KIS TELJESÍTMÉNYŰ GÁZTURBINA SZABÁLYOZÁSÁNAK MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

AILER PIROSKA
PHD. HALLGATÓ
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI KAR
REPÜLŐGÉPEK ÉS HAJÓK TANSZÉK

EBBEN A MUNKÁBAN EGY, A BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM REPÜLŐGÉPEK ÉS HAJÓK TANSZÉKÉN MŰKÖDTETETT ÉS VIZSGÁLT KIS TELJESÍTMÉNYŰ GÁZTURBINA SZABÁLYOZÁSÁNAK MATEMATIKAI MODELLJÉT KÉSZÍTEM EL. A KLASSZIKUS SZABÁLYOZÁSTECHNIKÁBAN [2, 5] HASZNÁLATOS MATEMATIKAI MODELLEZÉS TULAJDONSÁGAI, KRITÉRIUMAI A KÖVETKEZŐK:

- *A SZABÁLYOZÁSI KÖR MINDEN ELEME EGYETLEN BEMENETTEL ÉS EGYETLEN KIMENETTEL RENDELKEZIK;*
- *A BEMENETI ÉS KIMENETI JELEK FOLYTONOS, ANALÓG JELEK;*
- *A BEMENET ÉS A KIMENET KAPCSOLATA LINEÁRIS, HA NEM, AKKOR A KAPCSOLATOT LINEARIZÁLNI KELL.*

A MODELL MEGALKOTÁSA A SZABÁLYOZÁSBAN SZEREPLŐ ELEMEKRE FELÍRT ERŐ-, ILL. NYOMATÉK-EGYENSÚLYI EGYENLETEKKEL (LINEÁRIS EGYENLETEKKEL, LINEÁRIS DIFFERENCIÁLEGYENLETEK) TÖRTÉNIK.

1. BEVEZETÉS

A vizsgált gázturbina (DEUTZ T216) [1] egy egy-tengelyes hajtómű, egyfokozatú centrifugális kompresszorral és egyfokozatú centripetális turbinával. [3]

Ez a hajtómű egy speciális konstrukció, amely kifejezetten műszaki egyetemek, főiskolák, ill. kutatólaboratóriumok számára készült. Ennek megfelelően a gázturbina kis teljesítmény/tömeg-arányú, kis helyigényű, rezgésmentes működésű és egyszerűen karbantartható.

Legfontosabb paraméterei (p_0 = 1,0133 bar, T_0 = 288K, n = 50000 1/perc esetén):

Teljesítmény:	P = 80 kW;
A levegő tömegárama:	m_{lev} = 0,9 kg/sec;
A kompresszor nyomásviszonya:	π_k^* = 2,8;
A turbina utáni torlóponti hőmérséklet:	T_4^* = 938 K.

2. A SZABÁLYOZÓ RENDSZER FELADATAI

A hajtómű egyparaméteres szabályozással [4] rendelkezik; szabályozott jellemzője a gázturbina fordulatszáma; a beavatkozó paraméter az égéstérbe betáplált tüzelőanyag mennyisége.

A tüzelőanyag a tüzelőanyag-szűrőn (filter), a tüzelőanyag-szivattyún (fogaskerék-szivattyú – fuel pump) és a szabályozó elemeken keresztül jut el az égéstér (combustion chamber) tüzelőanyag-fúvókájához (burner).

A szabályozó rendszer feladatai:

