GERGELY P. ALPÁR

Néhány szillogisztikus módozat érvényességének ellenőrzése a Venn-diagramok segítségével

Dolgozatomban néhány szillogisztikus módozat Venn-diagram segítségével való ábrázolását szeretném bemutatni, illetve magyarázni szeretném azt, hogy bizonyos szillogisztikus módozatok esetében azok Venn-diagramos ábrázolásáról miért nem lehet leolvasni a szóban forgó módozatok érvényességét. Azt remélem, hogy a dolgozat végére világossá válik, hogy milyen kérdés esetében való állásfoglalás játszik kulcsszerepet a vizsgált módozatok érvényességének eldöntésében.

Bertrand Russell egyik tanulmányában arra hívja fel a figyelmünket, hogy a formális logika ugyanaz, mint a matematika, pontosabban a tiszta matematika. Russell szerint a tiszta matematikát George Boole fedezte fel egy 1854-es művében, *A gondolkodás törvényei*ben. Russell azt állítja, hogy Boole szerint a tiszta matematika ilyen, és ehhez hasonló kijelentésekből áll:

> […] ha ez és ez a kijelentés igaz valamely *tetszőleges* dologra, akkor ez és ez a másik kijelentés szintén igaz erre a bizonyos dologra. Lényeges, hogy sem azt nem vizsgáljuk, hogy valóban igaz-e az első kijelentés, sem pedig azt nem mondjuk ki, hogy mi az a tetszőleges dolog, amelyre a feltételezések szerint a kijelentés igaz. […] A tiszta matematikában bizonyos következtetési szabályokból indulunk ki, s ezek révén levonhatjuk, hogy *ha* egy kijelentés igaz, akkor valamely másik kijelentés is az. Ezek a következtetési szabályok teszik ki a formális logika alapelveinek döntő részét. Majd vesszük bármely tetszőleges hipotézist, amelyik csak szórakoztatónak tűnik nekünk, és dedukáljuk a következményeit. Ha hipotézisünk *bármire*, és nem ezekre vagy azokra a külső dolgokra vonatkozik, akkor dedukciónk a matematikához tartozik. A matematikát tehát úgy határozhatjuk meg, mint azt a tárgyat, amellyel kapcsolatosan sem azt nem tudjuk, hogy miről beszélünk, sem pedig azt, hogy igaz-e az, amit mondunk.[1]

Bár a russelli idézet hosszú, fontosnak tartottam, hogy teljességében idézzem azt. Russell ugyanis ebben az idézetben néhány fontos dologra hívja fel a figyelmünket a

1 | Bertrand Russell: A matematika és a metafizikusok. In: Uő: *Miszticizmus és logika*. Magyar Helikon, Budapest 1976. 120–121.

Gergely P. Alpár (1985) – filozófus (logika), egyetemi adjunktus, BBTE, Kolozsvár, *alpar.gergely@ubbcluj.ro*

https://doi.org/10.36373/em-2024-4-11

logikával kapcsolatosan. Mindenekelőtt arra, hogy a logika nem bizonyos meghatározott külső dolgokkal foglalkozik, hanem tetszőleges dolgokkal, mondhatni: bármivel; majd arra, hogy a logika keretén belül nem vizsgáljuk azt, hogy igazak-e a kijelentéseink a tetszőlegesen kiválasztott dolgokra; végül pedig arra, hogy a logika hipotetikus, ha..., akkor... típusú kijelentésekből áll.

Ezek az észrevételek pedig nagyon jól összecsengenek a logika két népszerű definíciójával. Az egyik meghatározás szerint a logika a helyes gondolkodás tudománya, és mint ilyen, nem azt vizsgálja, hogy az emberek valójában hogyan gondolkodnak, hanem arra vonatkozóan ad előírásokat, hogy hogyan kellene gondolkodnunk. Nem deskriptív, azaz leíró tudomány tehát, hanem normatív. A másik meghatározás szerint pedig a logika az érvényes következtetés tudománya. Kapcsolódva az előbbi definícióhoz is, azt mondhatjuk, hogy a logika azt mutatja meg, hogyan kellene gondolkodnunk, azaz milyen szabályoknak kellene megfelelnie a gondolkodásunknak ahhoz, hogy érvényes következtetéseket hozzunk létre.

Természetesen, az érvényes következtetés logikai formájának a fogalma nem problémamentes. Rögtön felmerül a kérdés, hogy mit értünk érvényes következtetésen. Melyek tehát azok az ismertetőjegyek, amelyek egy következtetést érvényessé tesznek? Azt látjuk, hogy az érvényes következtetéseknek két ismérve van: egy materiális és egy formális. Ahhoz, hogy a materiális követelményeknek eleget tegyünk, arra van szükségünk, hogy a következtetés során igaz kijelentésekből (vagy kijelentésből) – nevezzük ezeket premisszáknak – induljunk ki, a formális kritérium kielégítése során pedig egyszerűen a következtetés folyamatának a helyes voltát értjük. Úgy tűnik tehát, hogy az érvényesség a maga során egyszerre feltételezi a premisszák igazságát és a következtetés helyességét.[2] Ha ezek valamelyike nem teljesül, nem beszélhetünk érvényes következtetésről. Legjobb lesz, ha mindjárt néhány példa segítségével világítjuk meg mindezt.

Legyenek adottak a következő kijelentések:

(1) *Minden ember halandó.*

(2) *Szókratész ember.*

E két kijelentésből következik az, hogy:

(3) *Szókratész halandó.*

A következtetés esetében azt látjuk, hogy két igaz kijelentésből indultunk ki (ezek a következtetés premisszái), és helyesen következtetve egy igaz kijelentéshez (ezt a következtetés konklúziójának nevezzük) jutottunk. Mivel a premisszáink igazak voltak, vagyis teljesült a következtetésekre vonatkozó materiális feltétel, és a következtetésünk helyes volt, teljesült tehát a formális feltétel is, azt mondhatjuk, hogy a következtetésünk érvényes.

Lássunk most egy másik következtetést!

