

Bábeli egyetértés

Közös kincsünk: az indiai számok

A bábeli zűrzavar fogalma a zsidó-keresztény kultúrkörben mindenütt ismert. A Biblia lapjairól, az Ószövetségből elhíresült történet szerint mindaddig egy közös nyelvet beszélt a teljes emberiség, míg Babilónia földjén fel nem építette hatalmas városát. Pontosabban addig, amíg ama város, már-már eget érő tornya építőit az Úr a vállalkozásuk félbehagyására nem készítette. Összezavarta beszédüket, hogy ne értsék egymás nyelvét, ne teremthessenek összhangot maguk között. „És elszéleszté őket onnan az Úr az egész földnek színe; és megszűnének építeni a várost. Ezért nevezék annak nevét Babelnek; mert ott zavará össze az Úr az egész föld nyelvét, és onnan széleszté el őket az Úr az egész földnek színe.” Ezért van az – szolt a magyarázat –, hogy a legtöbb népnek eltérő nyelven folyik a beszéde, másként forognak és fogalmazódnak meg a gondolatai is.

Egy valami azonban mégis másként alakult. A matematika nyelve még akkor is közös, ha a számokat és műveletek minden nyelven másként nevezik. Ha azt olvassa valaki egy táblára írva, hogy $2+2=5$, vagy $11-2=8$, akkor ugyan másként fejezi ki a méltatlankodását, de Párizstól Vlagyivosztokig és Stockholmtól Fokvárosig egyformán érti, tudja, hogy mindkét számítás tagadhatatlan tévedés.

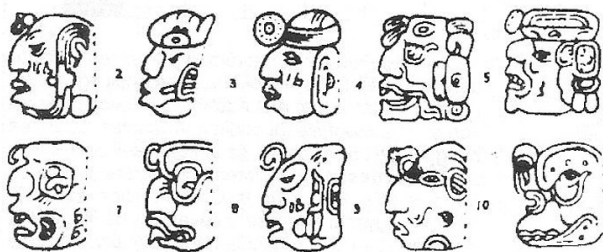
Hosszú út vezetett idáig. A számoknak már a képírás (a hieroglifák) kezdeti korszakában is sajátos rajzjelük volt. Azoknál az ősi kultúráknál, ahol az adószedés, a csillagászat, az építészet és a kereskedelem magas fokra hágott, mindenütt kialakult a számok külön jelképrendszere. A legbonyolultabb alighanem a maják ősi számjelkészlete volt, amelyben a különböző számokhoz erősen eltérő – jól megkülönböztethető, de csak nehezen, sok vonallal lejegyezhető, véshető – emberfej tartozott. Az évszázadok során, amikor a számolás mindennapos tevékenységgé vált náluk is, ez alakult át a végtelenül ésszerű – pontokból és vonalakból álló – rendszerre. Az időben őket jóval megelőző egyiptomiak számai sem voltak könnyen írhatók. Az ő nyitott patkó, kígyó, vagy mutatóujj alakú számképeik a maja fejszámolókéinál azonban még akkor is egyszerűbbek voltak, ha a ritkán használt millió leírásához ők is egy csodálkozó embert képét használták. Az eredeti kínai számok vonalai európai szemmel szintén nehezen követhetők, másolhatók.

A nagy változás Babilonból (Mezopotámiából), azaz éppen a bibliai Babeltől indult, ahol a sumérok a maguk tíz számát viszonylag egyszerű ékírásos jelekkel, agyagtáblákba nyomkodva használták. Egytől hatvanig ismételtették őket, majd egy szinttel följebb újra kezdték. Ez az eljárás volt az ún. helyi

érték első alkalmazása. Ma, amikor világszerte a tízes számrendszert használjuk, könnyen hihetnénk, hogy a babiloni hatvanas számrendszernek végleg leáldozott. Ha így vélnénk – nagyot tévednénk. A kör 360 fokos felosztásában, de még inkább az időmérésünkben ugyanis máig jelen van az évezredekkel ezelőtti bábeli számolgotás. (Egy óránk ma is hatvan percből, egy percünk ma is hatvan másodpercből áll.) A hatvan azonban kétségtelenül nagyon magas alapszámnak bizonyult, ami erősen megnehezítette a számolást.

Az ókori görögök és rómaiak tízes számrendszert alkalmaztak, de a számleírásuk, az alkalmazott jel- és betűegyüttes szintén nehézkesnek mutatkozott. (Tessék csak gyorsan összeszorozni mondjuk az MDCXLIX-et az MCCCLXXXVIII-cal!) A görögök ábécéjük egyes betűit használták rövidítésként. Az egyes egy függőleges vonal volt, amiben a kultúrtörténészek az azonosképp írandó jota (iota) betűt feltételezik. A négyet négy jota egymás mellé írásával jegyezték le. Az ötöt, azaz pentát, kezdőbetűjével, a pi-vel rövidítették. Kilencig újabb joták követtek a pi-t, majd a tízes (deka) delta-betűje következett... és így tovább. A rómaiak I., II., III. számjeleit a kézfej középső ujjából eredeztetették. A római ötös számjegyet, a kéz öt ujjának felmutatásakor a hüvelyk- és a mutatóujj alkotta vé-betű ihlette. A római tízes pedig úgy keletkezett, hogy az összes ujjal kitárt két és összeérintett tenyér hüvelykjeivel keresztezte egymást. Az öregujjnak ezt az ikszét rögzítették számjegyként. Az nagyobb mennyiséget viszont ők is betűkkel jelezték. (Az „L” ötvenet, a „C” százat, a „D” ötszázat, az „M” pedig ezret jelentett, ha számként szerepelt.) Egy-egy – akár egymást követő – sorszám lejegyzése is igen nagy terjedelmi különbségre vezetett. Nem csoda hát, hogy a helyi érteken alapuló számrendszer ötlete ilyen körülmények közepette fel sem merült. (E számolási rend nyomait is őrizzük. Nemcsak régi középületeink homlokzatán olvashatjuk a római számokat, hanem törvényeink, hónapjaink s – miként a Barátságban – az évszázadok és az évfolyamok megnevezésében is.)