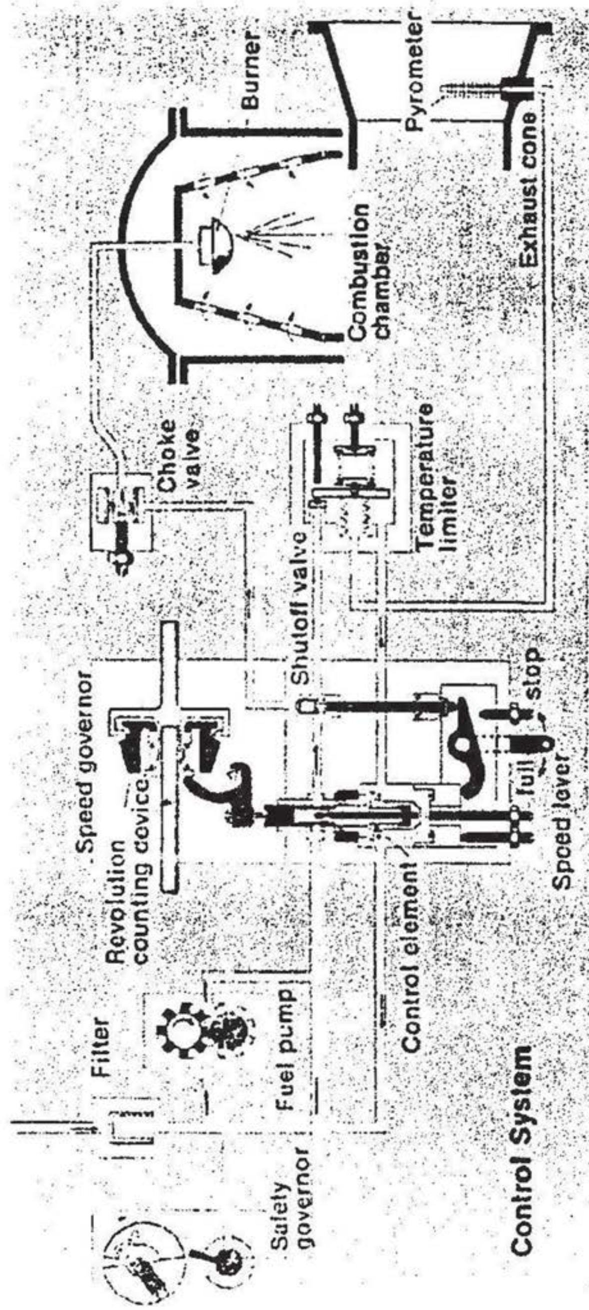
- A gázkar állásától függő tüzelőanyag-mennyiség és ezzel a fordulatszám értékének beállítása a terheléstől függetlenül.
- A hajtómű maximális fordulatszámának határolása (túlpörgés elleni védelem). Ez a rendszer független a fordulatszám szabályozásától, az előző rendszertől.
- A turbina utáni torlóponti hőmérséklet korlátozása. Ez különösen fontos túlterhelés esetén, ill. az indítási folyamat során.

3. A SZABÁLYOZÓ RENDSZER MODELLEZÉSE

A szabályozó rendszer funkcionális rajza az 1. ábrán [1] látható.

3.1. A GÁZKAR HELYZETE, MINT A BEMENŐ JEL

A gázkar (speed lever) az 1. ábra szerinti balra fordításával a fordulatszám növelhető a következőképpen:



1. ábra: A szabályozó rendszer

1. A gázkar balra fordításakor a himba bal végpontja felfelé mozdul (ezt tekintem pozitív irányú elmozdulásnak). A himba működése arányos tagot jelent, mivel bármely két pontja elmozdulásainak aránya megegyezik a két pontnak az alátámasztási ponttól mért távolságainak arányával.

A gázkar elfordításának szöge (bemenet): $\beta_{gáz}$

A himba bal végpontjának elmozdulása (kimenet): h_1

Az elmozdulások közötti kapcsolat tehát arányos, átviteli tényezője: A_1.

2. A himba felfelé mozdulásával egy rugón keresztül a tolattyú is felfelé mozdul. A tolattyú egyensúlyi egyenlete:

$$F_{r0} + c_r \cdot (h_1 - h_2) = m_{tol} \cdot \frac{d^2 h_2}{dt^2} + \mu \cdot \frac{dh_2}{dt} \quad (1)$$

ahol: F_{r0} - a rugó előfeszítése, c_r - a rugó rugóállandója, h_1 - a himba bal végpontjának elmozdulása (bemenet), m_{tol} - a tolattyú tömege, μ - súrlódási tényező, h_2 - a tolattyú elmozdulása (kimenet).