(4) *Ha a Hold zöld sajtból van, akkor az asztalomon levő kaktusz tud beszélni.*

(5) *A Hold zöld sajtból van.*

Ezekből a premisszákból azt a konklúziót fogalmazhatjuk meg, hogy:

(6) *Az asztalomon levő kaktusz tud beszélni.*

A második példa esetében azt látjuk, hogy a logika szabályainak megfelelően vontuk le a következtetést, így a következtetési folyamat helyes. A következtetést

2 | Lásd Gál László: *Hagyományos logika*. Egyetemi Műhely Kiadó, Kolozsvár 2007. 17.

mégsem tartjuk érvényesnek. Ennek oka, hogy nem igaz premisszákból indultunk ki. Itt tehát nem tettünk eleget az érvényes következtetések materiális követelményének.

A harmadik példánk pedig:

(7) *Minden görög ember.*

(8) *Minden ember halandó.*

Amelynek konklúziója legyen:

(9) *Platónnak hosszú szakálla van.*

Ebben az esetben azt látjuk, hogy bár igaz premisszákból indultunk ki, megfeleltünk tehát az érvényes következtetésekre vonatkozó materiális követelményeknek, a következtetésünk mégsem érvényes: pontosan azért nem, mert nem következtettünk helyesen, azaz a logikai szabályoknak megfelelően. Ez pedig azt eredményezte, hogy a premisszákból a konklúzió nem következik szükségszerűen.

Bár a logika tárgyának meghatározásakor abban állapodtunk meg, hogy a logika az érvényes következtetések vizsgálatával foglalkozik, még akkor is, ha csak egy gyors pillantást vetünk a hagyományos logika felépítésére, azt látjuk, hogy a tárgy vizsgálata a fogalom elemzésétől indul, majd pedig a kategorikus kijelentéseken keresztül jut el a következtetések elemzéséig. Ennek oka a következő: a logikában azt tartjuk, hogy a következtetések alkotóelemei a kategorikus kijelentések, amelyek a maguk során fogalmakból épülnek fel. A vizsgálat középpontjában mindig a következtetések állnak; a kijelentésekkel és a fogalmakkal azért vagyunk kénytelenek foglalkozni, hogy eljussunk a következtetésekig.

Nem szeretnék különösen sok időt tölteni sem a fogalmak, sem pedig a kijelentések elemzésével, mégis kénytelen vagyok megfogalmazni néhány alapelvet annak érdekében, hogy a szillogizmusok módozatainak az érvényességéről dönthessünk.

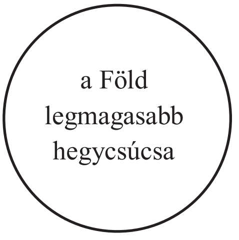
Fogalmak

Mindenekelőtt szögezzük le azt, hogy a hagyományos logikában a fogalmat a legegyszerűbb logikai formának tartjuk,[3] amely különböző entitások reprezentációja, és amelynek a vizsgálódásunk szempontjából szinte az egyetlen releváns tulajdonsága az, hogy extenzióval rendelkezik, vagyis van terjedelme. Egy fogalom terjedelmét pedig egy alapvető halmazelméleti reláció, az elemreláció segítségével adjuk meg. Így valahányszor egy fogalom extenziója felől érdeklődünk, tulajdonképpen arra a kérdésre keressük a választ, hogy a fogalom terjedelmének mint halmaznak mennyi eleme van. Az elemek ugyanis azok a dolgok, amelyek bizonyos rájuk jellemző tulajdonságok alapján képezik vagy megadják a szóban forgó fogalom terjedelmét. Így például a *filozófus* fogalom terjedelmének eleme minden olyan ember, akiről elmondható, hogy rendelkezik a filozófus(nak lenni) tulajdonsággal, tehát az összes múltbéli és jelenleg élő filozófus; *a Föld legmagasabb hegycsúcsa* fogalom terjedelmébe az a hegycsúcs tartozik, amely a 'Föld' nevű bolygó legmagasabb hegycsúcsa; a *piros* fogalom terjedelmébe azok a dolgok, amelyek rendelkeznek a *piros(nak lenni)* tulajdonsággal stb. A fogalmak

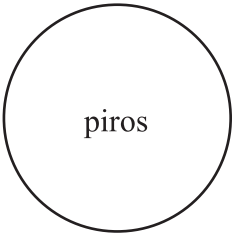
3 | Lásd Petre Botezatu: *Introducere în logică*. Polirom, Iași 1997. 116.; Ion Didilescu–Petre Botezatu: *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*. Editura Didactică și Pedagogică, București 1976. 28–29.

extenzióját általában egy kör (vagy valamilyen zárt síkidom) segítségével ábrázoljuk. Íme a példákban említett három fogalom extenziójának grafikus reprezentációja:

1. ábra



2. ábra



3. ábra

Kategorikus kijelentések

Ezek után rátérhetünk a kategorikus kijelentések (egyszerű nevükön: kijelentések) jellemzésére. Definíció szerint a kategorikus kijelentés olyan logikai forma, amely bonyolultabb a fogalomnál.[4] Bonyolultsága éppen annak köszönhető, hogy két fogalomból épül fel (ezeket a fogalmakat szokás terminusoknak is nevezni), és az őt alkotó két terminus viszonyáról mond valamit. Szerkezetileg tehát a kijelentések két terminusból állnak: a logikai szubjektumból, amelyről a kijelentés mond valamit, és a logikai predikátumból, amelyet a kijelentés mond a logikai szubjektumról. A logikai szubjektum jele *S*, a logikai predikátumé pedig *P*. Szokás még a szerkezeti elemek közé sorolni azt a

4 | Lásd Gál László: *i. m.* 50.

kifejezést is, amely meghatározza, hogy a logikai szubjektum terminusának a terjedelmébe mennyi elem tartozik, és amelyet másképpen kvantornak nevezünk. A kvantort a természetes nyelvekben többnyire a 'minden', vagy 'néhány' szavakkal juttatjuk kifejezésre. A kijelentések szerkezeti elemei közé soroljuk azt az elemet is, amely megteremti a kapcsolatot a kijelentés logikai szubjektuma és a logikai predikátum között, amelyet kopulának nevezünk.[5] Ezt általában a 'van' szóval adjuk vissza.[6]

Ha figyelembe vesszük, hogy egy-egy kijelentésben melyik kvantor szerepel, akár explicit, akár tacit módon, megkapjuk a kategorikus kijelentések mennyiségileg való felosztását. Eszerint kijelentéseink lehetnek egyetemesek vagy részlegesek. Egyetemes kijelentésről beszélünk, ha a kvantor a logikai szubjektum terminusának a terjedelmébe tartozó összes elemről mond valamit. Például: *Minden alma zöld*. Ebben az esetben azt látjuk, hogy a szóban forgó almák halmazának az összes eleméről azt állítottuk, hogy rendelkeznek a zöld(nek lenni) tulajdonsággal. Részleges kijelentést kapunk pedig abban az esetben, ha a logikai szubjektum terminusának csak néhány (értve ez alatt azt, hogy legalább egyik) eleméről mondunk valamit. Például: *Néhány alma nem zöld*. Itt azt látjuk, hogy az almák halmazának némelyik eleméről (de legkevesebb egy elemről) azt állítjuk, hogy nem rendelkezik a zöld(nek lenni) tulajdonsággal.

