

ÉRTÉKKÖVETŐ SZABÁLYOZÁSI RENDSZEREK SZÁMÍTÓGÉPES TERVEZÉSE*

Dr. Szabolcsi Róbert^{*}, Dr. Ludányi Lajos^{}**

Tóth Tivadar^{}, Kovács József^{**}**

*** egyetemi docens, ** egyetemi adjunktus**

ZMNE Vezetés- és Szervezéstudományi Kar, Fedélzeti Rendszerek Tanszék

A modern repülésszabályozó rendszerekben egyre inkább elterjed az értékkövető szabályozási rendszerek gyakorlati alkalmazása. A szerzők célja az értékkövető- és az optimális értékkövető rendszerek számítógépes tervezésének bemutatása. A cikkben példákat mutatnak be a tervezésre, valamint összefoglalják a problémamegoldáshoz szükséges elméleti ismereteket. A szerzők a tervezés során a MATLAB[®] programcsomagot használják..

1. BEVEZETÉS

A modern repülőgépek a repülés egyre több fázisában alkalmazzák az értékkövetés elvét. Ilyen funkciónak tekinthető a polgári repülésben alkalmazott *flare* rendszerek, amelyek feladata a leszállás utolsó fázisában a repülési magasság előre megadott, exponenciális törvényszerűség szerinti változtatása. Ilyen esetekben az időben változó alapjelet számítógép hozza létre. Hasonló képpen a katonai repülőgépek, harci helikopterek harci alkalmazása során a földi és a légi célok manőverezése miatt a rávezetés során a rávezetési hiba állandó jelleggel változik, így a repülésszabályozó rendszer alapjele az idő függvénye és annak értéke nem ismert előre.

2. ÉRTÉKKÖVETŐ RENDSZEREK TERVEZÉSE

Legyenek adottak a zárt szabályozási rendszer sajátértékei, melyet a repülés minőségi követelményei definiálnak. Tervezzünk szabályozót, amely biztosítja a zárt rendszer esetében a megadott minőségi jellemzőket. A minőségi jellemzőket a kívánt rendszerre ún. modell - mátrixszal szokás definiálni [1]:

$$\dot{\mathbf{y}}_m = \mathbf{M} \mathbf{y}_m, \quad (2.1)$$

ahol az \mathbf{M} mátrix a modell sajátértékeit határozza meg.

Legyen adott a lineáris, autonóm rendszer állapot- és segédegyenlete :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.2)$$

A szabályozó tervezése során keressük azt a lineáris vezérlési törvényt, amely a rendszert egyik állapotából a másikba viszi át. A keresett vezérlési törvény [1]:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x} \quad (2.3)$$

Végezzük el a segédegyenlet differenciálását és helyettesítsük az állapotegyenletet a kapott egyenletbe :

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (2.4)$$

Amennyiben megvalósul a modell tökéletes követése, akkor igaz az alábbi összefüggés :

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_m \quad (2.5)$$

Ebben az esetben igaz az alábbi egyenlet :

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{M} \mathbf{y}_m = \mathbf{M} \mathbf{C} \mathbf{x} = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad (2.6)$$

vagy

$$\mathbf{CBu} = (\mathbf{MC} - \mathbf{CA})\mathbf{x} \quad (2.7)$$

A (2.3) és a (2.7) egyenletek alapján a vezérlési törvény az alábbi módon írható fel :

$$\mathbf{u} = [\mathbf{CB}]^{-1}[\mathbf{MC} - \mathbf{CA}] \mathbf{x} = -\mathbf{K} \mathbf{x} \quad (2.8)$$

A (2.8) egyenlet alapján az állapot-visszacsatolási mátrix tehát a következő lesz

$$\mathbf{K} = [\mathbf{CB}]^{-1}[\mathbf{MC} - \mathbf{CA}] \quad (2.9)$$

Amennyiben megvalósul a modell tökéletes követése, igaz az alábbi egyenlet [1] :

$$[(\mathbf{CB})(\mathbf{CB})^{-1} - \mathbf{I}] (\mathbf{MC} - \mathbf{CA}) \mathbf{x} = 0 \quad (2.10)$$