Az egyenlet átrendezése, Laplace-transzformálása után az átviteli függvény (a kimeneti jel Laplace-transzformáltjának és a bemeneti jel Laplace-transzformáltjának a hányadosa):

$$W(s) = \frac{H_2}{H_1} = \frac{1}{\frac{m_{tol}}{c_r} \cdot s^2 + \frac{\mu}{c_r} \cdot s + 1} = \frac{A_2}{A_3 \cdot s_2 + A_4 \cdot s + 1} \quad (2)$$

3.2. A RÖPSÚLYOS FORDULATSZÁM-ÉRZÉKELŐ (REVOLUTING COUNTING DEVICE)

A röpsúlyokon ébredő centrifugális erő a hajtómű n fordulatszámának függvénye, a tapasztalatok szerint:

$$F_c = (a + b \cdot x_{ki}) \cdot n^2 \quad (3)$$

ahol: a, b – a fordulatszám-érzékelőre jellemző állandók, x_{ki} – a himba felső végpontjának elmozdulása (pozitív az elmozdulás, ha az 1. ábra szerint a himba felső végpontja balra mozdul).

A röpsúlyos fordulatszám-érzékelőre felírható erőegyensúlyi egyenlet tartalmazza a tömegtehetetlenségből, és a súrlódásból származó erőket, valamint a centrifugális erőt, és a rugóerőt.

$$m\cdot\frac{d^2x_{ki}}{dt^2}+\mu\cdot\frac{dx_{ki}}{dt}+F_{r0}+c_r\cdot x_{ki}=(a+b\cdot x_{ki})\cdot n^2 \quad (4)$$

ahol: m - a röpsúlyos fordulatszám-érzékelő forgó tömegre redukált tömege, μ – a súrlódási tényező, F_{r0} – a rugó előfeszítése, c_r - a rugó rugóállandója, n – a hajtómű fordulatszáma (bemenet), x_{ki} – a himba felső végpontjának elmozdulása (kimenet).

A felírt dinamikai egyenlet nem lineáris – az n fordulatszám a második hatványon szerepel -, ezért (Taylor-sorba fejtéssel) linearizálni kell, amelynek eredménye:

$$m\cdot\frac{d^2\Delta x_{ki}}{dt^2}+\mu\cdot\frac{d\Delta x_{ki}}{dt}+\left(c_r-b\cdot n_0^2\right)\cdot\Delta x_{ki}-2\cdot n_0(a+b\cdot x_{ki0})\cdot\Delta n=0 \quad (5)$$

A linearizálás munkapontja az n_0 – x_{ki0} összetartozó értékpár, amelynek kis (Δ) környezetében egyenessel helyettesítem a (4) összefüggést.

A (5) egyenlet átrendezve:

$$\frac{m}{c_r-b\cdot n_0^2}\cdot\frac{d^2\Delta x_{ki}}{dt^2}+\frac{\mu}{c_r-b\cdot n_0^2}\cdot\frac{d\Delta x_{ki}}{dt}+\Delta x_{ki}=\frac{2\cdot n_0\cdot(a+b\cdot x_{ki0})}{c_r-b\cdot n_0^2}\cdot\Delta n \quad (6)$$

Jelölje:

$$A_5=\frac{m}{c_r-b\cdot n_0^2},\quad A_6=\frac{\mu}{c_r-b\cdot n_0^2},\quad A_7=\frac{2\cdot n_0\cdot(a+b\cdot x_{ki0})}{c_r-b\cdot n_0^2} \quad (7)$$

A röpsúlyos fordulatszám-érzékelő átviteli függvénye ezekkel a jelölésekkel:

$$W(s)=\frac{\Delta X_{ki}}{\Delta N}=\frac{A_7}{A_5\cdot s^2+A_6\cdot s+1} \quad (8)$$

Mivel $c_r > b\cdot n_0^2$, ezért az átviteli függvényben szereplő együtthatók mindegyike pozitív előjelű.

A himba felső (x_{ki}) és bal (h_3) végpontjának elmozdulásai arányát, azaz a himba áttételét jelölje: A_8.

