Horváth Dezső
főiskolai docens
Repülő Szakág Tanszék,szakcsoportvezető

A REPÜLŐGÉP HOSSZIRÁNYÚ MOZGÁSÁNAK FELOSZTÁSA, MOZGÁSEGYENLETEK,ÁTVETELI FÜGGVÉNYEK

Az esetek többségében jellegzetes sajátosságként jelentkezik a repülőgépnek azon képessége,hogy jelentős mértékben gyorsabban változtatja az állásszöget,mint a sebességet. Az állásszög kétszeres értékre történő megváltoztatásához másodpercek,néha a másodperc törtrészei szükségesek,a sebesség kétszeres értékre történő változtatásához, pedig több tíz másodperc szükséges. Ezért közelítően a hosszirányú mozgásban két mozgásforma választható ki:a kis (rövidperiódusú) hosszirányú mozgás,főképpen az állásszög gyors változtatásával jellemezhető és gyors mozgás és a nagy (hosszúperiódusú) hosszirányú mozgás,ami főleg a repülőgép sebességének változtatásávaljellemezhető és gyors mozgás. [1,2,3, 4,5,6]

Bevezetés

A repülőgép stabilitását és kormányozhatóságát hossz- és oldalirányúra oszhatjuk fel. A felosztás alapját a repülőgép szimmetrikus formája teszi lehetővé,annak függőleges síkjához (a szimmetriasíkhoz) viszonyítva. A szimmetriasíkban ható zavarok rendszerint elég kis mértékben befolyásolják a repülőgép oldalirányú mozgását. Ez lehetővé teszi azt,hogy bizonyos esetekben az oldalirányú mozgástól különválasztva vizsgáljuk a repülőgép hosszirányú egyenetlen (perturbált) mozgását.

Valamennyi repülőgépre jellemző - a hosszirányú mozgás tranziens folyamata idején - két fajta lengőmozgás: rövidperiodusú, rövid periódussal és viszonylag nagy csillapítással, valamint a hosszúperiódusú, hosszú peródussal és kis csillapitással.

A mozgás felosztása rövid- és hosszúperiódusú mozgásra nem mindig lehetséges. A repülőgép kis sebességénél, ami különösen a függőlegesen fel- és leszálló repülőgépeknél jellemző, a repülőgép állásszögének és sebességének egyforma viszonyított változásához szükséges idők egymáshoz közeli értékűek lesznek, így a fenti felosztás nem lehetséges.

Rövidperiódusú mozgás. [5,6]

Azokat a kisperiódusú rezgéseket ($T \approx 1-5$ s), amelyek a repülőgép súlypont körüli elfordulásával kapcsolatosak és a túlterhelés gyors változásával járnak együtt, rövidperiódusú mozgásnak nevezzük. A rövidperiódusú mozgásban lévő repülőgép stabilitásától nagymértékben függ a repüles biztonsága és a repülőgépvezető által történő általános értékelése. A repülési magasság növekedésével növekszik az adott rezgések periódusa és azok csillapodási ideje.

Hosszúperiódusú mozgás. [5,6]

Azokat a rezgéseket, amelyeknek 20-30 s-nél nagyobb a periódusa hosszúperiódusos vagy fugoid mozgásnak nevezzük. Ezek a rezgések föleg a repülőgép súlypontjának térbeli mozgásával kapcsolatosak és a repülési pálya dőlésszögének lassú, periódusos változásával járnak együtt. A repülőgép fugoid rezgései gyakran nem okoznak komoly rezgéseket a repülőgép vezetése közben. Az egyenetlen (perturbált) mozgás ezen formája eléggé lassan fejlődik ki és a repülőgépvezetőnek van elég ideje arra, hogy a repülőgépet a kiegyensúlyozási alap üzemmódra térítse vissza.

