

# REPÜLŐGÉP MOZGÁSÁNAK SZABÁLYOZÁSTECHNIKAI VIZSGÁLATA ÉS TERVEZÉSI LEHETŐSÉGEI

**Kulcsár Balázs**

**Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Közlekedésmérnöki Kar Közlekedésautomatikai tanszék**

*A repülőgép-vezetés egyes folyamatainak és sok más repülőgépi berendezés működésének automatizálása jelentős mértékben megkönnyíti a pilóta munkáját. A cikk útmutatást ad a repülőgép mozgásának irányítástechnikai alapkérdéseire, és egy példa segítségével bemutatja annak alkalmazási lehetőségét. A repülőgép mozgása egy LTI dinamikus rendszerrel modellezhető, melyet irányítani kell. Az irányítástechnika központi kérdésköréhez tartozik a stabilitás, és egyéb szabályozástechnikai minőségi jellemzők analízise és szintézise.*

## A REPÜLÉSI ÜZEMMÓDOKHOZ TAROZÓ ÁLTALÁNOS SZABÁLYOZÁSI HATÁSVÁZLATOK BEMUTATÁSA

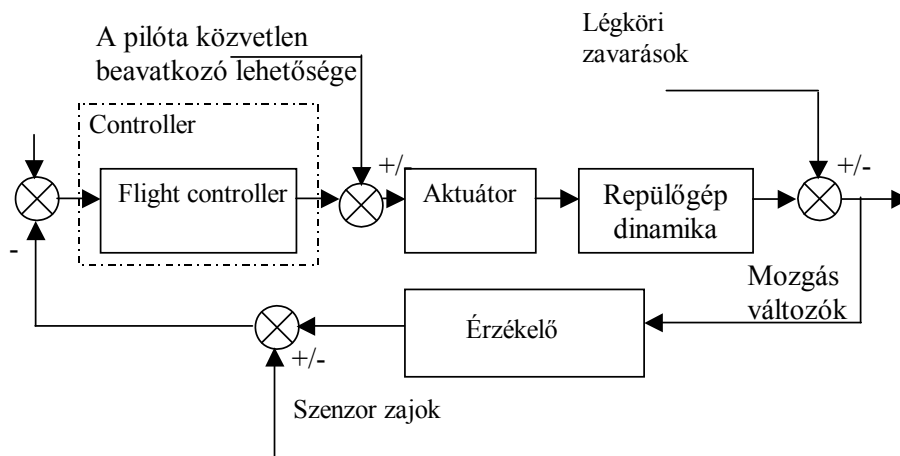
A repülőgép vezetésekor szükség van a légi jármű vezérlésére és szabályozására is, összefoglalóan irányítására. Vezérlés esetében a vezérelt rendszer nem hat vissza a vezérlő bemenetre, ezért nyitott hatásvázlatról beszélünk. A repülőgép mozgásának automatikus irányítása egy zárt szabályozási hurokban történik, ahol a rendszer kimenő jeleit visszacsatoljuk a bemenetre.

A hatásvázlatok legelterjedtebb ábrázolási módja a blokkdiagramokból felépített folyamatábrás ábrázolási mód. A folyamatban a jelek a nyilak irányában különbségképző szerveken, alrendszereken haladhatnak keresztül.

A repülőgép esetében a szabályozási hatásvázlat a 2. ábrán látható módon alakul. A beállított alapjel (magasság, sebesség, dőlés-, bólintás-, irányszög stb.) egy, a kívánt jellel arányos feszültség. Az érzékelő által mért elektromos jelet egy összegző-erősítőn hasonlítják össze a referencia értékkel. Az aktuátor a feszültség szintnek

megfelelő módon kitéríti a kormány szervet. A kitérés hat a repülőgép egész dinamikájára, melyből a szükséges paramétereket (magasság, sebesség, dőlés-, bólintás-, irányszög, stb.) a szenzor segítségével visszacsatoljuk.

A feladat magának a *flight controller*nek az elkészítése, mely azt jelenti, hogy a repülés pillanatnyi állapotából kinyert fizikai paraméterek, valamint az általunk definiált és egyéb előírt kritériumok segítségével történő szabályozást kell készíteni.