A kategorikus kijelentések egy másik típusú felosztását aszerint végezzük el, hogy a logikai szubjektum által megnevezett terminus terjedelmében levő (összes vagy néhány) elem rendelkezik-e a logikai predikátum által megnevezett vagy leírt tulajdonsággal. Ha igen, akkor kijelentéseinket állító kijelentéseknek nevezzük, ha nem, akkor tagadó kijelentésekről beszélünk. Így például a *néhány alma zöld* kijelentés állító, hiszen a kijelentés szerint az almák halmazába tartozó néhány elem rendelkezik a zöld(nek lenni) tulajdonsággal, az *egyetlen alma sem zöld* kijelentés pedig tagadó, mivel azt állítja, hogy az almák halmazába tartozó egyetlen elem sem rendelkezik a zöld(nek lenni) tulajdonsággal. A kategorikus kijelentések ezen osztályozását minőségi szempontból való osztályozásnak nevezzük.

Ezek után megállapíthatjuk, hogy ha a kategorikus kijelentéseinket egyszerre mennyiségi és minőségi szempontból is fel akarjuk osztani, négytípusú kijelentést kapunk, úgy mint: egyetemesen állító, egyetemesen tagadó, részlegesen állító és részlegesen tagadó. Jelöljük ezeket rendre az *A*, *E*, *I*, *O* betűkkel.[7] Annak érdekében pedig, hogy a lehető legjobban megértsük a kettős osztályozást, adjunk példát az összes kategorikus kijelentésre, immár rendszerezve a kijelentéseket. Legyenek példáink a következők:

(10) A: *Minden alma zöld.*
(11) E: *Egyetlen alma sem zöld.*

5 | Vö. Gál László: *i. m.* 51–52.; Didilescu–Botezatu: *i. m.* 30–32.; Patrick J. Hurley: *A Concise Introduction to Logic*. Wadsworth, Boston 2012. 197–199.

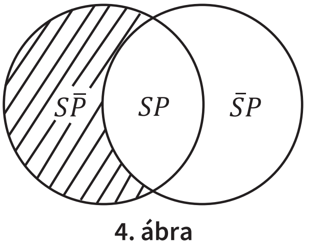
6 | A magyar nyelvben, ellentétben a legtöbb más természetes nyelvvel, nem mondjuk ki vagy nem tesszük ki a kopulát jelző szót. Így például nem azt mondjuk, hogy: *Az ég van kék,* hanem azt, hogy: *Az ég kék;* nem azt, hogy: *Néhány alma van piros,* hanem hogy: *Néhány alma piros,* stb.

7 | Ezek a betűk latin megnevezések rövidítései, és arra hivatottak, hogy a kategorikus kijelentések jelölésénél vagy formalizálásánál megkönnyítsék a dolgunkat. Az *A-*, *E-*, *I-*, *O-*típusú kijelentések helyett használni szoktuk még a kijelentések két szerkezeti elemét figyelembe vevő jelölésmódot is, és akkor a kijelentéseket az *SaP, SeP, SiP, SoP* megnevezésekkel látjuk el, ahol *S* a logikai szubjektumot, *P* pedig a logikai predikátumot jelöli.

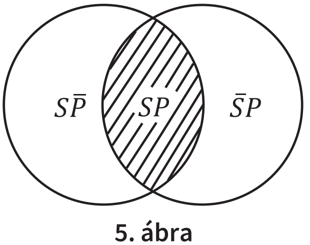
(12) I: *Néhány alma zöld.*
(13) O: *Néhány alma nem zöld.*

Most pedig adjuk meg a kijelentések ábráját a Venn-diagramok segítségével. Előtte azonban még néhány megjegyzés: mindenekelőtt azt kell szem előtt tartanunk, hogy a Venn-diagram segítségével való ábrázolás során minden esetben metsző köröket adunk meg, amelyek rendre a logikai szubjektum (*S*) és logikai predikátum (*P*) terjedelmét jelképezik. Azért ennek a két terminusnak a metszetét adjuk meg, mert definíciónk szerint a kategorikus kijelentések a *S* és *P* terminusok kapcsolatáról adnak számot. Ezután elnevezzük azokat a területeket, amelyek a metsző körök megadásával létrejönnek. Azt látjuk, hogy ezek rendre az , nevet kapják, amely megnevezésekben a *S* és *P* terminusok feletti vízszintes vonal a tagadás logikai jele. Ha *S*-et, a példáinkat követve 'alma'-ként határozzuk meg, akkor a világunkban levő azon dolgoknak a halmazát fogja kijelölni, amelyek nem almák. Ebbe a halmazba fognak tartozni a ceruzák, tűzoltópalackok, rakéták stb., gyakorlatilag minden, ami nem alma. A *P* esetében pedig ugyanígy járunk el: ha *P*-t 'zöld'-ként definiáltuk, akkor -t a nem-zöld dolgok halmazaként fogjuk értelmezni.[8] Egy utolsó megjegyzésként pedig azt kell mondanunk, hogy azt a mezőt, amelyet üresnek tartunk (vagyis az üres halmazt) bevonalkázzuk, abba a mezőbe pedig amelyről tudjuk, hogy van legalább egy eleme, 'x'-et fogunk írni, jelezve azt a minimális egy elemet.