1.A rövid- és hosszúperiódusú mozgások létrejöttének fizikai magyarázata.[1,5,6]

Tételezzük fel,hogy a repülőgép vertikális,felfelé áramló levegőáramlásba kerül.Hatására megváltozik az állásszög,amely a repülőgépre ható erők és nyomatékok megváltoztatásához vezet.A keletkező szöggyorsulások sokkal nagyobbak a lineáris gyorsulásoknál,ezért a statikusan stabil repülőgép kezdi visszaállítani a korábbi állásszöget,azaz elfordul az OZ_1 tengely körül az óramutató járásával azonos irányba,miközben a repülőgép sebessége és a pályaszög csupán kismértékben változik,értékük elhanyagolható.

A rövidperiódusú mozgás végén a nyomatékok egyensúlya helyreáll,ugyanakkor az állás- és bólintási szögek csökkenésének következtében a súlyerő OX_1 tengelyre eső vetülete nő,ami a repülőgép sebességének növekedéséhez vezet.A sebesség növekedése, a felhajtóerő növekedését vonja maga után,ami viszont a pályaszög növekedését eredményezi.Állandó állásszögnél a pályaszög növekedését a bólintási szög növekedése kiséri,azaz a repülőgép ellenkező irányú forgása jön létre.Ezután a sebesség csökkeni fog a pályaszög pedig növekedni,és így tovább.Ezt a mozgást hosszúperiódusú mozgásnak nevezzük.

A dinamikai vizsgálat feltétele:

1.A rövidperiódusú mozgás vizsgálatakor figyelembe vesszük azt a körülményt,hogy az állásszög változásának rövid időtartama alatt a repülőgép sebességének abszolut értéke nem tud jelentősen megváltozni,ezért értéke állandónak vehető.

2.A rövidperiódusú mozgás esetén a kezdeti zavarásként az állásszögnél bekövetkező zavarást,a vezérlő behatás minőségében a magassági kormány kitérését vesszük figyelembe.

3.A rövid- és hosszúperiódusú mozgásnál egyrészt a repülőgép saját tulajdonságait vizsgálják, melyek a külső zavarás hatására jelentkeznek, másrészt a vezérlő behatások által előidézett dinamikai tulajdonságokat.

4.A saját dinamikai tulajdonságok vizsgálatakor feltételezik, hogy a magassági kormány (stabilizátor) és a hajtómű vezérlőkar (HVK) abban a helyzetben marad, ahol a zavarás előtt88t volt, azaz nincs kiegészítő kitérés, illetve elmozdulás ($8\Delta\delta_{vv}=0, \Delta\delta_{HVK}=0$).

2.Mozgásegyenletek.[1,4,5,6]

A hosszirányú mozgás linearizált egyenlete:[1,5,6]

$$\frac{d\Delta v}{dt} - a_{11}\Delta v - a_{13}\Delta\vartheta - a_{14}\Delta\alpha = a_{15}\Delta\delta_{vv} + a_{16}X_{vv}$$

$$-a_{21}\Delta v + \frac{d^2\Delta v}{dt^2} - a_{22}\frac{d\Delta\vartheta}{dt} - a_{24}\Delta\alpha - a_{24}\frac{d\Delta\alpha}{dt} = a_{25}\Delta\delta_{vv} + a_{25}\frac{d\Delta\delta_{vv}}{dt} +$$

$$+a_{26}M_{z_{vv}} \qquad (1)$$

$$-a_{31}\Delta v - a_{33}\Delta\vartheta + \frac{d\Delta\vartheta}{dt} + \frac{d\Delta\vartheta}{dt} - a_{34}\Delta\alpha = a_{35}\Delta\delta_{vv} + a_{36}Y_{vv}$$

ahol:

$$-\Delta\vartheta + \Delta\Theta + \Delta\alpha = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} = \Delta\omega_z \qquad (3)$$

az (1) egyenletrendszerben a

- bemenő változók $\Delta v, \Delta\theta, \Delta\vartheta$ és $\Delta\alpha$;
- kimenő változók $\Delta\delta_{vv}$;
- zavaró hatások $X_{vv}, Y_{vv}, M_{z_{vv}}$

Az (1) egyenletrendszer megoldása:

$$\begin{aligned} &\Delta v=\Delta v^{(o)}=0; \qquad &&\Delta\theta=\Delta\theta^{(o)}=0 \\ &\Delta\vartheta=\Delta\vartheta^{(o)}=0; \qquad &&\Delta\alpha=\Delta\alpha^{(o)}=0. \end{aligned} \tag{4}$$

valamint $\Delta\delta_{vv}=0, X_{vv}=Y_{vv}=0, M_{z_{vv}}=0$ -nál meghatározza a repülőgép zavarmentes hosszirányú mozgását.