2.1 Szabályozó tervezés instabil repülőgép számára

Tekintsük adottnak egy négyhajtóműves, utasszállító repülőgép hosszirányú mozgásának matematikai modelljét [1] :

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0002 & 0,039 & 0 & -9,81 \\ -0,07 & -0,32 & 250 & 0 \\ 0,00006 & 0 & -0,34 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \\ \vartheta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,44 \\ -5,46 \\ -1,16 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (2.11)$$

A repülőgép vizsgált kimeneti állapotváltozója legyen a bólintási szögsebesség. Így a segédegyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\dot{y} = \omega_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{C} \mathbf{x} \quad (2.12)$$

A nemirányított repülőgép sajátértékei (2.11) egyenlet alapján a következők :

$$\lambda_{1,2} = 0,0018 \pm 0,0412 i ; \lambda_{3,4} = -0,3308 \pm 0,0387 i \quad (2.13)$$

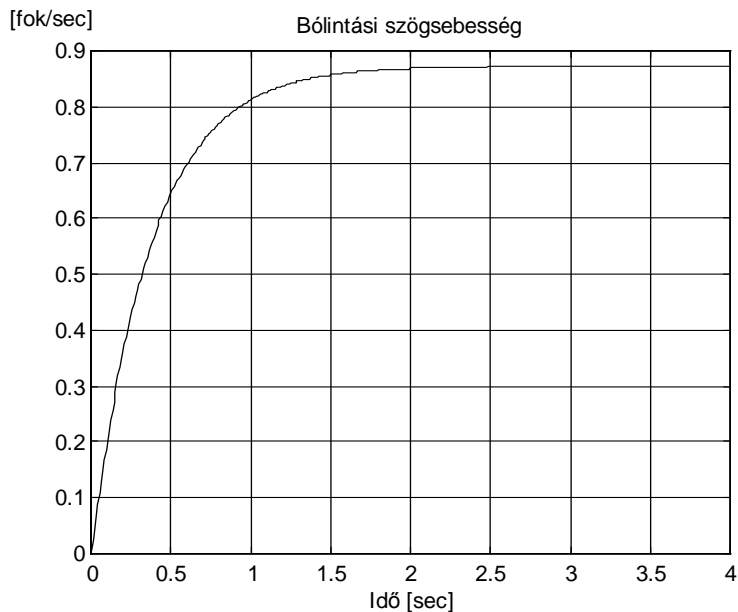
Tervezzünk olyan szabályozót, amely egyrészt dinamikus stabilitást biztosít a repülőgép számára, valamint biztosítja az

$$\dot{\mathbf{y}}_m + 2 \mathbf{y}_m = 0 \quad (2.14)$$

egyenletű modell követését. Az állapot-visszacsatolási mátrix a (2.9) egyenlet alapján a következő lesz [2,3,4,5]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0,0007 & 0 & -2,7144 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Vizsgáljuk meg a zárt rendszer tranziens viselkedését. Legyen a repülőgép bemeneti jele a bólintási szögsebesség, amely egységugrás jelleggel változik. A zárt rendszer analízisének eredménye a 1. ábrán látható.



1. ábra A zárt rendszer tranziens viselkedése

Mint az a 1. ábrán jól látható, a megtervezett szabályozó nem biztosítja az alapjel elérését. A bólintási szögsebesség közel $0,87^{\circ}/\text{sec}$ értékre áll be az $1^{\circ}/\text{sec}$ helyett.