3.3. A KÜLÖNBSÉGKÉPZŐ ELEM

A himba bal végpontja a korábbiakban már ismertetett tolattyú házával érintkezik. Ha tehát a fordulatszám valamilyen külsõ zavarás hatására megnövekedne, akkor a röpsúlyos fordulatszám-érzékelõn keresztül a himba felsõ végpontja balra mozdul, és ezzel a himba bal oldali végpontja lefelé mozdítja a tolattyú házát. Ennek hatására a tüzelõanyag átbocsátó keresztmetszete lecsökken.

Ha a gázkart a fordulatszám növelése irányába mozdítjuk, akkor a tolattyú elmozdulásának (felfelé mozdulásának) hatására a tüzelõanyag átbocsátó keresztmetszet megnõ.

A két hatás tehát ellentétes, a tolattyú és házának kölcsönös és független elmozdulása valósítja meg a különbségképzést.

A különbség (a szabályozási kör rendelkezõ jele): $\Delta h = h_2 - h_3$. (9)

3.4. A RENDELKEZŐ JEL ERŐSÍTÉSE

Az elmozdulások különbségének (Δh) hatására bekövetkezõ keresztmetszet változás (A) közötti kapcsolat nem arányos. Azonban ezzel a modellezési eljárással csak lineáris, arányos kapcsolatok vizsgálhatók, ezért az elmozdulások különbségének hatására bekövetkezõ keresztmetszet változás függvényét valamely munkapont környezetében linearizálni kell, azaz egyenessel kell helyettesíteni.

Az átviteli tényezõt (az egyenes meredekségét) jelölje: A_9.

A tüzelõanyag átbocsátó keresztmetszetének és a tüzelõanyag tömegáramának kapcsolata:

$$m_{tüz} = \alpha \cdot A \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p} \quad (10)$$

ahol: $m_{tüz}$ – a tüzelõanyag tömegárama, A – a tüzelõanyag átömlési keresztmetszete, α - az átfolyási tényező, ρ - a tüzelőanyag sűrűsége, Δp – nyomáskülönbség.

Ha az α, a ρ és a Δp értéke állandónak tekinthető, akkor az A és az $m_{tüz}$ közötti kapcsolat lineáris. (Ha nem, akkor a kapcsolatot leíró egyenletet megfelelően, valamely munkapont környezetében, linearizálni kell.)

Így az átviteli tényezõ értéke:

$$A_{10} = \frac{m_{tüz}}{A} = \alpha \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p} \quad (11)$$

3.5. A HAJTÓMŰ ÁTVITELI FÜGGVÉNYE

Az egy-forgórészes hajtómű átviteli függvényének felírásához a forgórész nyomatéki egyensúlyának egyenletét kell vizsgálni.

A forgórész mozgásegyenlete:

$$M_T - M_K = \Theta \cdot \varepsilon = 2 \cdot \pi \cdot \Theta \cdot \frac{dn}{dt} \quad (12)$$

ahol: M_T – a turbina nyomaték-leadása, M_K – a kompresszor nyomaték-igénye, Θ - a forgórész tehetetlenségi nyomatéka, ε - a forgórész szöggyorsulása, n – a forgórész fordulatszáma, t – az idő.

Az egyenlet szerint a turbina és a kompresszor nyomatékainak különbsége a forgórész gyorsítására ill. lassítására fordítódik.

A (12) összefüggés egy nemlineáris differenciálegyenlet. A linearizáláshoz Taylor-sorba kell fejteni az egyenletet a következőképpen:

$$M_T = f(n, m_{tüz}) \quad (13)$$

$$M_i = f(n, m_{tüz}) \quad (14)$$

Taylor-sorba fejtve (a sornak csak az első differenciális elemét használva):

$$M_T = M_{T0} + \left(\frac{\partial M_T}{\partial n}\right)_0 \cdot \Delta n + \left(\frac{\partial M_T}{\partial m_{tüz}}\right)_0 \cdot \Delta m_{tüz} \quad (15)$$

$$M_K = M_{K0} + \left(\frac{\partial M_K}{\partial n}\right)_0 \cdot \Delta n + \left(\frac{\partial M_K}{\partial m_{tüz}}\right)_0 \cdot \Delta m_{tüz} \quad (16)$$