Az (1) egyenletrendszert átalakítva és behelyettesítve kapjuk a hosszirányú mozgás determinánsát:

$$D=\begin{vmatrix} s-a_{11} & 0 & -a_{13} & a_{14} \\ -a_{21} & s(s-a_{22}) & 0 & -a_{24}-a_{24}s \\ -a_{31} & 0 & s-a_{33} & -a_{34} \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \tag{5}$$

A determinánst megoldva kapjuk a következő polinomot:

$$N(s)=s^4+A_1s^3+A_2s^2+A_3s+A_4 \tag{6}$$

$$A_1=-a_{33}+a_{34}-a_{22}-a_{24}-a_{11};$$

$$A_2=a_{31}a_{14}-a_{31}a_{13}+a_{22}a_{33}-a_{22}a_{34}-a_{24}+a_{33}a_{24}+a_{33}a_{11}-$$
$$-a_{34}a_{11}+a_{22}a_{11}+a_{24}a_{11};$$

$$A_3=-a_{21}a_{14}-a_{31}a_{22}a_{14}+a_{22}a_{31}a_{13}+a_{24}a_{31}a_{13}+a_{24}a_{33}-$$
$$-a_{22}a_{33}a_{11}+a_{22}a_{34}a_{11}+a_{24}a_{11}-a_{33}a_{11}a_{24};$$

$A_4=a_{21}a_{33}a_{14}-a_{13}a_{21}a_{34}+a_{24}a_{31}a_{13}-a_{24}a_{33}a_{11}$.

A determinánst nullával egyenlővé téve megkapjuk a hosszirányú mozgás karakterisztikus egyenletét:

$$s^4+A_1s^3+A_2s^2+A_3s+A_4=0 \tag{7}$$

Általános esetben az $M(s)$ polinomot a következő formában lehet felírni:

$$M(s)=A_4(T^2s^2+2T\zeta s+1)(\tau^2s^2+2\tau\eta s+1) \tag{8}$$

A hosszirányú mozgás karakterisztikus egyenlet $M(s)=0$ gyökei közül: két pár komplex gyök, amelyek csak abszolut értékben különböznek egymástól, az egyik pár abszolut értékben nagyobb, a másik pár az abszolut értékben kisebb gyökpárt alkotja.

A (8) egyenlet első másodfokú tagja $(T^2s^2+2T\zeta s+1)$, amely megfelel az abszolut értékben nagyobb gyökpárnak, a rövidperiódusú mozgás teljes gyorslefolyású összetevőjét határozza meg. A második tag $(\tau^2s^2+2\tau\zeta s+1)$, amely megfelel az abszolut értékben kisebb gyökpárnak, meghatározza a hosszúperiódusú mozgás teljes lassú lefolyású összetevőjét.

A karakterisztikus egyenlet gyökeinek meghatározására többféle közelítő megoldás létezik. A legegyszerűbb módszer az abszolut értékben különböző gyökpárok kiszámítása, amely megfelel a következő egyenletnek:

$$s^2+(a_{34}-a_{22}-a_{24})s+(-a_{24}-a_{22}a_{34}) = 0$$

$$A_2s^2+A_3s+A_4 = 0 \tag{9}$$

3. Rövidperiódusú mozgás. [1,5,6]

A rövidperiódusú mozgás vizsgálatánál, el lehet fogadni azt, hogy a repülőgép sebességértéke nem változik, vagyis v=const és $\Delta v=0$, valamint azt, hogy $\Delta\alpha$=var; $\Delta\vartheta$=var tekinthető.

