

Szabolcsi Róbert mérnök százados
főiskolai adjunktus, oktató

AUTOMATIKUS SEBESSÉGSTABILIZÁLÓ RENDSZER ANALÍZISE ÉS SZINTÉZISE

Az automatikus sebességstabilizáló rendszer az automatikus repülésvezérlő rendszer elengedhetetlen részét képezi, alapvető feladata a repülési sebesség (M-szám) stabilizálása. A sebességstabilizáló rendszert úgy a katonai mint a polgári repülés területén széles körben alkalmazzák. Az egyik leggyakrabban alkalmazott sebesség szabályozási elv a hajtóművek tolóerejének megváltoztatása. A tolóerő szabályozására szolgáló rendszert tolóerő automatának is szokás nevezni. Ezen cikkben az automatikus sebességstabilizáló rendszer zavarelhárítási képességével és követési tulajdonságaival kívánok foglalkozni. Az idő és a frekvencia tartományban számítógépes analízist mutatok be, majd a szabályozó optimális beállítását végzem el a rendszerben lévő korlátozásokat is figyelembe vevő *LAGRANGE* *multiplikátor* módszer alkalmazásával.

1. Bevezetés.

A repülőgép pályavezérlésének szempontjából az egyik nagyon fontos repülési paraméter a repülési sebesség (M-szám). A repülési sebesség automatikus stabilizálása a következő okokra vezethető vissza :

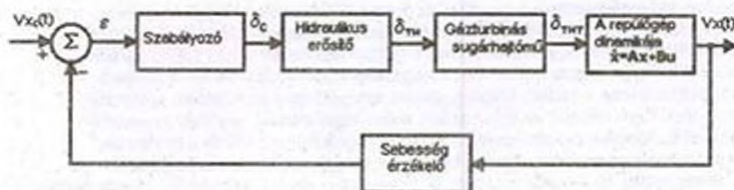
- hosszú ideig tartó útvonalrepülések esetén a sebesség kézi stabilizálása a repülőgép személyzetének gyors fáradását eredményezi,
- modern repülőgépek esetében, amelyek a repülési sebesség tekintetében instabil kialakításúak, az automatikus sebességstabilizáló rendszer alkalmazása elengedhetetlenül szükséges.

A repülési sebesség stabilizálására többféle módszer ismeretes. Hagyományos repülőgépek esetében a magassági kormány kitérítésével valamint a hajtómű üzemének megváltoztatásával elérhető a sebesség változása. Ha például állandó tolóerő esetén a repülőgép emelkedését eredményezi a magassági kormány kitérése, akkor a légellenállás növekedése miatt csökken a repülési sebesség. Ezt a módszert a repülési magasság változása jellemzi.

Abban az esetben, ha megengedhetlen a repülési magasság változása, a sebesség megváltoztatását tolóerő automata biztosítja a hajtóműbe szállított tüzelőanyag mennyiségének megváltoztatásával. Ezen cikkben a tolóerő automatára épülő sebességstabilizáló rendszerrel kívánok foglalkozni.

2. A sebesség stabilizáló rendszer hatásvázlata.

A sebesség stabilizáló rendszer (SSR) hatásvázlata az 1. ábrán látható [2,10].



1. ábra

Az automatikus sebesség stabilizáló rendszer hatásvázlata

A továbbiakban röviden jellemezzük a rendszer egyes részeinek matematikai modelljét.

2.1. Az SSR szabályozója.

A gyakorlatban egyszerű esetben P-típusú szabályozót alkalmaznak. A minőségi jellemzők javítása (zavarelhárítás, stabilitás) érdekében azonban elterjedt a PI, vagy PID-szabályozó felhasználása [3,4,8]. A repülési sebesség stabilizáló rendszerében a következő vezérlési törvényeket alkalmazzák :

- arányos szabályozó esetében :

$$\delta_c(s) = K_c \varepsilon(s) \quad (2.1)$$

- arányos-integráló szabályozó esetében :

$$\delta_c(s) = K_0 \left(1 + \frac{K_I}{s}\right) \varepsilon(s) \quad (2.2)$$

- PID-szabályozó esetében :

$$\delta_c(s) = K_0 \left(1 + \frac{K_I}{s} + sT_d\right) \varepsilon(s) \quad (2.3)$$

2.2. A hidraulikus erősítő matematikai modellje.

A [10,14] irodalmak a hidraulikus erősítő átviteli függvényét arányos egytárolós taggal adják meg:

$$Y_1(s) = \frac{\delta_{TH}(s)}{\delta_c(s)} = \frac{1}{1 + T_{acr} s} \quad (2.4)$$

- ahol:
- T_{acr} - a hidraulikus erősítő időállandója,
 - $\delta_{TH}(s)$ - a hajtómű vezérlő kar szög helyzetének megváltozása,
 - $\delta_c(s)$ - a hidraulikus erősítő bemeneti jele.

2.3. A gázturbinás sugárhajtómű matematikai modellje.

A műszaki szakirodalom a gázturbinás sugárhajtómű átviteli függvényét arányos, fázissiettető, egytárolós, holtidős tagként adja meg [5,10]:

$$Y_2(s) = \frac{\delta_{TH}(s)}{\delta_{TH}(s)} = K_E \frac{1 + sT}{1 + sT_E} e^{-\tau s} \quad (2.5)$$

- ahol:
- $\delta_{TH}(s)$ - a hajtómű tolóerejének megváltozása;
 - T_E - a hajtómű időállandója;
 - T - a fázissiettető tag időállandója;
 - K_E - a hajtómű erősítési tényezője;
 - τ - holtidő.