Az egyensúlyi feltétel: $M_{T0} = M_{K0}$ (17)

Az egyensúlyi állapothoz – a „*0*" indexszel jelölt mennyiségek - képest történő megváltozás:

$$\Delta n = n - n_0, \qquad \Delta m_{tüz} = m_{tüz} - m_{tüz0}, \quad (18)$$

valamint jelölje

$$\delta M = M_T - M_K \quad (19)$$

Ezzel a jelöléssel a Taylor-sorba fejtett (15) és (16) egyenletek kivonhatók egymásból, és ezt behelyettesítve a (12) egyenletbe, valamint rendezve az egyenletet:

$$2 \cdot \pi \cdot \Theta \cdot \frac{d\Delta n}{dt} - \left(\frac{\partial \delta M}{\partial n} \right)_0 \cdot \Delta n = \left(\frac{\partial \delta M}{\partial m_{tüz}} \right)_0 \cdot \Delta m_{tüz} \quad (20)$$

Legyen:

$$\frac{\Delta n}{n_b} = \overline{n}, \quad \frac{\Delta m_{tüz}}{m_{tüzb}} = \overline{m_{tüz}} \quad (21)$$

A „b" indexszel jelölt mennyiségek – n_b, $m_{tüzb}$ – valamilyen összetartozó, bázis értékek, amihez viszonyíthatók a „Δ"-különbségek.
A (20) egyenlet további rendezésével adódik a végeredmény:

$$-\frac{2 \cdot \pi \cdot \Theta \cdot n_b}{\left(\frac{\partial \delta M}{\partial n} \right)_0 \cdot n_b} \cdot \frac{d\overline{n}}{dt} + \overline{n} = -\frac{\left(\frac{\partial \delta M}{\partial m_{tüz}} \right)_0 \cdot m_{tüzb}}{\left(\frac{\partial \delta M}{\partial n} \right)_0 \cdot n_b} \cdot \overline{m_{tüz}} \quad (22)$$

Bevezetve új jelöléseket:

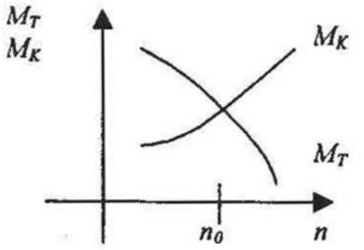
$$T_h = -\frac{2 \cdot \pi \cdot \Theta}{\left(\frac{\partial \delta M}{\partial n} \right)_0}, \qquad k_h = -\frac{\left(\frac{\partial \delta M}{\partial m_{tüz}} \right)_0 \cdot m_{tüzb}}{\left(\frac{\partial \delta M}{\partial n} \right)_0 \cdot n_b} \quad (23)$$

ahol: T_h – a hajtómű időállandója és k_h - a hajtómű erősítési tényezője.
Ezekkel a jelölésekkel a (23) egyenlet a következőképpen egyszerűsíthető:

$$T_h \cdot \frac{d\overline{n}}{dt} + \overline{n} = k_h \cdot \overline{m_{tüz}} \quad (24)$$

Vizsgáljuk meg a hajtómű időállandójának és erősítési tényezőjének előjeleit!

1. A T_h előjele:
A T_h számlálója pozitív. A nevező:



A forgórész stabilitásának feltétele a fenti turbina-kompresszor nyomatékalakulás a fordulatszám függvényében. Fenti esetben a fordulatszám növekedésével a turbina nyomatéka a kompresszor-nyomatékigénye alá csökken, azaz lassító nyomaték keletkezik, és a fordulatszám visszaáll munkaponti értékére. A fordulatszám csökkenése ellenkező hatást vált ki, gyorsító nyomaték keletkezik, és a fordulatszám ekkor is visszaáll a munkapontba.

