$q_{mm} = 1, q_{mj} = 0, \forall \; j = 1, 2,....m-1 \qquad (6)$$

értékkel kell számolni.

A műszaki üzemeltetés során minden mérés és állapot meghatározás után megfelelő irányítási stratégiát kell választani. Tehát S_i i = [1, m-1] esetén olyan döntést (tevékenységet) valósítunk meg, hogy hatására az objektum állapota vagy maradjon S_i állapotban, vagy kerüljön S_j (j < i) állapotba. S_m elérésekor javítást, felújítást rendelünk el.

A döntésekkel kapcsolatban elmondható, hogy egy d_{jj} állapotirányításra vonatkozó döntés hatására az objektum (repülőgép) valamely

$$D_{ij} = P\{ d_{ij} \},\ \sum_{j=1}^{m} D_{ij} = 1,\ \forall\ j = 1, 2, \ldots m \tag{6}$$

valószínűséggel tér át egy új j állapotba.

Az irányítási döntések végrehajtásával az objektum állapota a

$$\Pi_{ij} = \sum_{r=1}^{m} q_{ir} D_{rj},\ i,j \in [\,1, m\,],\ \sum_{j=1}^{m} \prod{}_{ij} = 1,\ \forall\ j = 1, 2, \ldots m \tag{7}$$

stacionárius átmenetvalószínűség-sűrűségekkel kifejezhető módon változik. Ugyanakkor a d_{ij} döntés mindig csak az éppen meghatározott S_t állapottól függ, és független az azt megelőző S_{t-1}, S_{t-2}, állapotoktól. Az objektumnak az S_i i = 1, 2, ... m állapotokban való tartózkodási ideje exponenciális eloszlású, az állapotváltozások ideje elhanyagolhatónak tekinthető. Mindezekből az következik, hogy az üzemeltetési folyamat lényegében egy irányított, folytonos idejű, diszkrét állapoterű, ergodikus Markov folyamat, amelyre a Kolmogorov-féle differenciálegyenlet rendszer:

$$\frac{dPi(t)}{d(t)} = -Pi(t) \sum_{j=1}^{m} \prod{}_{ij} + \sum_{j=1}^{m} P_j \,/\, t \,/ \prod{}_{ji} \quad ,\ i \in [\,1, m\,] \tag{8}$$

ahol: $P_i(t)$ annak valószínűsége, hogy a folyamat t- kor pontosan az S_i-nek megfelelő állapotban van.

Feltéve, hogy az üzemeltetési folyamatot homogén, beállt folyamatnak tekintjük ($P_i(t) = P_i$= áll), a (8) egyenlet helyett a (7) egyenletet is figyelembe véve az alábbi algebrai egyenletrendszert kapjuk:

$$P_i = \sum_{j=1}^{m} P_j \prod{}_{ji} \quad ,\ i \in [1, m\,] \tag{9}$$

melyet a

$$\sum_{j=1}^{m} P_i = 1 \tag{10}$$

normáló egyenlettel kiegészítve kapjuk a műszaki üzemeltetési folyamat markovi modelljének matematikai leírását.

AZ OPTIMÁLIS ÜZEMELTETÉS

A műszaki üzemeltetési folyamat irányítása akkor tekinthető optimálisnak, ha minimális költségráfordítással jár.
A költségeket alapvetően három féle [1] átlagköltségként adhatjuk meg:

- C_{kj}^{D} — az S_j állapot diagnosztizálásának költsége, feltéve, hogy az objektum az S_k állapotból kerül az S_j-be;
- C_{kj}^{S} — az objektumnak az S_k és az S_j állapotokba kerülésével járó kültségek;
- C_{ik}^{d} — az S_i állapotba való tartózkodás költsége, feltéve, hogy az objektum a D_{ij} irányítási döntés hatására került az S_i állapotból az S_k-ba.

Amennyiben az üzemeltetési folyamatot eléggé nagy (végtelen hosszú) időintervallumba vizsgáljuk, és feltételezzük, hogy egy-egy lépésben (mérések között) csak egy állapotváltás következik be, úgy az optimális irányítás feltétele, hogy az átlagos költségeket (a költségek várható értékét)

$$M[C] = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} P_i D_{ik} q_{kj}\left(C_{kj}^{D} + C_{kj}^{S}\right) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} P_i D_{ik} C_{ik}^{d} \tag{11}$$

minimalizáljuk.

Ennek a kifejezésnek az első része az állapotba kerülés és annak diagnosztizálásával, míg a második része az irányítási döntés végrehajtásával kapcsolatos költség. A (11) egyenlet lényegében az ergodikus Markov-lánccal modellezett üzemeltetési folyamat egy diszkrét lépésében várható költségráfordítás értéke, mely az időegységre jutó fajlagos költség minimalizálásával nyerhető. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a folytonos idő helyett diszkrét idejű diszkrét állapoterű folyamattal van dolgunk.