A gyakorlatban elterjedt az alábbi egyszerűsített matematikai modell alkalmazása [10]:

$$Y_2(s) = \frac{\delta_{TH}(s)}{\delta_{TH}(s)} = \frac{K_E}{1 + sT_E} \quad (2.6)$$

Hagyományos építésű, egyhajtóműves vadászpilóta repülőgép tolóereje utánégetés nélkül a [2,5,9,10] irodalmak alapján:

$$\delta_{TH} = 60 \text{ kN} \quad (2.7)$$

Feltételezzük, hogy az SSR beavatkozó szerve a maximális tolóerőt 10 %-al

képes megváltoztatni, valamint a gázkar szögkitérése 110° (1,047 rad). Ezért a hajtómű erősítési tényezőjét az alábbi módon lehet meghatározni:

$$K_E = \frac{0,11 \text{ mN}}{s \cdot \text{mm}} = 5,73 \text{ kN/rad} \quad (2.8)$$

A hajtómű időállandója függ a repülési paramétereiktől, a hajtómű beállítástól és (0,3 - 1,5) sec időintervallumban vehet fel értéket [2,5,9,10].

2.4. A repülőgép átviteli függvénye és hatásvázlata.

A repülőgép repülési sebességének állandó magasságon ($\Theta = 0^\circ$) történő stabilizálásakor a repülőgép átviteli függvényét a hosszirányú mozgás egyenlet-rendszerének elemzésével hajthatjuk végre. Az úgynevezett egy szabadságfokú matematikai modell a hossz tengely mentén az egyenes vonalú mozgást a következő egyenlettel írja le [1,2,5,6,7,9,10,11,12,13]:

$$\frac{dV_x}{dt} + a_1 V_x + a_2 \Theta + a_3 \alpha = h_1 \delta_{THR} + \frac{dW_x}{dt} \quad (2.9)$$

ahol: - V_x - a repülőgép sebessége, Θ - pályaszög, α - állásszög.

- W_x - a légköri turbulencia sebességvektorának a repülőgép hossz tengelyére eső komponense,

- a_1, a_2, a_3, h_1 - a repülési üzemmódtól függő állandó együtthatók.

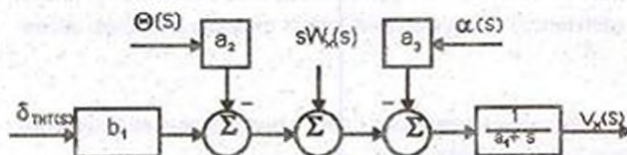
Képezzük az (1.9) egyenlet Laplace transzformáltját zérus kezdeti feltételek mellett. A következő egyenletet kapjuk:

$$sV_x(s) + a_1 V_x(s) + a_2 \Theta(s) + a_3 \alpha(s) = h_1 \delta_{THR}(s) + sW_x(s) \quad (2.10)$$

vagy a (2.10) egyenlet rendezése után:

$$V_x(s) = \frac{h_1 \delta_{THR}(s) + sW_x(s) - a_2 \Theta(s) - a_3 \alpha(s)}{a_1 + s} \quad (2.11)$$

A (2.11) egyenlet alapján megrajzolható a repülőgép dinamikus viselkedését jellemző hatásvázlat (2. ábra).



2. ábra
A repülőgép dinamikája

Ha a sebesség stabilizálása állandó magasságon történik ($\Theta = 0^\circ$), valamint $\alpha = 0^\circ$ esetén a (2.11) egyenletből a repülőgép átviteli függvénye az alábbi módon írható fel (a szél sebességének elhanyagolásával):

$$Y_3(s) = \frac{V_x(s)}{\delta_{THR}(s)} = \frac{h_1}{a_1 + s} = \frac{K_A}{1 + sT_A} \quad (2.12)$$

ahol: $-K_A = \frac{h_1}{a_1}$ - a repülőgép erősítési tényezője,
 $-T_A = \frac{1}{a_1}$ - a repülőgép időállandója.

2.5. A sebességérzékelő matematikai modellje.

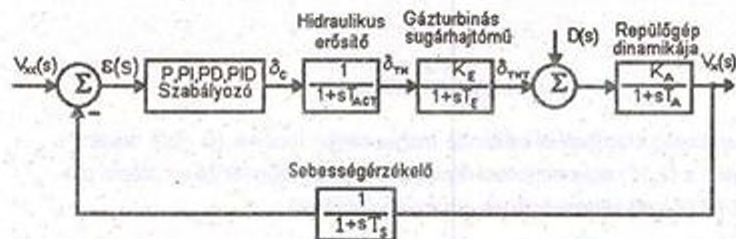
Az SSR rendszer működését a magasságérzékelő alapvetően befolyásolja. Hagyományos építésű repülőgépeken a repülési sebesség érzékelése gyakran barometrikus műszerrel történik. A műszer átviteli függvényét nagyon sokszor arányos, egytárolós taggal definiálják [10]:

$$Y_4(s) = \frac{1}{1 + sT_s} \quad (2.13)$$

A modern repülőgépek döntő többségén ma már elektro-mechanikus vagy digitális légijel-rendszert alkalmaznak a repülési sebesség, illetve az M-szám mérésére és kijelzésére. A repülési sebesség mérésére kínálkozó másik módszer

lineáris gyorsulásmérő alkalmazása. A gyorsulásmérő kimeneti villamos jelének integrálása a kezdeti feltételek figyelembevételével megadja a repülési sebességet [10].