A hosszirányú mozgás következő egyenletét

$$(s+a_{11})\Delta v+a_{12}\Delta\alpha+a_{13}\Delta\vartheta = c_{11}\Delta U_x-c_{11}\Delta U_x-c_{12}\alpha_T+c_{13}\Delta\delta_{HVK}$$

$$-a_{21}\Delta v-(s+a_{22})\Delta\alpha+(s+a_{32})\Delta\vartheta = c_{21}\Delta U_x+c_{22}\alpha_T$$

$$-a_{31}\Delta v-(a_{30}s+a_{32})\Delta\alpha+(s^2-a_{33}s)\Delta\vartheta = c_{31}\Delta U_x+(c_{30}s+c_{32})\alpha_T+$$

$$+c_{34}\Delta\delta_{vv}+c_{36}M_{B_z} \qquad (10)$$

$$-a_{41}\Delta v+a_{42}\Delta\alpha-a_{43}\Delta\vartheta+p\Delta H = 0$$

ahol: a_{ij} – együtthatók jelölik a változókat a hosszirányú mozgás dinamikai linearizált egyenlet baloldalán lévő változó paraméterekre;

c_{ij} – együtthatók jelölik a változókat a külső zavarásokra – aerodinamikai erők és nyomatékok, valamint kormányhatások – vonatkozóan.

megoldva, a felsorolt feltételek mellett és feltételezve azt, hogy a kezdeti időpillanatban $\Delta\alpha=\Delta\vartheta$; $|v|$=const; $a_{23}\rightarrow 0$. ($|v|$ – a föld feletti sebesség abszolút értéke) /Mivel elfogadtuk, hogy v=const, ezért az (10) egyenletrendszer első egyenlete, ami a repülőgép sebességének változását írja le, a vizsgálatból kiesik. A többi egyenlet azon összetevői, amelyek Δv-t tartalmaznak nullával egyelőek.)

Ilymódon a rövidperiódusú hosszirányú mozgás egyenletei a következők lesznek:

$$-(s+a_{22})\Delta\alpha+s\Delta\vartheta-c_{21}\Delta U_x+c_{22}\alpha_T-(a_{3o}s+a_{32})\Delta\alpha+(s^2-a_{33}s)\Delta\vartheta =$$

$$=c_{31}\Delta U_x+(c_{3o}s+c_{32})\alpha_T+c_{34}\Delta\delta_{vv} \qquad (11)$$

Ennek a rendszernek a jobboldalán a vezérlő behatások állnak, vagyis azok az értékek, amelyek a HVK és a magassági kormány kiegészítő elmozdításával előidézett erőkkel és nyomatékokkal arányosak.

A determinánst megoldva kapjuk a rövidperiódusú mozgás karakterisztikus egyenletét:

$$D_K(s)=\begin{vmatrix} -(s+a_{22}) & s \\ -(a_{3o}s+a_{32}) & s^2-a_{33}s \end{vmatrix} = 0 \qquad (12)$$

a karakterisztikus egyenlet:

$$s(s^2 + K_1 s + K_2) = 0 \qquad (13)$$

ahol: $K_1 = a_{22}-a_{33}-a_{3o}$;

$K_2 = -(a_{22}a_{33}-a_{32})$.

A karakterisztikus egyenlet (13) megoldása három gyököt ad. Az egyik gyök közül egyik egyenlő nullával, a másik két gyök λ_1, λ_2 komplex konjugált. A nulla értékű gyök abból adódik, hogy a súlyerő hatását nem vettük figyelembe a rövidperiódusú mozgásra (feltételezve, hogy egyenletes repülés esetén $G_{xo}= -mg\sin\Theta = 0$).