2. ábra

A repülőgép szabályozásának általános hatásvázlata

## A REPÜLŐGÉP MOZGÁSEGYENLETEINEK VIZSGÁLATA

A repülőgépet, pontosabban annak mozgását mozgási és nyomatéki egyenletekből építjük fel. A repülőgépet merev testként feltételezve hat szabadságfokot veszünk figyelembe, melyekhez tartozó egyenleteket két csoportra osztjuk. Amikor a repülőgép mozgásának szabályozásáról beszélünk, általában egyensúlyi pont körüli kis megváltozásokat vizsgálunk. Egy egyensúlyi pontra felírt mozgásegyenletet vagy linearizálunk, vagy a nemlineáris mozgásra tervezünk szabályozót. Ebben a cikkben

az mozgásegyenleteket linearizáljuk, oly módon, hogy derivatív tényezőket képzünk, tehát az egyes mozgásváltozók szerint az erő, vagy nyomaték megfelelő komponensét parciálisan differenciáljuk. Így lényegében egy Taylor-sorbafejtést végzünk (a sor első elemét felhasználjuk, a többit elhanyagoljuk), és lineáris függvénykapcsolatot alkotunk a mozgási és nyomatéki egyenletek két oldala között. A mozgásegyenletek nagymértékben egyszerűsíthetők. Az egyenlet-rendszereket, a bennük szereplő paraméterek alapján hosszirányú (longitudinális) és harántirányú (laterális) alcsoportra bontják [5].

## **SZABÁLYOZÁSTECHNIKAI ALAPOK ÉS A SZABÁLYOZÁS MINŐSÉGI JELLEMZŐI**

### **A RENDSZER FOGALMA**

A rendszer egy olyan objektum, mely az őt ért hatásokra reakciót fejt ki. Egy rendszer (pl. repülőgép) az őt ért gerjesztésre (pl. gázkar mozgatása) válaszol (pl. sebességnövelés). A rendszer dinamikus és statikus felosztása ismeretes. A dinamikus rendszerek állandósult állapotban statikus rendszerként viselkednek. A dinamikus rendszerek lehetnek lineáris, vagy nem lineáris (pl. egy repülőgép hosszirányú mozgása) tulajdonságúak. Továbbá fontos kritérium, az időinvariáns tulajdonság, azaz a rendszer dinamikus viselkedése független legyen az időtől. Vizsgálatunkban szintén kritérium a kauzalitás, mely a rendszer jövőtől való függetlenségét írja le. Összességében SISO, lineáris, időinvariáns, kauzális rendszereket tekintünk,  $u(t)$  bemenettel, és  $y(t)$  válaszfüggvénnyel.

### **A STABILITÁS FOGALMA**

Ha a szabályozott, SISO, lineáris időinvariáns rendszer nem stabil, tehát a BIBO stabilitás szerint korlátos bemenő jelre nem korlátos kimenő jelet ad, olyan szabályozót kell terveznünk, amely stabilizálja rendszert. A bemenő jel korlátossága amplitúdó, vagy energiakorlátosságot jelent.

A rendszer stabil, ha átviteli függvényének pólusai a baloldali komplex félsíkon helyezkednek el azaz:

$$\begin{aligned} W(s) &= L\{w(t)\} \\ \operatorname{Re}(p_i) &< 0, \forall i \end{aligned} \quad (1)$$

ahol  $p_i$  a  $W(s)$  pólusait jelenti,  $W(s)$  a súlyfüggvény Laplace transzformáltja. A szabályozási körök stabilitásvizsgálata a felnyitott szabályozási kör hurokátviteli függvényének pólusaira alkalmazott (1) BIBO stabilitást jelent.

## SZABÁLYOZÁSOK MINŐSÉGI JELLEMZŐI

Általános elvárás egy értéktartó szabályozás esetében, hogy a szabályozott jellemzőt minden zavaró hatás ellenére a megfelelő értéken tartsa. Követő szabályozás esetében (pl. előre megadott irányszög), a jellemző az alapjelet kövesse. A szabályozási eltérés ( $x_{SE}$ ) legyen a lehető legkisebb. A szabályozási idő ( $T_s$ ) legyen minnél kisebb. Szintén idetartozik a túllendülés, a lefutás alatti lengések számának minimalizálása.