Figyelembevéve a második fejezetben eddig elhangzottakat az SSR rendszer hatásvázlata a 3. ábrán látható.



3. ábra
Az SSR rendszer hatásvázlata

3. Az SSR rendszer analízise az időtartományban.

A repülőgép térbeli mozgását a repülőgépvezetőtől vagy az SSR-től érkező parancsjelek, a légköri jelenségek, valamint az érzékelők hibái befolyásolják. A repülőgépre ható külső és belső zavarások miatt annak repülési paraméterei aztochasztikusan (véletlenszerűen) változnak. Az SSR rendszer alapvető feladata ebben az esetben a zavarások káros következményeinek csökkentése, ideális esetben teljes kiküszöbölése. Ha a repülőgép turbulens áramlásban halad, akkor az állásszög α változását figyelhetjük meg. Hasonló jelenség játszódik le abban az esetben is, amikor a repülőgépvezető véletlenül kitéríti a magassági kormányt. Az időtartományban lefolytatandó analízis során a légköri turbulencia sebességvektorának a hossz tengelyre eső $D(s)$ komponensét vesszük csak figyelembe (3. ábra).

3.1. Az SSR rendszer zavarelhárítási képességének analízise.

Ezen fejezetben az SSR rendszer zavarelhárítási képességét fogjuk vizsgálni. A zavarelhárítási képesség és a maradék hibák analízisét a Laplace

transzformáció végérték tételének felhasználásával lehet végrehajtani [3,4]. Abban az esetben, ha az SSR rendszer a (2.1) egyenlettel megadott P-típusú szabályozóval működik, a zárt rendszer átviteli függvénye $D(s)$ bemeneti jelre a következő módon írható fel ($N(s) = V_{xc}(s) = 0$). A 3. ábra alapján:

$$W(s) = \frac{V_x(s)}{D(s)} = \frac{\frac{K_A}{1+sT_A}}{1 + \frac{K_C K_E K_A}{(1+sT_S)(1+sT_E)(1+sT_A)(1+sT_{ACT})}} \quad (3.1)$$

A (3.1) egyenlet egyszerűsítése után a repülési sebesség Laplace transzformáltját a következő alakban írhatjuk fel:

$$V_x(s) = \frac{K_A(1+sT_S)(1+sT_{ACT})(1+sT_E)}{(1+sT_S)(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A) + K_C K_E K_A} D(s) \quad (3.2)$$

A Laplace transzformáció végérték tételének felhasználásával [3,4] alapján a repülési sebesség értéke $t \rightarrow \infty$ esetén ($s=0$) az alábbi módon határozható meg:

$$V_x(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} V_x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s V_x(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s W(s) D(s) \quad (3.3)$$

Abban az esetben, ha a $D(s)$ zavarás determinisztikus és ugrásfüggvény jelleggel változik ($D(s)=1$), a repülési sebesség végértéke a (3.2) és a (3.3) egyenletekből $s=0$ helyettesítéssel a következő lesz:

$$V_x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_A(1+sT_S)(1+sT_{ACT})(1+sT_E)}{(1+sT_S)(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A) + K_C K_E K_A} = 0 \quad (3.4)$$

Ha a rendszer zérus bemeneti jellel rendelkezik, akkor a maradék hiba értékét az alábbi módon lehet számítani:

$$\varepsilon(\infty) = V_{xc}(\infty) - V_x(\infty) = 0 - 0 = 0 \quad (3.5)$$

Mint az a (3.5) egyenletből is jól látható, az SSR rendszer P-típusú szabályozója a rendszerre ható $D(s)$ impulzus jellegű zavarás esetén 1-típusú szabályo-

zóként működik, a külső zavarás káros következményeit teljesen megszünteti.

Vizsgáljuk meg az SSR rendszer zavarelhárítási képességét, ha a rendszerben alkalmazott szabályozó P-típusú és a $D(s)$ zavarás determinisztikus jelleggel, ugrásfüggvény szerint változik. A repülési sebesség értéke ebben az esetben a következő módon határozható meg:

$$V_x(\infty) = \frac{K_d}{1 + K_c K_d K_E} \quad (3.6)$$

Mivel a gyakorlatban $K_c K_d K_E \gg 1$, ezért a maradó hiba értéke [2, 10, 14]:

$$\varepsilon(\infty) = V_x(\infty) - V_x(\infty) = -(K_c K_E)^{-1} \quad (3.7)$$

A P-szabályozóval működő SSR rendszer tehát ugrásfüggvény jelleggel változó $D(s)$ zavarás esetében 0-típusú szabályozóként működik, tehát a zérus bemeneti jelet nem tartja meg. A rendszer pontos működését PI-szabályozó biztosítja, melynek vezérlési törvényét a (2.2) egyenlet adja meg. A 3. ábra alapján a zárt rendszer átviteli függvénye a következő:

$$W(s) = \frac{V_x(s)}{D(s)} = \frac{\frac{K_d}{1+sT_d}}{1 + \frac{K_c(K_{C_2} + s)K_E K_d}{s(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A)(1+sT_S)}} \quad (3.8)$$