3.1. A repülőgép rövidperiódusú mozgásának dinamikai jellemzői. Átviteli függvények. [1,4,5,6,7]

A kormányozható repülőgép átviteli tulajdonságait a következő átviteli függvény határozza meg:

$$W_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s) = \frac{D_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s)}{D(s)} = \frac{s^2+B_1^{\vartheta}s+B_2^{\vartheta}}{s(s^4+A_1s^3+A_2s^2+A_3s+A_4)} \tag{14}$$

ahol: $A_1 = a_{11}+a_{22}-a_{33}-a_{3o}$;

$A_2 = a_{11}a_{22}-(a_{11}+a_{22})a_{33}-a_{32}-a_{3o}a_{11}-a_{12}a_{21}$;

$A_3 = -a_{11}a_{22}a_{33}-a_{33}a_{11}+a_{21}a_{12}a_{33}+a_{21}a_{13}a_{3o}$;

$A_4 = a_{13}a_{21}a_{32}$;

$B_1^{\vartheta}; B_2^{\vartheta}$ – a bólintás szerinti együtthatók.

Az (14) egyenlet, a vízszintes vezérsík kitérése esetén létrejövő *bólintási szög változását* jellemzi.
A determinánst kifejtve

$$W_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s) = \frac{\Delta\vartheta(s)}{\Delta\delta_{vv}(s)} = \frac{\begin{vmatrix} -(s+a_{22}) & 0 \\ -(a_{3o}s+a_{32}) & c_{34} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -(s+a_{22}) & s \\ -(a_{3o}s+a_{32}) & s^2-a_{33}s \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{D_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s)}{D_K(s)} \tag{15}$$

a következőt kapjuk:

$$W_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s) = \frac{c_{34}(s+a_{22})}{(s^2+K_1 s+K_2)s};$$

$$W_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s) = \frac{K_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(T_1 s+1)}{(T^2_K s^2+2\zeta_K T_K s+1)s} \qquad (16)$$

ahol: $K_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(s) = \dfrac{c_{34}a_{22}}{K_2}$ – az együttható negatív, mivel $c_{34}< 0$(pozitív kormánykitérés iránya, lefelé);

$\zeta_K = \dfrac{K_1}{2\sqrt{K_2}}$ – lengések viszonyított csillapítási tényezője;

$$T_K = \frac{1}{\sqrt{K_2}};$$

$$T_1 = \frac{1}{a_{22}}$$

A (16) átviteli függvény kéttárolós lengő $\dfrac{K_{\vartheta}^{\delta_{vv}}}{T_K{}^2 s^2+2\zeta_K{}^2 T_K s+1}$, integráló $\dfrac{1}{s}$ és egy egytárolós differenciáló $(T_1 s+1)$ tagokból áll.

Az integráló tulajdonság azt jelenti, hogy állandó kitérített vízszintes vezérsík esetén a bólintási szög változik, végtelenhez tart, azaz a *repülőgép bukfenc* végrehajtására törekszik:

$$\lim_{t\to\infty} \vartheta(t) = \lim_{p\to 0} s \frac{K_{\vartheta}^{\delta_{vv}}(T_1 s+1)s}{s(T^2_K s^2+2\zeta_K T_K s+1)} = -\infty \qquad (17)$$

A valóságban ez nem megy végbe, mivel θ változásakor változik a sebesség is, ami viszont a korábbi feltételek szerint állandónak tekinthető ($\Delta v = 0$).

Általában a rövidperiódusú mozgás csillapítási együtthatóját 0,5-nél nagyobb értékűnek tekintik.

A vízszintes vezérsík kitérése esetén létrejövő *állásszögváltozást jellemző átviteli függvény:*

$$V_\alpha^{\delta_{vv}}(s) = \frac{K_\alpha^{\delta_{vv}}}{s^2+2\xi_\alpha\omega_\alpha s+\omega_\alpha^2} \qquad (18)$$

Az átviteli függvények (16,18) elemzése.

1./ A repülőgép tulajdonságainak vizsgálatakor a vezérlőkarok helyzete a kiinduló, s ez zavarás nélküli repülési üzemmódnak felel meg, így $\Delta\delta_{vv} = 0$ és $\Delta\delta_{HVK} = 0$.