## SZABÁLYOZÁSI KÖRÖK SOROS KOMPENZÁCIÓJA

Ha a szabályozási körben a szabályozott rendszer elé kompenzátort, szabályozót iktatunk be, soros kompenzációról beszélünk. A kompenzációk átviteli tulajdonságai alapján megkülönböztetünk arányos (P), arányos-integráló (PI), arányos-differenciáló (PD) és arányos-integráló-differenciáló (PID) típusút.

A P szabályozó szabályozási eltérést hordoz magában. A PI esetén az integráló hatás miatt nincs szabályozási eltérés. A PD kompenzátor a szabályozási idő csökkentését okozza, a szabályozási eltérést nem befolyásolja. Látható, hogy a kompenzátorok közül a PID tartalmazza mind a három kompenzátor pozitív tulajdonságát.

## ÁLLAPOTTÉR REPREZENTÁCIÓ

A rendszer állapota egy  $t_0$  időpontban az az információ, mely  $u(t)$  bemenőjel ismeretében  $t \geq t_0$  a rendszer válaszát  $y(t)$  meghatározza. Tehát egy dinamikus rendszer ger-

jesztő jele először a rendszer állapotterét alakítja ki, majd a válaszfüggvény jelenik meg a bemenet hatása. Az állapotteret állapot-dinamika, és megfigyelési egyenletekre bonthatjuk:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{2}$$

ahol  $u \in \mathfrak{R}^r$  a gerjesztőjel,  $y \in \mathfrak{R}^p$  kimenő jel,  $(A,B,C,D)$  paraméter mátrixok,  $x \in \mathfrak{R}^n$  az állapot vektorok. Egy rendszer állapotteret reprezentációja, mint vektordifferenciál-egyenlet rendszer, levezethető a rendszer átviteli függvényéből. SISO rendszerek esetében  $r=1$  és  $p=1$  áll fenn. A kapcsolatot folytonos esetben a (3) egyenlet mutatja:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \tag{3}$$

## ÁLLAPOTTÉR REPREZENTÁCIÓK TULAJDONSÁGAI

Ha az  $A$  mátrix karakterisztikus egyenlettel jellemzett sajátértékei a baloldali komplex félsíkon vannak, a rendszer stabil.

Az állapot megfigyelhetőség azt jelenti, hogy a rendszer jövőbeli bemeneti és kimeneti függvényeinek ismeretében meghatározható minden  $x(t)$  állapot, ha  $t \geq t_0$ .

Az állapot irányíthatóság azt jelenti, hogy találunk olyan  $u(t)$ ,  $t \geq 0$ , input függvényt, amivel a rendszert véges idő alatt tetszőleges  $x(t_1)$  állapotba juttatom.

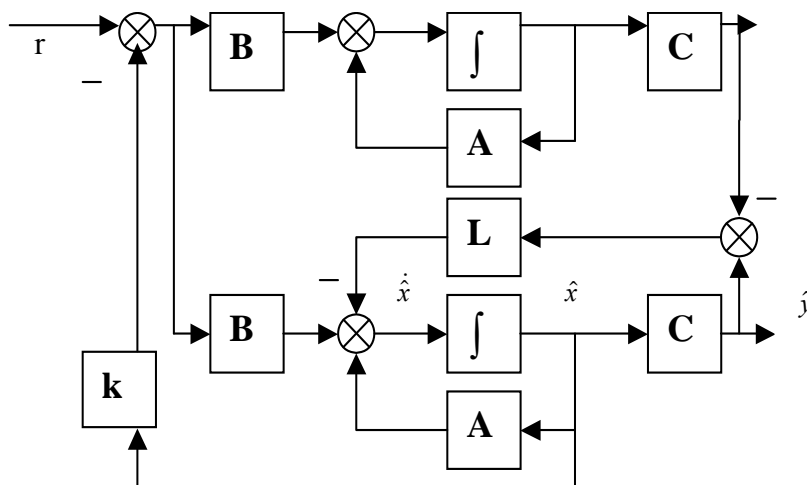
Mind az állapot irányíthatóságnak, mind az állapot megfigyelhetőségnek több ekvivalens definíciója van. Ebben a cikkben az algebrai Kalman-féle rangfeltételt használom (4).

$$\begin{aligned} \text{rang}(O_n(C,A)) &= \text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = \dim x(t) \\ \text{rang}(C_n(A,B)) &= \text{rang} \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \dim x(t) \end{aligned} \tag{4}$$

Ha mind a két rangfeltétel teljesül a rendszer minimális.