Matematikailag megfogalmazva:

$$\left(\frac{\partial M_T}{\partial n}-\frac{\partial M_K}{\partial n}\right)_0=\left(\frac{\partial \delta M}{\partial n}\right)_0<0 \quad (25)$$

Tehát a nevező negatív, így a T_h pozitív előjelű.

2. A k_h előjele:

A nevező az előbbiek szerint negatív. A számláló:

A tüzelőanyag-tömegáramának növekedése – az n állandósága mellett – a turbina által leadott nyomaték növekedését okozza. A kompresszor nyomatékigénye nem változik. Tehát:

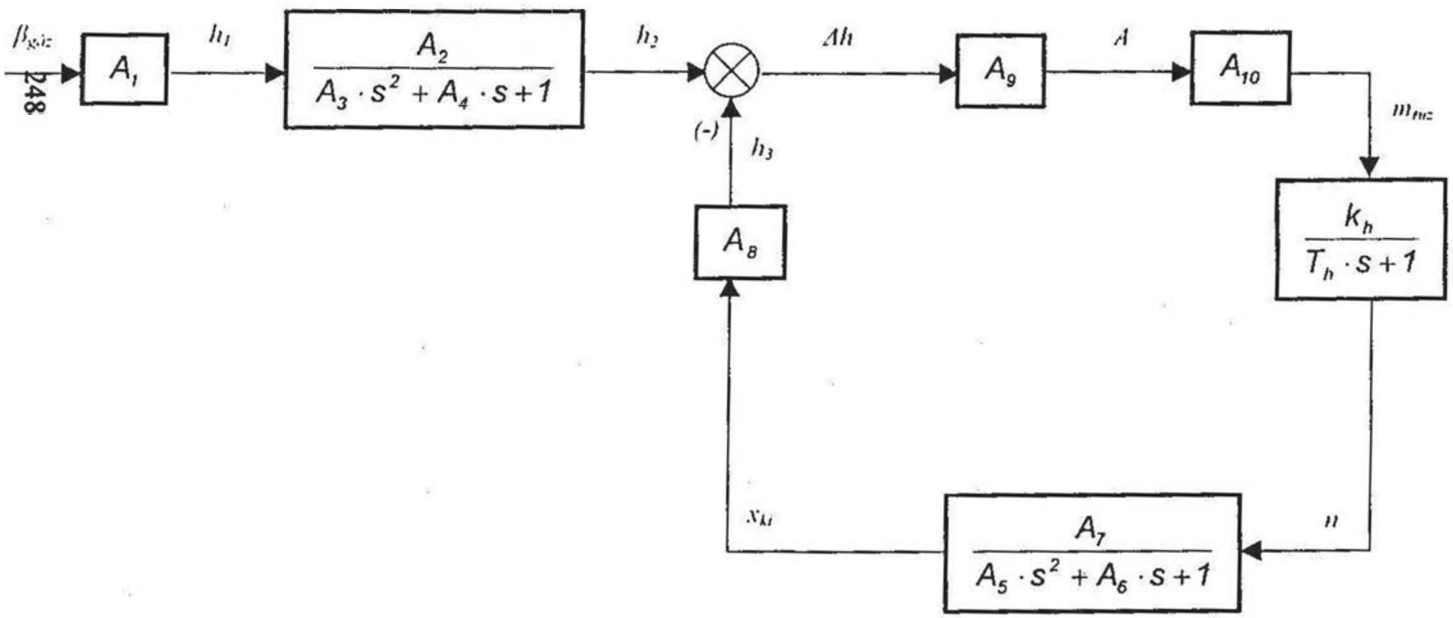
$$\left(\frac{\partial \delta M}{\partial m_{tüz}}\right)_0>0 \quad (26)$$

Így a k_h pozitív előjelű.

Mindezek alapján a hajtómű átviteli függvénye:

$$W(s)=\frac{\overline{N}}{\overline{M}_{tüz}}=\frac{k_h}{T_h\cdot s+1} \quad (27)$$

A teljes rendszer funkcionális blokkdiagramját, hatásvázlatát ld. a 2. ábrán.