A (11) egyenletrendszer jobbboldalát nullával egyenlőnek tételezve fel, megkapjuk a repülőgép tulajdonságait a rövidperiódusú mozgásban leíró egyenleteket:

$$-(s+a_{22})\Delta\alpha+s\Delta\theta = 0;$$

$$-(a_{30}s+a_{32})\Delta\alpha+(s^2-a_{23}s)\Delta\theta = 0.$$

Az olyan algebrai egyenletek rendszerét, amelyekbe több ismeretlen tartozik, úgy lehet megoldani, hogy vagy kizárjuk az ismeretlent helyettesítés útján, vagy pedig determinánsok módszerét alkalmazzuk. A két egyenlet két ismeretlent tartalmaz: a $\Delta\alpha$ állásszög és a $\Delta\theta$ bólintási szög változást, megoldva az egyenleteket megkapjuk az állásszög és bólintási szög változásának törvényét az idő függvényében.

2./ Az állásszög változásának törvényét a rövidperiódusú hosszirányú mozgásban meghatározó egyenlet egy állandó együtthatós másodrendű lineáris homogén differenciálegyenlet. A karakterisztikus egyenletet megoldva és gyökeit meghatározva kapjuk, hogy ha a karakterisztikus egyenlet gyökei komplexek, ($\xi_\alpha < 1$) akkor lengő folyamat keletkezik, ha pedig valós ($\xi_\alpha > 1$) akkor aperiódikus. Ezek között a folyamatok között a határt az aerodinamikai erők és nyomatékok közötti viszony képezi.

3./A mozgás stabilitását a karakterisztikus egyenlet gyökei alapján lehet megítélni.
A *dinamikai stabilitáshoz szükséges és elégséges*, hogy a karakerisztikus egyenlet valós gyökei negatívak legyenek, ha pedig a gyökök komplexek, akkor a gyökök valós részének kell negatívnak lenni. A feltétel kielégítéséhez, Hurwitz algebrai kritériuma alapján, a karakterisztikus egyenlet valamennyi tényezőjének pozitívnak kell lenni.

4./A bólintási szög változásának vizsgálata azonos az állásszög változásának vizsgálatával. A bólintási szögre vonatkoztatott mozgásegyenlet harmadrendű, ezért a karakterisztikus egyenlet harmadfokú (13). A nulla értékű gyök adja a bólintási szög c_2 állandó összetevőjét.
A *bólintási szög változása:*

$$\Delta\vartheta = c_1 e^{-K_1 t} \sin(\omega_\alpha + \varphi_\vartheta) + c_2.$$

A bólintási szög lengéseinek periódusa és csillapodása megegyezik az állásszög lengéseinek periódusával és csillapodásával, mivel a K_1 és K_2 tényezők erre a két mozgásra egyformák.
Mivel a φ_ϑ és φ_α nem egyenlő értékű, a lengések általános esetben *fázisban el vannak tolva*. Az állásszög és bólintási

szög értékei is különböznek a lengőmozgás végén. Stabil repülőgépeknél az átmeneti folyamat végén az állásszögnövekményének értéke a nullához tart.

Általános esetben a bólintási szög nem veszi fel a kiinduló értéket. Ez azzal magyarázható, hogy a repülőgép a mozgás folyamatában $\Delta\theta$ szögre elgörbíti a pályát. Így a mozgás végén $\Delta\alpha=0$, viszont $\Delta\vartheta=\Delta\theta+\Delta\alpha=\Delta\theta\neq0$.

3.2. Aperiódikus mozgás elemzése.

Ha $K_1>K_2>0$, vagyis ha $\zeta_\alpha>1$, akkor a (13) karakterisztikus egyenlet gyökei valósak, úgyanakkor abszolut érték szerint az egyik gyök nagy, a másik pedig kicsi. Ebben az esetben a bólintási és állásszög változása aperiódikus lesz és a következő kifejezésekkel határozható meg:

$\Delta\alpha = \Delta\alpha_1+\Delta\alpha_2 = B_1e^{K_1t}+B_2e^{K_2t}$;

$d\vartheta = c_1e^{K_1t}+c_2e^{K_2t}+c_3$.

A csillapító nyomaték növekedése aperiódikus mozgás esetében (a lengő folyamattól eltérően) a $\Delta\alpha$ növekmény kiinduló értékhez való visszatérése idejének növekedéséhez vezet.