Mindezeket figyelembe véve az *A* (4. ábra), *E* (5. ábra), *I* (6. ábra), *O* (7. ábra) kijelentések Venn-diagramokkal való ábrázolása a következő:

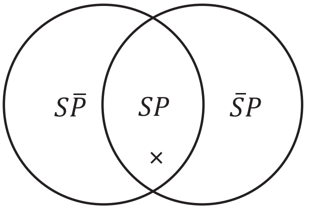


4. ábra

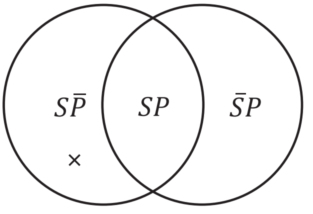


5. ábra

8 | A figyelmes olvasó észrevehette, hogy ha a világunkban található összes dologról számot akarunk adni, akkor szükségünk van egy negyedik elnevezésre és egy ahhoz tartozó halmazra is. Hiszen: hová fogjuk tenni a piros tűzoltópalackokat, amelyek se nem almák, se nem zöldek? Természetesen abba a halmazba, amely azokat a dolgokat tartalmazza, amelyek se nem almák, se nem zöldek, vagyis a halmazba. A kategorikus kijelentések ábrázolásakor azonban (jelen vizsgálódás keretén belül) ennek a halmaznak nem feltétlenül van jelentősége.



6. ábra



7. ábra

Az *A*-típusú, vagyis az egyetemesen állító kijelentés esetében kontraintuitívnak tűnhet, hogy úgy világítunk rá arra a tényre, hogy *S* halmaz minden eleme rendelkezik egy bizonyos *P* tulajdonsággal, hogy azt ábrázoljuk, nincs olyan elem, amelyik rendelkezne a szóban forgó tulajdonság ellenkezőjével: tehát üres halamaz, de fogadjuk el, hogy ez így van.

Kategorikus szillogizmusok

Most pedig rátérhetünk a kategorikus szillogizmusok leírására. Tisztázzuk mindjárt az elején, hogy a kategorikus szillogizmusokat röviden szillogizmusoknak fogjuk nevezni. Szillogizmus alatt pedig azt a logikai formát értjük, amely kategorikus kijelentésekből épül fel. A standard értelemben vett szillogizmusok (amelyekkel a dolgozatban foglalkozunk) tulajdonképpen olyan következtetések, amelyeknek két premisszája van, ezért még közvetett következtetéseknek is nevezzük. Ha a szillogizmusok szerkezetét a kijelentések felől akarjuk megragadni, azt mondhatjuk, hogy azok két premisszából és egy konklúzióból állnak.[9] Ha a fogalmak segítségével akarjuk meghatározni, akkor a szillogizmus olyan logikai forma lesz, amely három fogalomból vagy terminusból áll: a már ismert *S* és *P* terminusokból és egy harmadik terminusból, amelyet középső vagy mediális terminusnak nevezünk, és amelyet *M*-mel jelölünk. A mediális terminus feladata a szillogizmus keretén belül az, hogy közvetítsen a szillogizmus *S* és *P* terminusai között. Ez az a terminus, amely mindkét premisszában megjelenik egyszer, de a konklúzióban nem szerepel.

Még egyszer: a szillogizmusok kijelentésekből épülnek fel: két premisszából és egy konklúzióból; a kijelentések pedig terminusokból épülnek fel: *S*-ből és *P*-ből. Ez arra engedne minket következtetni, hogy a szillogizmusokon belül három *S* és három

9 | Lásd Patrick J. Hurley: *i. m.* 259.

P terminus jelenik meg, de nem ez a helyzet. Azt láttuk, hogy az *M* terminus mindkét premisszában megjelenik egyszer (de a konklúzióban nem), így egyedül a szillogizmus konklúziójának a formája *S-P*. Mivel azonban minden kijelentés szerkezete feltételezi a logikai szubjektumot is és a logikai predikátumot is, ezért csak arra következtethetünk, hogy a két premisszában az *M*-mel jelölt terminus fogja eljátszani az *S* vagy a *P* szerepét. És attól függően, hogy az *M* terminus a premisszákban éppen melyik terminus, *S* vagy *P* helyén áll-e, négy különböző alakzatot különböztetünk meg. A négy alakzat sematikus ábrázolása a következő:

1. alakzat:	2. alakzat:	3. alakzat:	4. alakzat:
M-P	*P-M*	*M-P*	*P-M*
<u>*S-M*</u>	<u>*S-M*</u>	<u>*M-S*</u>	<u>*M-S*</u>
S-P	*S-P*	*S-P*	*S-P*.

A példa kedvéért vegyünk egy szillogizmust. Legyen ez a:
(8) *Minden ember halandó.*
(14) *Minden filozófus ember.*
(15) *Minden filozófus halandó.*

A megadott példa esetében azt látjuk, hogy van egy terminus, amelyik a szillogizmus konklúziójában nem szerepel, az *ember*. Ez per definitionem a szillogizmus *M* terminusa. Ugyanakkor azt is látjuk, hogy az *M* terminus az első premissza esetében az első terminus, így az az első premissza logikai szubjektumaként funkcionál, a második premissza esetében pedig a kijelentés második terminusa, tehát a kijelentés logikai predikátumaként van jelen. A konklúziónak minden esetben *S-P* szerkezete van: az első terminust *S*-sel, a másodikat *P*-vel jelöljük, és ezt a jelölést vetítjük vissza a premisszákban szereplő terminusok elnevezésére. A példaként felhozott szillogizmus elemzése azt mutatja meg, hogy az 1. alakzattal van dolgunk. Természetesen, újabb példákat képezhetnénk és folytathatnánk azok elemzését, erről azonban itt most lemondunk.[10]

Ehelyett bevezetjük a módozat fogalmát, ami után figyelmünket a szillogizmusok mint következtetések érvényességét eldöntő szabályok ismertetésére fordítjuk, illetve azoknak a Venn-diagramok segítségével való ábrázolására.

Azt láttuk, hogy a terminusoknak az egyes szillogizmusokon belül elfoglalt helye alapján négy alakzatot különböztetünk meg. Ugyanakkor azt is figyelembe kell vennünk, hogy a szillogizmusok egyes kijelentéseit – legyenek azok premisszák vagy konklúzió – vizsgálva, azok *A*, *E*, *I*, és *O* típusú kijelentések lehetnek. Ez azt jelenti, hogy bármely szillogisztikus alakzaton belül a kategorikus kijelentések potenciálisan