A MEGOLDÁS

A feladat megoldásában nehézséget jelent, hogy egyelőre ismeretlenek a P_i értékek. Ezt különböző irodalmak javaslata alapján az

$$X_{ik} = P_i D_{ik} \tag{12}$$

kifejezés bevezetésével kerüljük ki. A feladat megoldása így a (11) egyenlet helyett az

$$M[C] = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} X_{ik} q_{kj}\left(C_{kj}^{D} + C_{kj}^{S}\right) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} X_{ik} C_{ik}^{D} = \min \tag{13}$$

alakban írható fel.

A (12) felhasználásával a (9) és a (10) egyenletek is átírhatók új, diszkrét alakban. Ennek érdekében képezzük a

$$\sum_{k=1}^{m} X_{ik} = \sum_{k=1}^{m} P_i D_{ik} = P_i \sum_{k=1}^{m} D_{ik} \tag{14}$$

összeget, melyből a (6) egyenlet figyelembe vételével a

$$P_i = \sum_{k=1}^{m} X_{ik} \tag{15}$$

kifejezést kapjuk. Ezt felhasználva az irányított ergodikus Markov folyamatra a Kolmogorov-féle differenciálegyenlet rendszer helyett az alábbi összefüggéseket kapjuk:

$$\sum_{k=1}^{m} X_{ik} = \sum_{k=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{m} X_{jk}\right) q_{jk}, \ \mathrm{i} = 1, 2, \ldots \mathrm{m}, \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} X_{ik} = 1 \tag{16}$$

A (13) és (16) egyenlet rendszereket pl. dinamikus programozással megoldva már meghatározhatjuk a (13) egyenlet minimumát biztosító X_{ik} értékeket. Ez utóbbiak ismeretében pedig minden k-ra és i-re megadhatjuk az optimálisnak tekinthető irányítási stratégiát:

$$D_{ik} = \frac{X_{ik}}{\sum_{k=1}^{m} X_{ik}} \tag{17}$$

A vázolt eljárás előnye, hogy az optimális irányítási stratégiát elegendő egyszer, illetve a rendszer esetleges változásait figyelembe véve pl. évente meghatározni.

A

$$\underline{\underline{D}} = \left(D_{ik}\right), \text{ i, k} = 1, 2, \ldots \text{ m} \tag{18}$$

mátrix azt az optimális üzemeltetési stratégiát tartalmazza, amely lehetőséget ad műszaki üzemeltetési folyamat állapotdiagnosztikára épülő automatizált irányítására.

ÖSSZEFOGLALÓ

A vizsgálatok egyértelműen bebizonyították, hogy a műszaki üzemeltetési folyamatot fel lehet fogni az üzemeltetésben lévő objektum műszaki állapotának időszakos mérései alapján végrehajtott szabályozásaként. Ilyen szempontból a folyamat, mint irányított, ergodikus Markov-folyamat jelenik meg. Az optimális irányítás feltétele, hogy minimalizáljuk az egy lépésre jutó közepes költségek összegét.

A kidolgozott modell alkalmazásakor bebizonyosodott, hogy az alkalmazásba vétel feltétele az objektum „viselkedését” leíró megfelelő a priori információ mennyiség, a műszaki állapot egyértelmű diagnosztizálhatóságának megoldása, és a költségeknek a szükséges mértékű súlyozása.

FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] BARZILOVICS Je.Ju., VOSZKOBOJEEV V.F. Ekszpluatacija aviacionnüh szisztem po szosztojányiju, Moszkva „Transzport” 1981.

[2] FU K.S. Sequentiali Methods in Pattern Recognition and Mashine Learning, Academic Press, New York – London 1968.
[3] Fedélzeti tanácsadó rendszer és állapot szabályozás irányítása közforgalmi repülőgépek üzemanyag-fogyasztása érdekében (K+F téma kutatási jelentése), KM. Légiforgalmi és Repülőtéri Igazgatóság, Repüléstudományi Központ, Budapest, 1985.
[4] Dr. POKORÁDI László: A Markov-folyamatok elméletének alkalmazása a repülőgép üzemeltetési folyamatainak vizsgálatára. Repüléstudományi és Kiképzési Közlemények, Szolnok, 1994.
[5] Dr. ROHÁCS József: Műszaki üzemeltetési folyamat optimális irányítása Markovi-modellek alapján. Automatizálás 86 konferencia, Nyíregyháza 1986.
[6] ZAJESENKO Ju. P., Sumilova Sz.A. Isszledovanyije operacij Kijev „Vüss Skola" 1984.

The process of operation of aircraft is a caused process influenced by the circumstances and intensity of operation. These process is controlled by any technical intervention. The lecture shows the construction of model with Markov process of the caused operation process.