Ha a súlypontot a semleges súlyponthelyzet mögé helyezzük, akkor a σ_n[1] tényező (a túlterhelés szerinti stabilitás foka) pozitívvá válik és ebből következik, hogy $K_2<0$. Így egy gyök abszolut értéke nagyobb lesz a K_1 tényezőnél. Ekkor a gyökök valósak lesznek, az egyik gyök (az abszolut érték szerint kisebb) pozitív, a másik (az abszolut érték szerint a nagyobb) negatív.

1

$$\sigma_n = m_z^{c_y} + \frac{m_z^{\bar{\omega}_z}}{\mu}$$ – értéke és előjele más feltételek egyenlősége esetén a súlypont helyzetétől függ;

$$\mu = \frac{2\,m}{\rho\, S\, b_A}$$ – a repülőgép viszonyított sűrűsége.

Pozitív gyökök esetében az állásszög változás egyik összetevője az idő függvényében növekedni fog és az állásszög változásának törvénye olyan lesz, hogy a repülőgép az állásszög szerint dinamikailag INSTABIL lesz.

4. Hosszúperiódusú mozgás.

A hosszúperiódusú mozgásban a repülőgép sebességváltozása a meghatározó. A hosszúperiódusú mozgás vizsgálatakor a magasságkormány (stabilizátor) helyzete rögzített és a kiinduló, kiegyensúlyozott helyzetnek felel meg, azaz $\Delta\delta_{vy}=0$. Ebben az esetben a hangsebesség alatti sebesség tartományban, ahol a repülési M szám nem gyakorol jelentős hatást a nyomatéki jellemzőkre, az állásszög a zavarás hatásaként körülbelül általános értékű lesz. Ezért a hosszúperiódusú mozgást állandó állásszög ($\Delta\alpha=0$) mellett vizsgáljuk. Eközben úgy tekintjük, hogy a repülőgép állásszög szerint statikusan stabil.

Határozzuk meg az átviteli függvényt, ha $v=var; \theta=var; \alpha=const$.

A nem kormányzott repülőgép hosszirányú mozgásának dinamikáját leíró egyenlet, zavarmentes atmoszférában:

$$D(s)=\begin{vmatrix} s+a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ -a_{21} & -(s+a_{22}) & (s+a_{23}) & 0 \\ -a_{31} & -(a_{30}s+a_{32}) & (s^2-a_{33})s & 0 \\ -a_{41} & a_{42} & -a_{43} & s \end{vmatrix} = 0 \qquad (19)$$

A (19) determinánst kifejtve és átalakítva a következő egyenletet kapjuk:

$$s(s^2+2\xi_{\phi}\,\omega_{\phi}s+\omega^2_{\phi})(s^2+2\xi_{\chi}\omega_{\chi}s+\omega_{\chi}^2) = 0 \qquad (20)$$

Az első másodfokú tag a hosszúperiódusú, a második a rövidperiódusú mozgást irja le.

ahol: ζ_ϕ, ζ_K – a repülőgép hosszúperiódusú és rövidperiódusú mozgás csillapitási együtthatói;

ω_ϕ, ω_K – a repülőgép hosszúperiódusú és rövidperiódusú mozgás körfrekvenciái.

A hosszúperiódusú mozgás átviteli függvényei a δ_{HVK} kitérése esetén ($\Delta\alpha$=0) mellett:

$$W_\vartheta^{\delta_{HVK}}(s)= \frac{D_\vartheta^{\delta_{HVK}}(s)}{D_\phi(s)} \qquad (21)$$

$$W_v^{\delta_{vv}}(s)= \frac{D_v^{\delta_{vv}}(s)}{D_\phi(s)} \qquad (22)$$

ahol:

$$D_\phi^{\delta_{HVK}}(s)= \begin{vmatrix} s+a_{11} & a_{13} \\ -a_{21} & s \end{vmatrix} ;$$

$$D_\vartheta^{\delta_{HVK}}(s)= \begin{vmatrix} s+a_{11} & c_{13} \\ -a_{21} & 0 \end{vmatrix} ;$$

$$D_v^{\delta_{HVK}}(s)= \begin{vmatrix} c_{13} & a_{13} \\ 0 & s \end{vmatrix} ;$$