Néhány egyszerű matematikai átalakítás után a zárt rendszer átviteli függvénye:

$$W(s) = \frac{sK_d(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_S)}{s(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A)(1+sT_S) + K_c(K_{C_2} + s)K_E K_d} \quad (3.9)$$

Az SSR rendszer $V_x(s)$ kimeneti jelét a (3.8) egyenlet alapján a következő alakban írhatjuk fel:

$$V_x(s) = W(s)D(s) \quad (3.10)$$

A (3.3) egyenlettel definiált végérték tétel felhasználásával és a (3.9), valamint a (3.10) egyenletek figyelembevételével a repülési sebesség állandósult állapotban a következő lesz :

$$V_x(\infty) = \frac{0}{K_C K_C K_E K_A} = 0 \quad (3.11)$$

Zérus alapjel esetén a szabályozási hiba értéke :

$$\varepsilon(\infty) = V_x(\infty) - V_x(\infty) = 0 - 0 = 0 \quad (3.12)$$

Az eddig elhangzottak alapján tehát megállapíthatjuk, hogy ugrásfüggvény jellegű zavarások káros következményeinek teljes elhárítása csak PI-típusú szabályozó alkalmazásával lehetséges.

Az [1,2,5,6,10,11,13] irodalmak részletesen tárgyalják a légköri turbulencia jellemzőit, annak viselkedését, matematikai leírását, valamint a repülőgépre ható egyéb más külső zavarásokat. A légköri turbulencia számítógépes modellezésében a Dryden-féle matematikai modell alkalmazása terjedt el. Ez a matematikai modell ugyan pontosabb mint a Kármán-féle modell, de sokkal könnyebben programozható [10].

3.2. Az SSR rendszer követési tulajdonságainak analízise

A 3.1 fejezetben alkalmazott metodikát követve $V_x(s)$ bemeneti jelre zavarásmentes esetben a zárt rendszer eredő átviteli függvénye a következő [3,4] :

$$W(s) = \frac{V_x(s)}{V_x(s)} = \frac{\frac{K_C K_E K_A}{(1+sT_E)(1+sT_A)(1+sT_{ACT})}}{1 + \frac{K_C K_E K_A}{(1+sT_S)(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A)}} \quad (3.13)$$

Néhány egyszerű matematikai átalakítás után kapjuk, hogy

$$W(s) = \frac{K_E K_C K_A (1+sT_E)}{(1+sT_S)(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A) + K_E K_A K_C} \quad (3.14)$$

A Laplace traszformáció végérték tétele ebben az esetben a következő lesz :

$$V_x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s V_x(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s W(s) V_{uc}(s) \quad (3.15)$$

Legyen a rendszer bemeneti jele $V_{uc}(s)$ 1 m/s amplitúdójú determinisztikus ugrásfüggvény. Ekkor a (3.14) és a (3.15) egyenletek alapján a repülési sebesség értéke $t \rightarrow \infty$ esetén :

$$V_x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_A K_C K_E (1 + s T_E)}{(1 + s T_S)(1 + s T_{ACT})(1 + s T_E)(1 + s T_A) + K_C K_A K_E} \frac{1}{s} = \frac{K_A K_C K_E}{1 + K_A K_C K_E} \quad (3.16)$$

Mivel a gyakorlatban $K_A K_C K_E \gg 1$, ezért az alapjel követésének hibája :

$$\varepsilon(\infty) = V_{uc}(\infty) - V_x(\infty) = 1 - 1 = 0 \quad (3.17)$$

A (3.17) egyenlet alapján azt mondhatjuk, hogy az SSR rendszer zavarásmentes esetben még az egyszerű P-típusú szabályozó alkalmazásával is 1-típusúként viselkedik.

Ha az alapjel impulzus függvényként fogható fel, akkor a (3.15) végérték tétel alkalmazásával a repülési sebesség $t \rightarrow \infty$ esetén a következő lesz :

$$V_x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_A K_C K_E (1 + s T_E)}{(1 + s T_S)(1 + s T_{ACT})(1 + s T_E)(1 + s T_A) + K_C K_A K_E} = 0 \quad (3.18)$$

Az alapjel követési hibája :

$$\varepsilon(\infty) = V_{uc}(\infty) - V_x(\infty) = 0 - 0 = 0 \quad (3.19)$$

A szabályozások egyéb minőségi jellemzőit (túlszabályozás, szabályozási idő lengésszám) tanulmányom 4. fejezetében vizsgálom.