10 | Ha figyelembe vesszük, hogy minden kategorikus kijelentés standard szerkezete *S-P*, könnyen beláthatjuk például, hogy a 2. alakzat első premisszájának az esetében az *M*-mel jelölt terminus a kijelentés logikai predikátuma, a *P*-vel jelölt terminus pedig a kijelentés logikai szubjektuma. A második premissza esetében az *S*-sel jelölt terminus a kijelentés logikai szubjektuma, az *M*-mel jelölt terminus pedig a kijelentés logikai predikátuma. Általánosságban elmondhatjuk, hogy a terminusok különböző betűkkel való jelölése irreleváns; ami számít, az a premisszákban előforduló első és mások pozíció. A standard esetekben (és ebben a dolgozatban csak a standard eseteket vizsgáljuk) az első pozíció a kijelentés logikai szubjektuma számára fenntartott hely, a második pozíció pedig a kijelentés predikátumának fenntartott hely.

bármely kijelentéstípusba tartozhatnak: vagyis mindkét premisszának és magának a konklúziónak is rendre *SaP*, *SeP*, *SiP* és *SoP* formája lehet. Így az egyes szillogisztikus alakzatokon belül 64 lehetséges variánst különböztetünk meg.[11] És ha a 64 variáns esetében az alakzatot is figyelembe vesszük, akkor összesen 256 lehetséges, úgynevezett módozatunk lehet: az *aaa-1* módozattól az *ooo-4* módozatig.[12] Az egyes betű- és számkombinációból nagyon egyszerűen megkapjuk a szóban forgó vagy az éppen vizsgált módozatot. A jelölés első magánhangzója az első premissza, a második magánhangzója a második premissza, a harmadik magánhangzója a szillogizmus konklúziójának a kijelentéstípusát adja meg; a kapcsolódó szám pedig a szillogizmus alakzatát. Így például az *aii-3* módozat esetében azt látjuk, hogy egy 3. alakzatú szillogizmussal van dolgunk, amelynek első premisszája *A*-típusú, második premisszája *I*-típusú kijelentés, és a konklúzió is *I* típusú kijelentés; és így tovább.

Ezek után nem maradt más hátra, minthogy ismertessük a szillogizmusok érvényességét eldöntő szabályokat, illetve azoknak a Venn-diagram segítségével való ábrázolását.

Azok a szillogisztikus módozatok érvényesek, amelyek megfelelnek a következő követelményeknek:

1. csak és csakis három terminust tartalmaznak, amelyek: *S*, *M*, *P*;
2. legalább az egyik premissza *M* terminusa elosztott kell, hogy legyen;[13]
3. az *S* és *P* terminus csak akkor lehet elosztott a konklúzióban, ha a premisszában is elosztott;
4. legalább az egyik premissza állító kijelentés kell, hogy legyen;
5. legalább az egyik premissza egyetemes kijelentés kell, hogy legyen;
6. a premisszák akár minőségileg (állító, tagadó), akár mennyiségileg (egyetemes, részleges) különböznek, a konklúzió csakis gyengébb típusú kijelentés lehet.[14]

A szillogizmusok Venn-diagram segítségével való ábrázolása nagyon hasonló a kategorikus kijelentések ábrázolásához. A lényeges különbség az, hogy a szillogizmusok esetében a terminusok extenzióját ábrázoló körök száma kettő helyett háromra bővül, megjelenik ugyanis a harmadik, az *M* terminus. A szillogisztikus módozatok Venn-diagramjának az elkészítésekor pedig néhány előírást alkalmazunk:

a) csak és csakis a szillogizmus premisszáit ábrázoljuk a Venn-diagramon; a konklúzió kijelentése által mondottakat le kell tudnunk olvasni a diagramról a premisszák ábrázolása után;
b) egy-egy premissza ábrázolásakor minden esetben csak annak a két terminusnak az extenzióját szimbolizáló kört vesszük figyelembe, amely terminusok az éppen vizsgált premisszákban megjelennek (függetlenül attól, hogy a

11 | A 64-es számot úgy kapjuk, hogy az első premissza 4 lehetséges mondattípusának a számát összeszorozzuk a második premissza ugyancsak 4 mondattípusának a számával, illetve a konklúzió szintén 4 lehetséges mondattípusának a számával: $4 \times 4 \times 4 = 64$.

12 | $64 \times 4 = 256$.

13 | Egy terminus elosztottságán azt értjük, hogy a terminus extenziójába tartozó összes elemről állítunk valamit. Az egyetemes kijelentések *S* terminusa elosztott; a *P* terminus a tagadó kijelentések esetében elosztott.

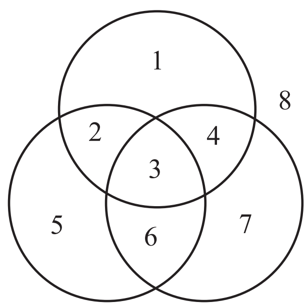
14 | Minőségileg gyengébbnek számít a tagadó kijelentés az állító kijelentéssel szemben, mennyiségileg a részleges kijelentés gyengébb az egyetemes kijelentésnél.

premisszában milyen betű segítségével jelöltük a logikai szubjektumot, illetve a logikai predikátumot);

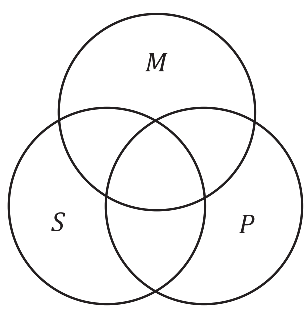
c) ha a szillogizmus premisszái között egyetemes és részleges kijelentés is szerepel, az egyetemes kijelentést ábrázoljuk elsőként (ne feledjük el, hogy az egyetemes kijelentések esetében vonalkázunk, a részleges kijelentések esetében pedig 'x'-et írunk a megfelelő helyre);

d) az 'x'-et általában két kör metszési vonalára tehetjük; hacsak a metszet valamelyik területe nem üres halmaz, az 'x'-et a metszési vonalra helyezzük, jelezve ezzel, hogy az mindkét területhez tartozhat, és a premisszák alapján nem eldönthető, hogy pontosan melyikhez.

Természetesen a szillogizmusok Venn-diagramjának elkészítésekor is fontos tudnunk, hogy a diagram éppen melyik területéről beszélünk. Álljon itt két ábra. Az elsőn megszámoztuk a területeket, a másodikon pedig elneveztük a szillogizmusokban szereplő terminusok extenzióit.