Az állásszög változását a következő átviteli függvény írja le:

$$W_{\vartheta}^{\delta_{HVK}}(s)=\frac{K_{\vartheta}^{\delta_{HVK}}}{s^2+2\zeta_{\phi}\omega_{\phi}s+\omega_{\phi}^2} \tag{23}$$

ahol: $K_{\vartheta}^{\delta_{HVK}}=\frac{c_{13}}{a_{13}}$;

Abban az esetben ha nő a vonóerő ($K_{\vartheta}^{HVK}>0$ esetén), nő a bólintási szög (ϑ), amely a pályaszög (θ) növekedését vonja maga után ($\theta=\vartheta-\alpha$, a feltétel $\alpha=0$).

A sebesség változását leíró átviteli függvény:

$$W_{v}^{\delta_{HVK}}(s)=\frac{\begin{vmatrix} c_{13} & a_{13} \\ 0 & s \end{vmatrix}}{D_{\phi}(s)} \tag{24}$$

$$W_{v}^{\delta_{HVK}}(s)=\frac{K_{v}^{\delta_{HVK}}s}{s^2+2\zeta_{\phi}\omega_{\phi}s+\omega_{\phi}^2} \tag{25}$$

A (25) átviteli függvény kéttárolós lengőtagjának csillapítási együtthatója kicsi ($\zeta_{\phi}=0,05\div0,1$).

A repülőgép sebessége lengéseinek periódusa a hosszúperiódusú hosszirányú mozgásban (a *sebesség függvényében*) tíz másodperceket tesz ki, vagyis jelentős mértékben nagyobb az állásszög lengések periódusánál a rövidperiódusú hosszirányú mozgásban. Ezért nevezik *hosszúperiódusú mozgásnak*.

Ha a repülőgép *sebesség szerint statikusan* instabil, ami általában a hangsebesség körüli sebességeken fordul elő, akkor a *hosszúperiódusú hosszirányú mozgás* aperiódikusan instabil lesz.

A repülőgép vezérlésében különösen fontos szerepet játszik a rövidperiódusú mozgás. Az esetek többségében célszerű a teljes hosszirányú mozgástól különválasztva vizsgálni. A rövidperiódusú mozgás vizsgálatánál az (1) egyenletben a sebességváltozást elhagyhatjuk, ami a karakterisztikus egyenlet, egy fokkal történő csökkenéséhez vezet. Ha a vonóerő hatását is elhanyagoljuk akkor a karakterisztikus egyenlet másodfokú lesz.

Felhasznált irodalom

[1] - С. А. Горбатенко, Э. М. Макашов, Ю. Ф. Полушкин, Л. В. Шефтель: Расчёт и анализ движения летательных аппаратов Инженерный справочник, Москва, 1971. "Машиностроение"

[2] - Г. Ф. Зайсев, В. И. Койюк. Л. И. Чинаев: Основы автоматического управления и регулирования Киев, 1975. "Техніка"

[3] - В. С. Пугачев: Основы автоматического управления Москва, 1968. Наука

[4] - Horváth Dezső: A repülőgép dinamikai tulajdonságainak vizsgálata hosszirányú mozgás esetén SZRF, Repüléstudományi és Kiképzési Közlemények, 1995/ 1. szám.

[5] - A.M.Taraszenkov és mások:Dinamika paljota i bojevovo manyovrovanyijá letatyelnih apparatov
Moszkva,1984.Zsukovszkij Akadémia

[6] - А.А.Красовский:Системы автоматического управления полетом пилотируемых летательных аппаратов
Москва,1971.В.В.И.А имени проф.Н.Е.Жуковского

[7] - Szabolcsi Róbert:Légijárművek nemlineáris mozgásegyenleteinek linerizálása
SZRF,Tudományos Kiképzési Közlemények 1992/2-3.szám