A zsidók az ábécéjük írásjelkészletét használták számjegyekként is. Huszonhat betűvel ezerig tudták a mennyiségeket rögzíteni. Az ószláv írásbeliség ugyanezt a módszert alkalmazta, amikor az egyes betűk mellé számértéket rendelt. Az adott betűk fölötti kis hullámvonal jelezte, hogy mikor kell az olvasatot számként értelmezni. Számolni ily módon sem volt túlzottan könnyű. A középkor első századaiban – a történelmi körülmények mellett – a számítási nehézségek is hozzájárultak az európai tudo-



Ó-maja számok

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
 १ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०

Indiai számok

mány jelentősen hanyatlásához. Tízezernél nagyobb számfogalmakkal nem is dolgoztak. A helyzetet bonyolultabbá tette az is, hogy a német-római birodalomban a régi germán törzsek körében honos tizenkettes számrendszer utóvédharcai sem csitultak még el. (Erre a számszemléleti múltra utal például, hogy német nyelvben tizenkettőig van a számoknak önálló neve, de az angolszász világban sokkal későbbi utóhatása is volt. Nagy-Britannia pénzrendszerében csak 1971-ben tértek át a tizenkettesről a tízes számrendszer használatára.)

Indiában a feudális Európa kialakulása és megerősödése idején, a IV-XI. században virágzott fel igazán a csillagászati és matematikai műveltség. Tudósai átvették és továbbfejlesztették a babiloni (bábeli) örökséget. Mivel a nagy számokkal való műveletek is foglalkoztatták őket, sürgető szükségé vált a számítási eljárások leegyszerűsítése. A hatvanas helyett ezért ők egy tízes számrendszert vezettek be, de megtartották, illetve megtervezték a külön-külön jellel ellátott – önálló alaki és helyi értéket is megjelenítő – számokat. Ezekhez hozzáigazítottak egy különleges jelet: az önmagában értéktelen, de más számok mögé írva minősítő nagyságrendet jelentő nullát (régiesen: zérust).

Az indiaiak által létrehozott számrendszer minden emberi tudományban kulcsfontosságú lett. Az első fennmaradt írás, amely az új számítási rend működését jelzi, a VI. században keletkezett.

A jelzett időszakban India matematikusai nemcsak ezzel járultak hozzá az egyetemes tudományfejlődéshez. 400 körül ők vezették be számításaik során a szinuszt és koszinuszt, *Árjabhata* (476-550) – a híres csillagász, aki pontosan kiszámolta a Hold Föld körüli keringési idejét – a 499-ben kidolgozott sinus versus függvényén túl, a világ első szinusztáblázatainak összeállításával is úttörő szerepet vállalt. A körrel kapcsolatos geometriai számításokban nélkülözhetetlen Pi-értéket – a kör területének és átmérőjének viszonyszámát – minden korábbinál szabatosabban, tízezred pontossággal számította ki. *Brahmagupta* (598-660) kidolgozta a pozitív és nega-

1 2 3 4 5 6 7 8 9

10 20 30 40 50 60 70 80 90

100 200 300 400 500 600 700 800 900

Szláv számok

tív számok műveleti szabályait, de az elsőfokú határozatlan egyenlet első általános megoldása is tőle származik. Fő művében a Brahma tökéletesített tudománya (a Brahma-Sphuta-Siddhanta) összefoglaló címet viselő husz kötetében ő ismertette elsőként az indiai új szám- és számírás-, illetve számításrendszert. A harmadik kiemelkedő matematikus, Ácsárja *Bhászvara* (1114-1185) legnagyobb felfedezése a differenciálszámítás alkalmazása.

Hármuknak és társaiknak számos nagy hírű követőjük akadt. Nem csak Indiában, hanem az arab világban is. Könyveiket, felfedezéseiket és műveleti technikájukat a muzulmán matematikusok, csillagászok is tanulmányozták. A köreikben addig hagyományos, betűképes, helyi érték nélküli számírási módszerüket az Indiában oly sikeres számrendszerre cserélték.

Az arab hódítás, a keresztes hadjáratok és a mórok Ibériai-félszigeti megtelepülése nyomán, földrészünkön is felélénkült az érdeklődés a muszlim tudomány iránt. Ennek köszönhetően a XII. században Európa is megismerte az indiai számrendszert, amely itt a közvetítők okán, „arab számok” megnevezéssel gyökeresedett meg. Átvételének és elterjesztésének legismertebb ösztönzője Leonardo *Fibonacci* (1170-1250) itáliai matematikus volt, aki 1202-ben könyvet is írt (*Liber Abaci* – A számolás könyve) e tárgyban.

Magyarországon az indiai-arab számok európai számjegyei elsőként a nándorfehérvári csata évében, 1456-ban – azaz éppen 555 évvel ezelőtt – V. László pecsétjén tűntek fel. A XV. század végétől már egész Európa az indiaiak által kidolgozott számrendszert használta, sőt a hódítókkal együtt az Újvilágban (Amerikában) is megkezdte a „hódító útját”.

Mindmáig ez a számrendszer volt India legnagyobb adománya az emberiségnek. Olyan adomány, amelyről a legtöbben még azt sem tudják, hogy a Gangesz partjai mellől érkezett hozzájuk, legalább a matematika világában – de a hétköznapi számítások során is – újjáteremteni (megteremteni) a bábeli egyetértést.