## ÁLLAPOT VISSZACSATOLÁS ÉS MEGFIGYELŐ

Módosíthatjuk a rendszer dinamikáját állapot visszacsatolással, amennyiben a rendszer irányítható. Ekkor egy  $k$  erősítési tényezőjű visszacsatolást kell tervezni úgy, hogy  $u = -k^T x + v$ , ahol  $v(t)$  egy külső alapjel.



4. ábra

A kombinált állapot-megfigyelő blokkvázlata.

Mivel a 4. ábrán látható módon a visszacsatolás csak abban az esetben tehető meg, ha az  $x(t)$  állapotokat mérni tudjuk, azaz meg kell figyelni, rekonstruálni kell az állapotokat. Ha a rendszer megfigyelhető állapot megfigyelőt alkalmazhatunk. Statisztikai becslésen (feltételes várható érték) alapuló megfigyelőt Kalman szűrőnek hívjuk. A megfigyelt állapotokat felhasználjuk a dinamikus rendszer paramétereinek módosítására (4. ábra).

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + \ell\{y(t) - \hat{y}(t)\} \\ \hat{y} &= c^T \hat{x}(t) \end{aligned} \tag{5}$$

ahol a kalappal jelölt állapotok a megfigyelt állapotok.

A  $k$  visszacsatolás mértékét érdemes optimalizálni [4]. Ha a rendszerünket modellezzük, és olyan szabályozót kívánunk tervezni, amely mind a modell mind a tényleges dinamikát stabilizálni képes robusztus szabályozót alkotunk [2, 4].

## ALKALMAZÁSI PÉLDA

Az L—29, Delfin repülőgép hosszirányú mozgásának folytonos állapottere (SISO):

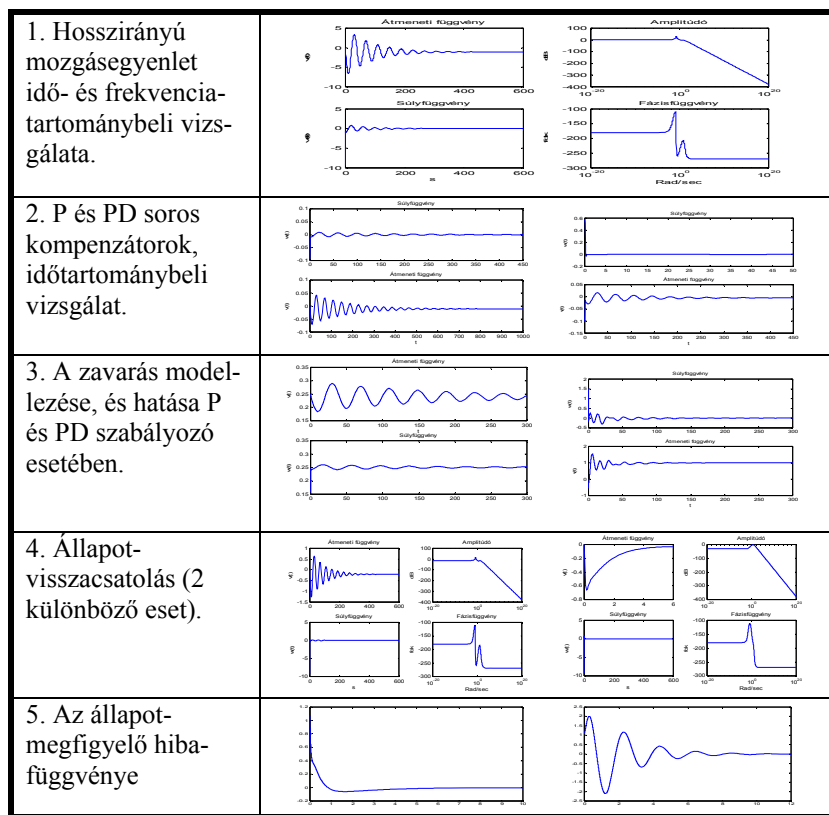
$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0217 & 0.0535 & 0.2324 & -9.806 \\ 0.2539 & -5.7307 & 71.9102 & -0.0239 \\ 0.1524 & -1.5128 & -14.0437 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -11.9686 \\ -328.152 \\ -119.2673 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_E \quad (6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.07785 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

ahol:  $u$  a repülőgéphez rögzített koordináta-rendszer  $x$  irányú sebessége,  $q$  a repülőgéphez rögzített koordináta-rendszer  $y$  irányú szögsebessége,  $w$  a repülőgéphez rögzített koordináta-rendszer  $z$  irányú sebessége,  $\delta_E$  a magassági kormány-felület kitérítését,  $\theta$  a bólintási szöget.