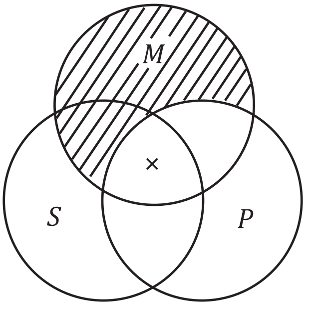
8. ábra



9. ábra

A 8. és 9. ábrát összevetve azt látjuk, hogy: az 1-es terület a -nek, a 4-es a -nek, a 7-es a -nek, a 8-as pedig (amint arra a kategorikus kijelentések esetében a 7. lábjegyzetben felhívtuk a figyelmet) az -nek a megnevezése. Ez utóbbi területet egy esetben sem fogjuk vizsgálni, ezért ezentúl figyelmen kívül is hagyhatjuk.

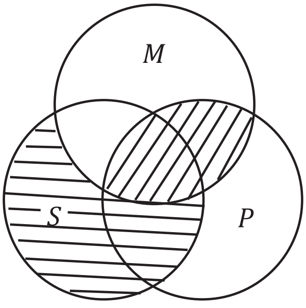
Ezek után pedig vegyünk egy példát. Legyen adott az *aii-1* módozat. Ez azt jelenti, hogy egy első alakzatú szillogizmussal van dolgunk (ezt mutatja a szám); a szillogizmus első premisszája egyetemesen állító, azaz *A*-típusú kijelentés (ezt jelzi az első magánhangzó); a második premissza részlegesen állító, azaz *I*-típusú kijelentés (ezt jelzi a második magánhangzó); a konklúzió pedig ugyancsak részlegesen állító, azaz *I*-típusú kijelentés (ezt jelzi a harmadik magánhangzó). Ha elkészítjük a megadott szillogisztikus módozat Venn-diagramját, a 10. ábrát kapjuk:



10. ábra

Most pedig nézzük meg, hogy a premisszák ábrázolása után hogyan tudunk dönteni a példaként felhozott módozat érvényességéről. Az első alakzat első premisszája azt állítja, hogy: *Minden M P*. Vagyis: *M* extenziójának egyetlen olyan része sincs, amely ne lenne *P*, ezért *M* extenziójának minden olyan részét bevonalkáztuk, amelyik nem közös *P* extenziójával (1-es és 2-es területek, amelyek elnevezésében jelen van a). A második premissza állítása szerint: *Néhány S M*. Vagyis: *S* extenziójának van legalább egy olyan eleme, amely *M* extenziójába is beletartozik. Ebben az esetben a 3-as területbe írtunk egy 'x'-et, jelezve azt a minimálisan egy létező elemet, amely egyszerre *S* és *M* extenziójába is beletartozik. (Szóba jöhetett volna még a 2-essel jelölt terület is, hiszen arra is igaz lett volna, hogy egyszerre *S* és *M* extenziójának is a része, de mivel az első premissza miatt bevonalkáztuk az adott területet, jelezve ezzel, hogy annak a területnek nincs eleme, ezért azt mondani, hogy van legalább egy eleme, ellentmondást szült volna. Ez nem történhet meg, így az egyetlen opciónk a 3-as területbe helyezett 'x' volt.) Ezzel végeztünk mindkét premissza ábrázolásával. Nem maradt más hátra, mint ellenőrizni azt, hogy a konklúzió leolvasható-e az ábráról. A válasz pedig: igen. Hiszen a konklúzió azt állítja, hogy: *Néhány S P*. *S*-nek tehát van legalább egy olyan eleme, amely egyben *P* is. De éppen ezt mutatja nekünk az ábrán a 3-as területbe írt 'x'. (A 3-assal jelölt terület megnevezésében *S* is és *P* is megtalálható). A vizsgált módozat tehát érvényes.

Vizsgáljunk meg még egy módozatot, és döntsünk annak érvényességéről. Legyen ez az *eae-2* módozat! Ha elkészítjük a módozat Venn-diagramját, a 11. ábrát kapjuk. Ebben az esetben egy 2. alakzatú szillogizmussal van dolgunk. (Ezt mutatja a módozatban megjelenő szám.) A szillogizmus első premisszája szerint: *Egyetlen P sem M*. A második premissza szerint: *Minden S M*. A konklúzió pedig ezt mondja: *Egyetlen S sem P*. Az első premissza szerint *P* és *M* extenziójának nincs közös eleme, ezért bevonalkáztuk a 3-as és 4-es számú területeket: ez az üres halmaz jele. A második premissza szerint pedig *S*-nek nincs olyan része, amely ne lenne *M*, vagyis minden, ami *S* extenziójának a része, egyben *M* extenziójának is része. A konklúzió szerint pedig:

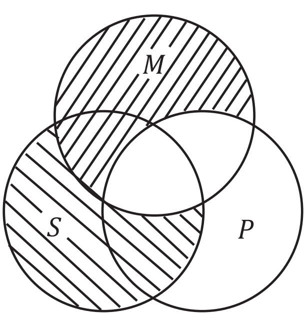


11. ábra

S és *P* extenziójának nincs közös eleme. És valóban azt látjuk, hogy mindkét terület, amely közös *S* és *P* esetében (a 3-as és 6-os területek) be van vonalkázva, jelezve ezzel azt, hogy üres halmazzal van dolgunk. Mivel a konklúzió leolvasható a premisszák ábrázolása után, az *eae-2* módozatot is érvényesnek tekintjük.

A dolgozat keretén belül természetesen lehetetlen lenne mind a 256 szillogisztikus módozat ábrázolása. Erre már csak azért sincs szükség, mivel az érvényes szillogisztikus módozatokra vonatkozó szabályok alapján meglehetősen sok lehetséges módozatról eldönthetjük, hogy azok nem érvényesek. Például azokról, amelyeknek mindkét premisszája tagadó kijelentés (alakzattól függetlenül); vagy amelyeknek mindkét premisszája részleges kijelentés (alakzattól függetlenül); vagy amelyeknek egy tagadó és egy állító premisszájuk van, a konklúziójuk pedig állító kijelentés (alakzattól függetlenül); vagy amelyeknek egy egyetemes és egy részleges premisszájuk van, a konklúziójuk pedig egyetemes kijelentés (alakzattól függetlenül).

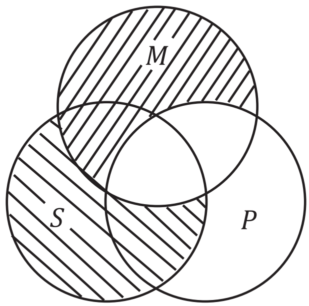
Van azonban a szillogisztikus módozatoknak egy csoportja, amelyek esetében a módozat Venn-diagramjának az elkészítése után sem olvasható le a módozat érvényessége. Ilyen például az *aai-1* módozat. A módozat Venn-diagramjának elkészítése után a 12. ábrát kapjuk.