2.2 Szabályozó tervezés helikopter számára

Tekintsük adottnak a helikopter oldalirányú mozgásegyenleteit függés repülési helyzetben [1]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0 & 30 \\ -0.05 & -3 & 1 & 0 \\ 0.04 & 0.2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 30 & 10 \\ 0 & -15 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_\gamma \\ \delta_f \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

ahol ω_x orsózó szögsebesség, ω_y legyező szögsebesség, β csúszásszög, γ bedőlési szög, δ_γ a forgószárnyak bedöntési ciklikus beállítási szög változása, δ_f a faroklégcsavar kollektív beállítási szög változása.

A továbbiakban feltételezzük, hogy a helikopter összes állapotváltozója mérhető. A helikopter kimeneti jellemzői legyenek az orsózó szögsebesség és a csúszásszög. A nemirányított helikopter pólusai a (2.16) egyenlet alapján a következők lesznek :

$$\lambda_1 = -3,2817 ; \lambda_{2,3} = -0.2871 \pm 0.5403 i ; \lambda_4 = -0.2442 \quad (2.17)$$

Tervezzük meg az állapot-visszacsatolási mátrixot úgy, hogy az irányított helikopter mért kimeneti jellemzőkre vonatkozó pólusai legyenek az alábbiak:

$$\lambda_{m1} = -0,5 ; \lambda_{m2} = -0,1$$

(2.18)

A fent definiált sajátértékekkel a következő mátrix rendelkezik :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -0,5 & 0 \\ 0 & -0,1 \end{bmatrix}$$

(2.19)

Megoldva a (2.9) egyenletet, az állapot-visszacsatolási mátrix a következő lesz [2,3,4,5]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0,0167 & 0,1933 & -0,0667 & 1,000 \\ -0,0450 & -0,2900 & 0,1000 & -3,000 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Az irányított helikopter pólusai a következők [3]:

$$\lambda_1 = -0,495 , \lambda_2 = -0,07 , \lambda_3 = -2,5 , \lambda_4 = 0$$

(2.21)

A csúszásszög és az orsózó szögsebességre vonatkozó pólusok tehát jó közelítéssel megegyeznek a tervezés során kritériumként megállapított $\lambda_{m1} = -0,5$, $\lambda_{m2} = -0,1$ pólusokkal.

2.3 Optimális érték követő rendszerek tervezése

Az optimális érték követő rendszerek tervezése során az állapot-visszacsatolási mátrix optimális értékét az alábbi integrál kritérium minimálásával keressük [1,4,5] :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(\dot{\mathbf{y}} - \mathbf{M}\mathbf{y})^T \mathbf{Q} (\dot{\mathbf{y}} - \mathbf{M}\mathbf{y}) + \mathbf{u}^T \mathbf{R}\mathbf{u}] dt = \min \quad (2.22)$$

Korábbról ismeretes, hogy

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}$$

(2.23)

Az optimális vezérlési törvény ebben az esetben az alábbi módon írható fel [1] :

$$\mathbf{u}^o = \mathbf{K} \mathbf{x} = \frac{\mathbf{K}_1}{\mathbf{K}_2} \mathbf{x} ,$$

(2.24)

$$\text{ahol } \mathbf{K}_1 = -[\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}, \mathbf{K}_2 = -[\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} (\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{M}\mathbf{A}) \quad (2.25)$$

A \mathbf{P} költségmátrixot az alábbi ún. elfajult Ricatti mátrixegyenlet megoldásaként keressük [1]:

$$\mathbf{P}\mathbf{A}_m + \mathbf{A}_m^T \mathbf{P} + \mathbf{Q}_m - \mathbf{K}\mathbf{B}\mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} = 0 , \quad (2.26)$$

$$\text{ahol } \mathbf{A}_m = \left\{ \mathbf{A} - \mathbf{B} \left[(\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} (\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{M}\mathbf{A}) \right] \right\} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{Q}_m = (\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{M}\mathbf{A})^T \left[\mathbf{Q} - \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{B} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \right] (\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{M}\mathbf{A}) \quad (2.29)$$

Az optimális állapot-visszacsatolási mátrix \mathbf{K} számításához először az \mathbf{A}_m , \mathbf{Q}_m , \mathbf{R}_m mátrixokat kell számítani, amelyek a \mathbf{P} költségmátrix meghatározásához szükségesek. Ezután számítható \mathbf{K}_1 és \mathbf{K}_2 , valamint a \mathbf{K} állapot-visszacsatolási mátrix is.