A rendszer bemenő jele a magassági kormány kitérítése, a kimenő jele a bólintási szög. Az 5. ábra 1. sorában láthatjuk a szabályozó nélküli modell súly-, átmeneti függvényeit, valamint Bode diagrammját. A repülőgép önmagában stabil viselkedést mutat. Célom a minőségi jellemzők javítása.

Az arányos  $\frac{1}{100}$  és a PD esetében  $\frac{1}{100} + \frac{0.04}{10}$ s megalkotott szabályozók viselkedését zavarás nélküli, valamint zavart állapotban a I. táblázat adja meg.



5.ábra  
Tervezési eredmények

Mindkét szabályozó esetében, zavarással (mely zavarást a egységugrás függvényvel) valósítottam meg, és zavarás nélkül is lecseng a súlyfüggvény, és az I. táblázatban szereplő túllendülési és beállási értékekkel szabályoz.

A rendszer pólusait állapot-visszacsatolással módosítottam. A pólusok áthelyezése mutatott rá arra a tényre, hogy az adott esetben a rendszer lengését nagymértékben a zérushoz közelebbi pólusok adják.

$$\begin{aligned}
 p_1 &= [-29.8870 \pm 9.5620i \quad -0.0110 \pm 0.1589i] \\
 p_2 &= [-9.8870 \pm 9.5620i \quad -1.0110 \pm 0.1589i]
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

## REPÜLŐGÉP MOZGÁSÁNAK SZABÁLYOZÁSTECHNIKAI VIZSGÁLATA ÉS TERVEZÉSI LEHETŐSÉGEI

Az állapot-megfigyelő tervezése során szintén ügyelnünk kell a megfigyelő pólusainak helyes megválasztására. A megfigyelő hibafüggvényének időbeli változása az 5. ábra 5. sorában található. A megfigyelő pólusait a (8) egyenlet mutatja.

$$\begin{aligned} q_1 &= [-0.5 \quad -20 \quad -14 \quad -2.5] \\ q_2 &= [-0.5+3i \quad -0.5-3i \quad -14 \quad -2.5] \end{aligned} \quad (8)$$

Zavarás nélkül	Zavarással
-0.0108/744%/781s	-0.257/226%/291s
-0.0043/800%/447s	-0.253/242%/89.5s

### I. táblázat

P és PD szabályozás minőségi paraméterei (állandósult állapot, túllendülés, beállási idő).

## ÖSSZEFOGLALÁS

A repülőgép hosszirányú mozgását leíró dinamika alapjába véve stabilitást mutat.

Az önmagában stabilis dinamikát, szabályozók megválasztásával minőségi paramétereiben pontosítani lehetett. A tervezett megfigyelő állapotait vissza lehet csatolni, így további szabályozási tervezési feladatoknak alapjául szolgálhat.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Dr. Kurutz Károly Szabályozástechnika I, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1993.
- [2] Dr. Bokor József, Bevezetés az állapotter elméletbe, kézirat, Budapest, 1994.
- [3] Dr. Tuschák Róbert, Szabályozástechnika, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998.
- [4] Kemin Zhou, John C. Doyle, Keith Glover, Robust and optimal control, Prentice Hall, London
- [5] Donald McLean, Automatic Flight Control Systems, Prentice Hall, London.

*The automation of the operation of the aircraft equipment lightens and diminishes the manipulation of the pilot during the flight. This article gives some introduction about the fundamental aspects of the control theory using by an aircraft control, and it shows the possibility of an application through an example. The movement of an aircraft can be modeled with a linear time invariant dynamic system, which must be controlled by a flight controller. The main goal of the control theory is the stability. This article contains the synthesis and analysis of the stability and other qualitative control parameter of the flight control.*