12. ábra

Ha megpróbáljuk leolvasni a konklúziót a premisszák ábrázolása után, nem járunk sikerrel; éppen ezért hajlamosak vagyunk azt hinni, hogy a módozat nem érvényes. Hiszen a konklúziónk azt állítja, hogy: *Néhány S P*. A konklúziónak megfelelően *S* és *P* extenziójának a metszetében (egészen pontosan: csak a 3-as területben, hiszen a

6-os terület üres halmaz) meg kellene jelennie egy ’x’-nek, de nem jelenik meg. Az ’x’ azt jelölné, hogy *S* és *P* extenziójának a metszetében van legalább egy elem, amelyre egyszerre igaz az is, hogy *S*, és az is, hogy *P*. Ahhoz, hogy a módozatot érvényesnek tartsuk, annak Venn-diagramja a következő kellene, hogy legyen:



13. ábra

De ezt az ábrát csak akkor kapnánk meg, ha a szillogizmus konklúziója által mondottakat is feltüntetnénk. Ez azonban pontosan azért nem megengedett, hogy lássuk, a premisszák szükségszerűen implikálják-e a konklúziót. Ha nem implikálják szükségszerűen a módozatot, nem tartjuk érvényesnek.

Érdekes problémával szembesülünk azonban abban az esetben, ha megpróbáljuk elkészíteni az alakzatok ismertetése utáni első példa Venn-diagramját. A példa egy 1. alakzatú szillogizmus volt (lásd a (8)-as, (14)-es és (15)-ös számú kijelentéseket), amelynek minden kijelentése *A*-típusú kijelentés. Formális reprezenációja: *aaa-1*. A premisszák ábrázolása után a szillogizmus Venn-diagramja teljesen megegyezne az *aai-1* módozat Venn-diagramjával. Nagyon egyszerűen: azt tapasztalnánk, hogy az *aaa-1* és az *aai-1* módozatok Venn-diagramja a 12. ábra lenne. A két módozat közötti különbség az, hogy a premisszák ábrázolása után az *aaa-1* módozat esetében a Venn-diagramról le tudjuk olvasni a konklúziót, az *aai-1* módozat esetében azonban nem. Így az első módozatot (*aaa-1*) érvényesnek tartjuk, a másodikat (*aai-1*) nem. De ez az egész kontraintuitívnak tűnik, hiszen a tapasztalat azt mondatja velünk, hogy ha egy dolog (a konklúzió *P* terminusa) igaz egy halmaz összes elemére (az egyetemesen állító kijelentés *S* terminusának az extenziójába tartozó összes elemre), akkor ugyanannak a dolognak (szintén a konklúzió *P* terminusának) igaznak kell lennie az *S* terminus extenziójába tartozó néhány elemre is. Ha igaz az a kijelentés, amely azt állítja, hogy egy kosárban lévő összes alma zöld (tételezzük fel, hogy pontosan öt alma van a kosárban), akkor igaznak kell lennie annak a kijelentésnek is, amely azt állítja, hogy a kosárban van legalább egy olyan alma, amelyik zöld. Ezt mutatja a tapasztalat. A tapasztalat szerint tehát: ha az *aaa-1* szillogisztikus módozat érvényes, akkor az *aai-1* módozatnak is érvényesnek kell lennie. Logikailag azonban mégsem ez a helyzet. És természetesen felmerül a kérdés, hogy vajon miért van ez így.

Ha megvizsgáljuk az *A*- és *E*- típusú (egyetemes) kategorikus kijelentések Venn-diagramját (lásd a 4. és 5. ábrákat), azt látjuk, hogy a diagramok azt mutatják meg, hogy mely halmazok üresek. Másképpen fogalmazva: az egyetemes kijelentések tagadják bizonyos (tulajdonsággal rendelkező) entitások létezését.[15] Az *A*-típusú kijelentés szerint nem létezik olyan logikai szubjektum, amely ne rendelkezne a logikai predikátum által megnevezett tulajdonsággal (bármilyen betűvel is jelöljük a szillogizmuson belül az éppen vizsgált kijelentésekben szereplő terminusokat). Az *E*-típusú kijelentés ábrájáról pedig azt olvashatjuk le, hogy (a terminusok jelölésétől függetlenül) nem létezik olyan logikai szubjektum, amely rendelkezne a logikai predikátum által megnevezett tulajdonsággal.

Az egyetemes kijelentésekkel ellentétben azonban a részleges kijelentések azt állítják, hogy léteznek bizonyos tulajdonsággal rendelkező entitások. Az *I*-típusú kijelentések azt állítják, hogy annak a halmaznak, amely azokat az entitásokat jelöli, amelyek esetében a kijelentés logikai szubjektuma rendelkezik a logikai predikátum által megnevezett tulajdonsággal, van legalább egy eleme, vagyis nem üres halmaz. Ugyanígy az *O*-típusú kijelentések is: azt állítják, hogy annak a halmaznak, amely a logikai szubjektumról azt állítja, hogy az nem rendelkezik a logikai predikátum által jelölt tulajdonsággal, van legalább egy eleme.

Mindez azonban arra enged minket következtetni, hogy az összes olyan szillogisztikus módozat érvényességének a vizsgálatakor nehézségbe ütközünk, amely módozatok premisszaként egyetemes kijelentéseket tartalmaznak, konklúziójuk pedig részleges kijelentés.[16] Ezeknek a módozatoknak az esetében ugyanis egy bizonyos tulajdonsággal rendelkező entitás létezésének a tagadásából más entitás létezésére következtetünk. Úgy tűnik, mintha igenlő választ adnánk arra a kérdésre, hogy lehetséges-e a semmiből (üres halmaz(ok)ból) valaminek a létezésére következtetni. Ezeket a szillogisztikus módozatokat *feltételesen érvényes módozat*oknak nevezzük.[17]

A feltételesen érvényes szillogisztikus módozatok, ahogyan azt a megnevezésük is sugallja, csak egy bizonyos feltétel teljesülése mellett érvényesek. E szerint a feltétel szerint pedig azok az entitások, amelyek a premisszákban szerepelnek, aktuálisan létező entitások kell, hogy legyenek; nem lehetnek fiktív entitások. Ennek oka, hogy az univerzális kijelentések tagadják valaminek a létezését, míg a részleges kijelentések állítják azt. Ha összehasonlítunk két konkrét példát, megvilágíthatjuk a mondanivalónkat. Legyen mindkét esetben a példa egy *aai-1* módozat. Az első példánk:

(8) *Minden ember halandó.*
(14) *Minden filozófus ember.*
(16) *Néhány filozófus halandó.*

Mivel az aktuális világunk olyan, hogy abban valóságosan léteznek filozófusok, ezek tehát nem elképzelt, fiktív entitások, ebben az esetben az *aai-1* szillogisztikus módozatot érvényesnek nevezzük. A konklúzióban ugyanis azt állítottuk, hogy létezik legalább egy olyan elem, vagyis egy filozófus, amelyre igaz az, hogy halandó; magyarán: létezik legalább egy halandó filozófus. És ha ennek a módozatnak az empirikus verifikációjára kerülne sor, akkor fel tudnánk mutatni legalább egy olyan filozófust, akire igaz lenne az a tulajdonság, hogy halandó. Ahhoz, hogy ezt a módozatot érvényesnek tartsuk, nem kellene beiktatnunk egy segédtételt, amely azt feltételezné, hogy léteznek filozófusok; hiszen filozófusok aktuálisan is léteznek.

15 | Vö. Ruzsa Imre–Máté András: *Bevezetés a modern logikába*. Osiris Kiadó, Budapest 1997. 85–87.
16 | Patrick J. Hurley: *i. m.* 262.
17 | Kilenc ilyen módozat van. Ezek a következők: *aai-1, eao-1, aeo-2, eao-2, aai-3, eao-3, aeo-4, eao-4, aai-4*. (Lásd Patrick J. Hurley: *i. m.* 262.)

Legyen a második példánk a következő:
(17) *Minden mesebeli szárnyas lény tud repülni.*
(18) *Minden sárkány mesebeli szárnyas lény.*
(19) *Minden sárkány tud repülni.*

Ellentétben a néhány halandó filozófusról szóló példával, a második példa esetében a premisszákból nem következik szükségszerűen a konklúzió. Ennek oka pedig az, hogy aktuális világunkban nincsenek sárkányok. A sárkányok elképzelt, fiktív entitások. A második példában szereplő szillogisztikus módozat csak abban az esetben lesz érvényes, ha a premisszákhoz segédtételként hozzákapcsoljuk azt a feltételezést, miszerint léteznek sárkányok. Ez utóbbi esetben a premisszákat egy feltétellel kellene kibővítenünk, amely a következőképpen szólna: tételezzük fel, vagy ami ugyanazt jelenti, fogadjuk el igaznak azt a kijelentést, hogy *léteznek sárkányok*. A reálisan létező entitások esetében azért nincs szükségünk ennek a tételnek a feltételezésére, mert adottnak vesszük (és szükség esetén empirikus módszerekkel verifikálhatjuk is), hogy valóságosan létezik az az entitás, amelyről a konklúzió állít valamit.

Érdekes, hogy ugyanez a probléma azért nem merül fel azoknak a szillogisztikus módozatoknak az esetében, amelyek attól függetlenül, hogy reális vagy fiktív entitásokról szólnak-e, premisszájukban tartalmaznak egy részleges kijelentést, mert a részleges kijelentések (még ha csak hipotetikusan is) magukban foglalják valaminek a létezését. Így ezeknek a módozatoknak az esetében a premisszákban már jelen levő (hipotetikus) létezésből következik a konklúzióban kimondott (hipotetikus) létezés.

Természetesen, minden szillogisztikus módozat esetében feltehetjük azt a kérdést, hogy vajon reálisan léteznek-e azok az entitások, amelyekről a szillogizmusok megfogalmaznak valamit. De ennek a kérdésnek az eldöntése nem a logika tárgykörébe tartozik. A létezés kérdéséről a logika nem tud dönteni, és nem is kell döntenie. Hiszen a logika russelli meghatározásában arról értesültünk, hogy a logika csupa hipotetikus állításokból áll, amelyeknek a formája a következő: *ha igazak a premisszák, akkor a konklúzió is igaz*. Azoknak a módozatoknak az esetében, amelyek tartalmaznak egy részleges premisszát, már adott a létezés, még ha csak hipotetikusan is. Így (hipotetikusan) létező dolgokból (hipotetikusan) létező dolgokra következtetünk. A konklúzió szükségszerűen következik a premisszákból és ehhez nincs szükségünk arra, hogy túllépjünk a logika területén.

A premisszaként két egyetemes kijelentést tartalmazó módozatok esetében viszont, amelyeknek a konklúziójuk részleges kijelentés, szükségünk van egy segédhipotézisre. Ez a segédhipotézis azt garantálja, hogy a premisszák esetében bevezetjük a létezést. A segédhipotézis viszont a logika területétől idegen. Még hallgatólagosan sem jelenik meg a premisszákban, éppen ezért vagyunk kénytelenek azt bevezetni. És azzal, hogy bevezetjük, kénytelenek vagyunk egyúttal túlmerészkedni a logika területén. Ez utóbbi esetben tehát azt tapasztaljuk, hogy nem elég pusztán a premisszák (hipotetikus) igazsága; az ugyanis nem garantálja a konklúzió igazságát. A premisszák feltételezett igazságán és a helyes következtetésen kívül azt is fel kell tételeznünk, hogy azok az entitások, amelyek a premisszákban megjelennek, léteznek. Ellenkező esetben azon kapnánk magunkat, hogy a nem létezésből a létezésre következtetünk. Ennek a premisszákban meg nem jelenő létezésnek a feltételezése teszi a feltételesen érvényes szillogisztikus módozatokat feltételesen érvényes szillogisztikus módozatokká. Ha ugyanis hajlandók vagyunk feltételezni a premisszákban megjelenő entitások létezését, a vizsgált módozatok érvényesek lesznek, ellenkező esetben nem. De minden esetben tudatában kell lennünk annak, hogy a kérdéses feltételezés megtételével túllépünk a logika határain.

Checking the Validity of Some Syllogistic Moods Using the Method of Venn Diagrams

Keywords: terms, categorical, propositions, syllogisms, valid inference, Venn diagram

In my paper, I would like to present the Venn diagram representation of some syllogistic moods, and explain why, for some syllogistic moods, the Venn diagram representation does not allow us to deduce the validity of the moods in question.