4. A számítógépes analízis eredménye.

4.1. Az SSR rendszer zavarelhárítási képességének analízise.

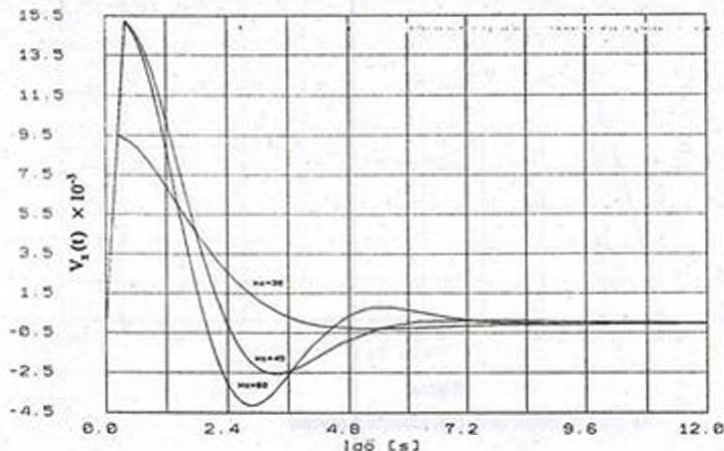
A számítógépes analízishez a paramétereket a [2,5,10] irodalmak alapján a következő értékekre választottam :

$$T_{acr}=0,1 \text{ s}; K_g=5,73 \text{ kN/rad}; T_r=0,5 \text{ s}; T_d=50 \text{ s}; K_d=0,2 \text{ mS}^{-1}/\text{kN} \quad (4.1)$$

A szabályozó K_c erősítése a számítógépes analízis során diszkrét értéket vesz fel, mely 30, 45 és 60 lehet.

4.1.1. Zavarelhárítási képesség vizsgálata impulzus jellegű D(s) esetén.

A 3. fejezetben levezettük, hogy a rendszerre ható determinisztikus külső zavarás D(s) esetén a repülési sebesség értékét $t \rightarrow \infty$ esetén a (3.4) egyenlet, míg az állandósult állapotbeli hibát a (3.5) egyenlet definiálja. A számítógépes analízis során az egyváltozós rendszer bemeneti jele a D(t) külső zavarás, míg a kimeneti jel a repülési sebesség $V_x(t)$. A bemeneti jel D(t) amplitúdója 10 m/s, a pulzusszélesség 0,25 s. A számítógépes analízis eredménye a 4. ábrán látható. A 4. ábrán jól látható, hogy állandósult állapotban $V_x(t) = 0$. Így tehát a zérus értékű alapjel $V_{xc}(t) = 0$ értékének megtartása maradó hiba nélkül történik. A maradó hibát a (3.5) egyenlet alapján számíthatjuk. A 4. ábrán látható görbesereg a szabályozó erősítési tényezőjében paraméterezett.



4. ábra

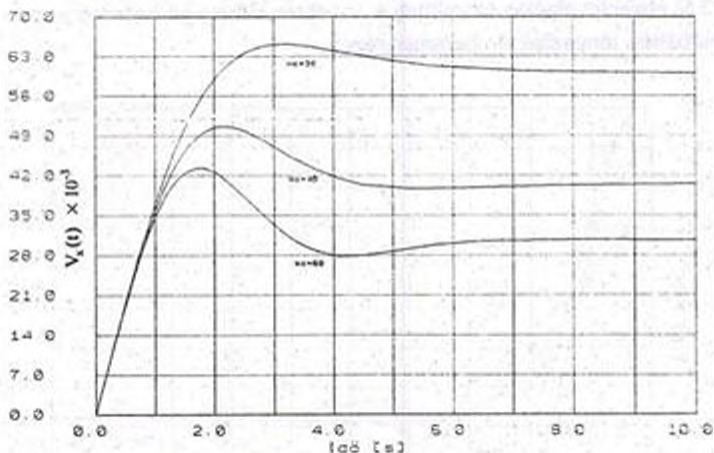
Az SSR rendszer analízise időtartományban

4.1.2. Zavarelhárítási képesség vizsgálata ugrásfüggvény jellegű $D(s)$ esetén.

Korábbi ismeretes, hogy az SSR rendszerre ható ugrásfüggvény jellegű $D(s)$ esetén a repülési sebesség értékét állandósult állapotban a (3.6) egyenlet, míg a szabályozási hibát a (3.7) képlet alapján lehet meghatározni. A számítógépes analízis eredménye az 5. ábrán látható.

Az analízis során a $D(t)$ külső zavarás ugrásfüggvény jelleggel változik, amplitúdója 10 m/s. Ha az SSR rendszerben alkalmazott szabályozó P-típusú, ekkor a zérus alapjel tartása maradó hibával történik. A szabályozási hiba értékei $60,19 \times 10^{-3} \text{ m/s}$, $40,58 \times 10^{-3} \text{ m/s}$, $30,45 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ a szabályozó egyes erősítéseinek megfelelően.

A (3.7) egyenlet alapján a szabályozási hiba csökkenthető a K_c erősítési tényező növelésével. Az erősítés növelése azonban növeli a hurokerősítést is, így lényegesen megváltoztatja a szabályozás minőségi jellemzőit (pl. stabilitás).