2.ábra: A teljes rendszer blokkdiagramja

4. A SZABÁLYOZÓ RENDSZER TOVÁBBI ELEMEI

1. A FORDULATSZÁM HATÁROLÓJA (SAFETY GOVERNOR)

A fordulatszám határolóján ébredõ centrifugális erõ a fordulatszám négyzetével arányos. Ha a fordulatszám, és így a centrifugális erõ meghaladja a határolóban lévõ rugó elõfeszítési erejét, akkor a rugó kimozdítja az alakos tárcsát alaphelyzetébõl, ami rövidrezárja a tüzelõanyag-szivattyú nyomó- és szívóágát, megelõzve ezzel a hajtómû túlpörgését.

2. LEÁLLÍTÓ SZELEP (SHUTOFF VALVE)

A gázkar STOP helyzetbe állításával a leállító szelep megszünteti a tüzelõanyag betáplálását az égéstérbe, biztosítva ezzel a hajtómû leállítását.

3. FOJTÓSZELEP (CHOKE VALVE)

Az üzemeltetõ által csavarral beállítható a fojtószelepen létrejövõ nyomásesés értéke, mellyel javítható a porlasztás minõsége.

4. TURBINA UTÁNI TORLÓPONTI HŐMÉRSÉKLET HATÁROLÓJA (TEMPERATURE LIMITER)

A turbina utáni torlóponti hõmérséklet egy pirométerrel (pyrometer) mérhetõ. A pirométer a hõmérséklet-jelet nyomás-jellé alakítja úgy, hogy a hõmérséklet növekedésével a nyomás is növekszik. Ennek hatására a határolóban lévõ szilfon kitágul. Ha ez meghaladja a rugó elõfeszítési erejével beállított értéket, akkor a közbensõ tárcsa jobbra mozdul, rövidrezárva a tüzelõanyag-szivattyú nyomó- és szívóágát. Ezáltal megszûnik a tüzelõanyag betáplálása az égéstérbe.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Ez a munka egy kis teljesítményű gázturbina szabályozásának matematikai modelljét mutatja be. A fenti összefüggésekkel feltárható a szabályozási rendszer és a hajtómű együttes működése. Az egyenletekben, átviteli függvényekben szereplő paramétereket, együtthatókat a későbbiekben mérésekkel lehet meghatározni. Ezzel a modellezési eljárással a későbbiekben vizsgálni lehet a hajtómű idő- és frekvencia-tartománybeli viselkedését, stabilitási tulajdonságait, különböző zavarások hatását, elkészíthető a rendszer teljes szimulációja.

IRODALOMJEGYZÉK

[1] - DEUTZ Gas Turbine T216 típusleírás

[2] - DR. KURUTZ Károly: Szabályozástechnika I., Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1994.

[3] - DR. PÁSZTOR Endre: Repülőgép-hajtóművek elmélete I., Előadásvázlatok, 1996.

[4] - DR. SÁNTA IMRE: Repülőgép-hajtóművek elmélete II., Előadásvázlatok, 1996.

[5] - SZÁDAY REZSŐ: A szabályozáselmélet elemei, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

IN THIS PAPER A MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTROL SYSTEM OF A LOW-POWERED GASTURBINE, WHICH IS USED AND ANALYSED IN THE TECHNICAL UNIVERSITY OF BUDAPEST, DEPARTMENT OF AIRCRAFT AND SHIPS WILL BE PRESENTED. THE CHARACTERISTIC FEATURES AND CRITERIONS OF THE MATHEMATICAL MODEL USED IN THE CLASSICAL THEORY OF CONTROL ARE:

- *EVERY ELEMENT OF THE CONTROL LOOP HAS SINGLE INPUT AND SINGLE OUTPUT;*
- *THE INPUT AND OUTPUT SIGNALS ARE CONTINUOUS AND ANALOGOUS;*
- *THE RELATION BETWEEN THE INPUT AND PUTPUT IS LINEAR, IF NOT, LINEARIZATION IS NEEDED.*

LINEAR EQUATIONS AND LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF MAINTAINING THE BALANCE OF FORCES AND BALANCE OF MOMENTS DESCRIBE THE SYSTEM.