Legyen adott egy kéthajtóműves vadászrepülőgép hosszirányú mozgásának állapotegyenlete:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,017 & 0,026 & 0 & -9,81 \\ -0,0143 & -1,02 & 1 & 0 \\ 0 & 2,6 & -1,12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \alpha \\ \omega_z \\ \vartheta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,064 \\ -11,56 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (2.30)$$

A nemirányított repülőgép pólusai a (2.30) egyenlet alapján [3]:

$$\lambda_1 = -2,6987 ; \lambda_2 = 0,7356 ; \lambda_{3,4} = -0,0970 \pm 0,4175 i \quad (2.31)$$

Mint az a (2.31) egyenletből látszik, a nemirányított repülőgép instabil. Tervezzünk olyan szabályozót, amely biztosítja, hogy az irányított repülőgép dinamikusan stabilis legyen, valamint a követendő modellt jellemezze a következő mátrix :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -0,02 & -0,02 & 0 & -9,81 \\ -0,002 & -1,85 & 1 & 0 \\ 0 & -1,86 & -1,4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(2.32)

A stabilis, modell-repülőgép pólusai a (2.32) egyenlet alapján a következők lesznek [3]:

$$\lambda_{1,2} = -1,6280 \pm 1,3457 i ; \lambda_{3,4} = -0,0070 \pm 0,0902 i \quad (2.32)$$

A (2.24)-(2.31) egyenleteket megoldva az optimális állapot-visszacatolási mátrix a következő lesz [2,3,4,5]:

$$\mathbf{K} = [-0.0002 \quad 0.3242 \quad 0.0344 \quad 0.0297] \quad (2.33)$$

A zárt rendszer sajátértékei a következők [3]:

$$\lambda_{1,2} = -0,036 \pm 0,28i ; \lambda_{3,4} = -1,25 \pm 1,35i , \quad (2.34)$$

amelyek jó közelítéssel megegyeznek a modell repülőgép (2.32) egyenlettel definiált sajátértékeivel.

ÖSSZEFOGLALÁS

A szerzők cikkükben összefoglalták az értékkövető rendszerek tervezésére vonatkozó elméleti ismereteket, valamint gyakorlati példákat mutattak be az értékkövető- és az optimális LQ alapú értékkövető rendszerek tervezésére. A tervezési problémákat MATLAB[®] környezetben oldották meg. Munkájukat a Control System Toolbox segítette.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall. Inc., 1990.
- [2] MATLAB[®] *The Language of Technical Computing*, The MathWorks Inc., 1997.
- [3] MATLAB[®] *Control System Toolbox*, User's Guide, The MathWorks Inc., 1997.
- [4] Shahian, B.-Hassul, M. *Control System Design Using MATLAB[®]*, Prentice-Hall, 1993.
- [5] Ogata, K. *Designing Linear Control Systems with MATLAB[®]*, Prentice-Hall, 1994.

ABSTRACT

The modern automatic flight control system widely apply the model following principle. The goal of the authors is to present a computer-aided design of the compensator of the model following and the optimal model following control systems and also to summarize

Dr. Szabolcsi Róbert, Dr. Ludányi Lajos, Eszes János, Tóth Tivadar, Kovács József

the necessary theoretical backgrounds for the design. During controller synthesis will be used the MATLAB[®] computer package.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A cikk megjelenését a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatási Ösztöndíj Kuratóriuma támogatta, melyet a szerzők ezúton köszönnek meg.