5. ábra

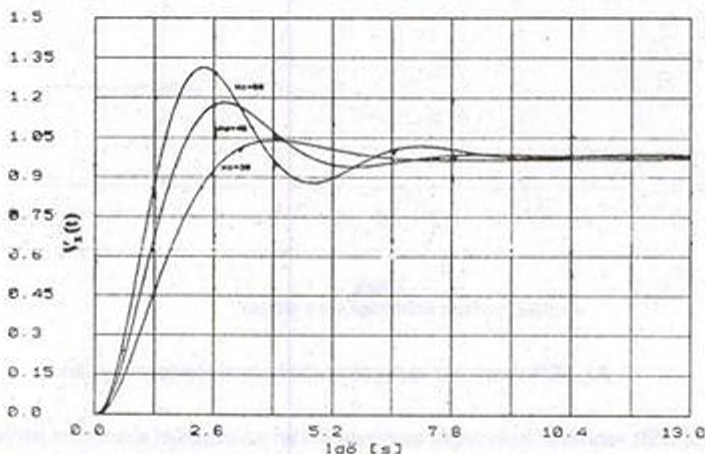
Az SSR rendszer analízise időtartományban

4.2. Az SSR rendszer követési tulajdonságainak analízise.

4.2.1. Az SSR rendszer átmeneti függvénye.

Korábbról ismeretes, hogy zavarásmentes esetben a P-típusú szabályozóval ellátott SSR rendszer az ugrásfüggvény jellegű $V_{xc}(t)$ bemeneti jelet ledolgozza. A szabályozó tehát 1-típusúként viselkedik. $V_{xc}(t) = 1 \frac{m}{s}$ esetén a szabályozás átmeneti függvénye a 6. ábrán látható.

Mint az a 6. ábrán jól látható, állandósult állapotban a $V_x(t)$ ki meneti jel tart a $V_{xc}(t)$ alapjelhez, tehát a szabályozó valóban hiba leköveti az alapjelet. A szabályozó változó erősítései közül a legmegfelelőbb: $K_x = 45$.



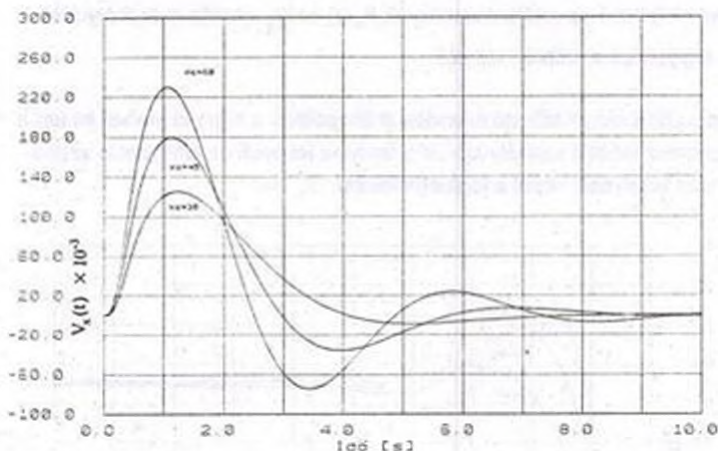
6. ábra
Az SSR rendszer átmeneti függvénye

4.2.2. Az SSR rendszer válasza az impulzus jellegű alapjelre.

A 3. fejezetben bizonyítást nyert, hogy determinisztikus és impulzus jellegű alapjel esetén az állandósult állapotbeli hiba zérus értékű. Legyen a bemeneti jel $V_{xc}(t) = 1 \frac{m}{s}$ amplitúdójú négyszögfüggvény $t=0,4$ s pulzusidővel. Az SSR

rendszer válasza a bemeneti jelre a 7. ábrán látható.

Mint az a 7. ábrán látható, a szabályozó erősítési tényezőjének K_c növelése a lengési hajlam növekedését eredményezi.



7. ábra
Az SSR rendszer számítógépes analízise

5. Az SSR rendszer vizsgálata frekvenciatartományban.

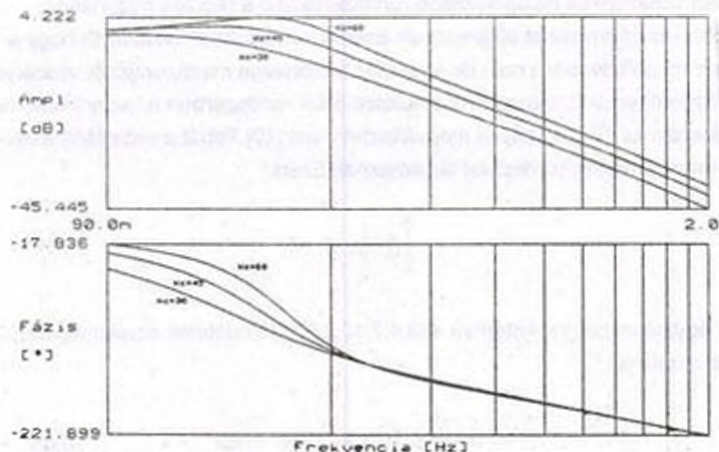
Az SSR rendszer frekvencia analízise során az alapjelet szinuszos jelnek tekintjük, amelynek frekvenciája bizonyos tartományban változik. A frekvenciatartományban végrehajtott stabilitásvizsgálat lényege a következő: a zárt szabályozási kör stabilitása eldönthető a felnyitott szabályozási kör viselkedése alapján [2,3,4,5,6,8,10,13,14]. A felnyitott kör frekvencia függvényét megkaphatjuk az átviteli függvényből is az $s=j\omega$ formális helyettesítéssel [3,4,10].

A 3. ábra alapján a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye a következő:

$$Y(s) = \frac{K_c K_E K_A}{(1+sT_{ACT})(1+sT_E)(1+sT_A)(1+sT_S)} \quad (5.1)$$

5.1. Az SSR rendszer Bode diagramja.

Az amplitúdó- és fázis-frekvencia görbék a 8. ábrán láthatók.



8. ábra
Az SSR rendszer Bode diagramja

A 8. ábra alapján megállapítható az amplitúdó görbék meredeksége az ω_c metszési körfrekvencián. A görbesereg a szabályozó erősítési tényezője szerint paraméterezett. A számítógépes analízis eredményeit elemezve azt mondhatjuk, hogy a rendszer stabil működésű, a fázis és az amplitúdó tartalék eleget tesz a rendszerrel szemben támasztott minőségi követelményeknek. Igényes szabályozásokra az amplitúdó tartalék $\kappa \geq 6\text{ dB}$, míg a fázistartalék $\varphi_c \geq 30^\circ$. Az általunk vizsgált rendszerben az egyes fázistartalékok a következők: $144^\circ, 74,88^\circ, 50,96^\circ$ a szabályozó $K_C = 30, 45, 60$ erősítéseinek megfelelően, míg az amplitúdó tartalékok a következők: $24,78\text{ dB}, 20,72\text{ dB}$; és $17,82\text{ dB}$.

A [3,4] irodalmak részletesen tárgyalják a szabályozások frekvencia analízisét. Így a mélyebb ismeretekre vágyók bőségesen találhatnak szakirodalmat a témával kapcsolatban, tudásukat igényük szerint tökéletesíthetik.

6. Az SSR rendszer optimális beállítása a Lagrange multiplikátor alkalmazásával.

Az automatikus repülésvezérlő rendszerekben a repülés biztonsága érdekében korlátozásokat alkalmaznak. Ezek a korlátozások biztosítják, hogy a rendszer meghibásodása nem jár a repülés biztonsága szempontjából veszélyes következménnyel. A 2. fejezetben bemutatott SSR rendszerben a tolóerő automata a tolóerő max. 10 %-ig képes megváltoztatni azt [10]. Tehát a sebesség stabilizáló rendszerben is korlátozást alkalmaznak. Ezért

$$\int_0^{\infty} \delta_{THR}^2 dt \leq \delta \quad (6.1)$$

A négyzetes integrál kritérium a [3,4,7,10,12,14] irodalmak szerint az alábbi alakban írható fel :

$$J = \int_0^{\infty} (\varepsilon^2 + \lambda \delta_{THR}^2) dt = \min \quad (6.2)$$

ahol : - λ - Lagrange multiplikátor, skalár mennyiség.

Az SSR rendszer - melynek hatásvázlata a 3. ábrán látható - szabályozója legyen PD-típusú a gyors működés érdekében. A rendszer vezérlési törvénye:

$$\delta_c(s) = K_c(1 + sT_D)\varepsilon(s) \quad (6.3)$$

Az alapjel $V_{xc}(t)$ legyen egységnyi amplitúdójú ugrásfüggvény. Határozzuk meg a szabályozó K_c erősítési tényezőjét, valamint a differenciáló tag T_D időállandóját oly módon, hogy a (6.1) korlátozással rendelkező SSR rendszer $\varepsilon(t)$ hibájének négyzetes integrálja minimális értékű legyen. Az optimális paraméterek megállapításához válasszuk ki a következő repülési paramétereket [2,10] : $H=12000\text{m}$ és $M=0,9$ esetén a repülőgép időállandója : $T_s = 100\text{ s}$. Feltételezzük, hogy a hidraulikus erősítő és a sebességérzékelő nagyon gyors működésű, így időállandójuk elhanyagolhatóan kicsi. Ezen feltételek figyelembevételével a hibajelre megállapított átviteli függvény a következő alakban írható fel :

$$W(s) = \frac{\varepsilon(s)}{V_{xc}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{K_C(1+sT_D)K_E K_A}{sT_A(1+sT_E)}} \quad (6.4)$$

A hibajel Laplace transzformáltja a (6.4) egyenlet alapján :

$$\varepsilon(s) = \frac{(1+sT_E)T_A}{sT_A(1+sT_E) + K_C(1+sT_D)K_E K_A} \quad (6.5)$$

Tekintsük kimeneti jelnek a $\delta_{mtr}(s)$ jelet és határozzuk meg a zárt rendszer átviteli függvényét :

$$W(s) = \frac{\delta_{mtr}(s)}{V_{xc}(s)} = \frac{K_C(1+sT_D) \frac{K_E}{1+sT_E}}{1 + \frac{K_C(1+sT_D)K_E K_A}{sT_A(1+sT_E)}} \quad (6.6)$$

Figyelembe véve, hogy $V_{xc}(s) = \frac{1}{s}$, ezért a tolóerő változása a (6.6) egyenletből :

$$\delta_{mtr}(s) = \frac{(1+sT_D)T_A K_C K_E}{sT_A(1+sT_E) + K_C(1+sT_D)K_E K_A} \quad (6.7)$$

A (6.5) és a (6.7) egyenletekben elvégezve a kijelölt műveleteket a következő egyenleteket kapjuk :

$$\varepsilon(s) = \frac{T_A + sT_A T_E}{K_C K_E K_A + s(T_A + K_C K_E K_A T_D) + T_A T_E s^2} \quad (6.8)$$

vagy

$$\varepsilon(s) = \frac{a_0 + a_1 s}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2} \quad (6.9)$$

ahol : $a_0 = T_A$; $a_1 = T_A T_E$

$$b_0 = K_C K_E K_A; b_1 = T_A + K_C K_E K_A T_D; b_2 = T_A T_E \quad (6.10)$$

és

$$\delta_{MIT}(s) = \frac{T_A K_C K_E + s T_A T_D K_C K_E}{K_C K_E K_A + s(T_A + K_C K_E K_A T_D) + s^2 T_A T_E} \quad (6.11)$$

vagy

$$\delta_{MIT}(s) = \frac{c_0 + c_1 s}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2} \quad (6.12)$$

$$\text{ahol: } c_0 = T_A K_C K_E; c_1 = T_A T_D K_C K_E \quad (6.13)$$

Mivel a hibajel négyzetes integrálja - melyet a mi esetünkben a (6.2) egyenlet definiál - az időtartományban sokszor meglehetősen nehezen számítható, ezért gyakran a komplex frekvencia tartományban - az "s" síkon - határozzák meg az integrál értékét. A Parseval tétel értelmében, ha az $\varepsilon(s)$ hibajel racionális törtfüggvénye az "s" komplex frekvenciának és a (6.9) egyenlet alapján a hibajelnek csak baloldali pólusai vannak, akkor a hibajel négyzetes integrálja a (6.9) törtkifejezés számlálójának és nevezőjének együtthatói alapján könnyen kiszámítható az együtthatókból képzett algebrai egyenletek segítségével. Különböző fokszámú polinomokra az eredményeket táblázatba foglalják. A Phillips integrál táblázat felhasználásával a másodfokú $\varepsilon(s)$ hibajelre a következő egyenletet kapjuk [3,4,10]:

$$I_{1,E} = \frac{a_1^2 b_0 + a_0^2 b_1}{2b_0 b_1} = \frac{K_C K_E K_A (T_A T_E)^2 + T_E T_A^3}{2K_C K_E K_A T_A T_E (T_A + K_C K_E K_A T_D)} \quad (6.14)$$

A tolóerő megváltozására szintén írhatjuk, hogy:

$$I_{1,Q} = \frac{c_1^2 b_0 + c_0^2 b_1}{2b_0 b_1} = \frac{(T_A T_D K_C K_E)^2 K_C K_E K_A + (T_A K_C K_E)^2 T_A T_E}{2K_C K_E K_A T_E T_A (T_A + K_C K_E K_A T_D)} = 6 \quad (6.15)$$

A (6.14) és a (6.15) egyenletek figyelembevételével a (6.2) integrál kritériumot az alábbi módon írhatjuk fel:

$$J = J_{3E} + \lambda J_{3Q} = \frac{K_c K_E K_A (T_A T_E)^3 + T_E T_A^3 + \lambda [(T_A T_D K_C K_E)^2 K_C K_E K_A + (T_A K_C K_E)^2 T_A T_E]}{2K_C K_E K_A T_A T_E (T_A + K_C K_E K_A T_D)} \quad (6.16)$$

A szabályozó optimális beállításának feltételei a következők [3,4,10] :

$$\frac{\partial J}{\partial K_c} = 0; \quad \frac{\partial J}{\partial T_D} = 0; \quad \lambda J_{3Q} = 6 \quad (6.17)$$

A (6.16) egyenletben az ismeretlenek száma három, így tehát a (6.17) egyenletek alapján meghatározhatók a keresett K_c , T_D és a λ ismeretlenek.

Felhasznált irodalom

- [1] Bjugens, G.S., Studnev, R.V.: Dinamika szamoleta - Prostranstvennoe Dvizsenije, Masinosztroenije, Moskva, 1983.
- [2] Blakelock, J.H.: Automatic Control of Aircraft and Missiles, John Wiley & Sons. New York, London, Sydney, 1965.
- [3] Brogan, W.L.: Modern Control Theory, Prentice-Hall International, Inc., 1991.
- [4] Dr. Csáki Frigyes szerk.: Irányítástechnikai kézikönyv, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [5] Dickinson, B.: Aircraft Stability and Control for Pilots and Engineers, Sir Isaac Pitman & Sons Ltd., London, 1968.
- [6] Duncan, W.J.: The Principles of the Control and Stability of Aircraft, University Press, Cambridge, 1952.
- [7] Hacker, T.: Flight Stability and Control, American Elsevier Publishing Company, Inc., 1970.

- [8] Kuo, B.C.: Automatic Control Systems, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, USA, 1982.
- [9] McCormick, B.W.: Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics, John Wiley & Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, 1979.
- [10] McLean, D.: Automatic Flight Control Systems, New York, London, Toronto, Sydney, Tokyo, Singapore, 1990.
- [11] Mhitarjan, A.M.: Dinamika poleta, Masinstroenije, Moskva, 1971.
- [12] Seckel, E.: Stability and Control of Airplanes and Helicopters, Academic Press, New York, London, 1964.
- [13] Snesko, Ju.I.: Issledovanja v polete ustoichivosti i upravlaemosti samoleta, Masinstroinije, Moskva, 1971.
- [14] Towill, D.R.: Coefficient Plane Models for Control System Analysis and Design, Research Studies Press, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, 1981.