

NEUMANN JÁNOS ÉS A KÖZGAZDASÁGTAN

Zalai Ernő

az MTA levelező tagja, tanszékvezető egyetemi tanár, Budapesti Közgazdaságtudományi és
Államigazgatási Egyetem Közgazdaságtudományi Kar – erno.zalai@bkae.hu

1. Neumann János kirándulása a közgazdaságtanba

Neumann Jánosnak a szó szűkebb értelmében véve voltaképpen csak egy közgazdasági dolgozata volt. Először a Princetoni Egyetemen adta elő 1932-ben, majd 1937-ben publikálta német nyelven, *Egy közgazdaságtani egyenletrendszerrel és a Brouwer-féle fixpont-tétel általánosításáról* címmel (Neumann, 1937). A cikk angol nyelvű fordítása 1945-ben jelent meg *Az általános gazdasági egyensúly egy modellje* cím alatt (Neumann, 1945), ami jobban számíthatott a közgazdászok érdeklődésére. Magyar nyelven 1965-ben került publikálásra válogatott munkái között (Neumann, 1965). (A Neumann-idézeteket rendre az utóbbi kötetből vesszük át.)

Az előbbi kijelentéshez rögtön hozzá kell tennünk ugyanakkor, hogy Neumann János a modern *játékelmélet* megalapozásával is jelentősen járult hozzá a közgazdaságtan fejlődéséhez. Az ésszerű emberi viselkedés általános szabályaival foglalkozó játékelmélet azonban egy olyan önálló módszertan, amely a közgazdaságtan mellett több más tudományággal (matematika, pszichológia, politológia) is szoros kapcsolatban áll. Ezért nem lehet, és nem is lenne helyes kisajátítani a közgazdászoknak, jóllehet az utóbbi évtizedben kifejezetten divattá vált a közgazdaságtanban.

Neumann János gazdasági egyensúlyi modelljének úttörő voltát még azok a közgazdászok is elismerik, akik egyébként „nem

túl jó közgazdaságtan”-ként értékelik, mint például a Nobel-díjas Tjalling Koopmans (1974, 3.), aki ugyanakkor elismerően nyilatkozott a dolgozatnak a modern (amerikai neoklasszikus) közgazdaságtan módszertanával rokon „technikai” újdonságairól. Neumann egy, a Harvardon tartott előadásán szókása szerint bírálta a közgazdászokat azért, hogy gépiesen átveszik a fizikában kifejlesztett matematikai eszközöket. Példaként a maga módszertani újítását állította. Az akkor még fiatal, később szintén Nobel-díjban részesült Paul A. Samuelson zavart közbeszólásával azt állította, hogy a klasszikus fizikai módszertannal is kezelhető lenne mindaz, amit Neumann előadott. Neumann egy rá jellemző gyors ríposztal intézte el a közbeszólást: „Fel merne erre tenni egy szivart, fiatalember?” Samuelson többször is igyekezett revansot venni Neumannon, de ezzel együtt elismerte: „betoppant egy rövid időre a területünkre, és azóta már az nem lesz ugyanaz, mint volt” (Samuelson, 1989. 121.).

Miközben tehát a neoklasszikus iskola képviselői „lekicsinylik” Neumann modelljének közgazdaságtani jelentőségét, mások, például Roy Weindraub (1983), a közgazdaságtan történetének avatott kutatója szerint „Neumann dolgozata (...) a matematikai közgazdaságtan kiemelkedően legfontosabb (single most important) cikke” (ibid. 13.) Vajon miért vált Neumann látszólag roppant egyszerű modellje ennyire vízvélasztóvá? Elsősorban azért, mert akarva-akaratlanul nagy horderejű tartalmi és módszertani átalakulások forrponyjába került. Neumann

modellje ugyanis számos, csak később napvilágot látott (egyoldalúan neoklasszikusnak tekintett) eredmény zseniális előrejelzése és ugyanakkor eltérő szemléletű gazdaságtan-elméleti iskolák találkozási, illetve kritikus elágazási pontja.

Neumann modelljének megjelenése ugyanis arra az időszakra esett, amikor – jelentős részben az axiomatikus szemlélet, valamint a matematikai nyelvezet és módszertan térhódítása folytán – komoly szemléletváltás következett be a közgazdaságtanban, mind a vizsgálat tárgya, mind annak módszere tekintetében. A változások jelentősen átalakították a természettudományokat és a matematikát is, és az egyik jellemzőjük az volt, hogy a klasszikus fizikára jellemző, közvetlen tapasztalaton nyugvó (*ex post*) modellezési szemléletet háttérbe szorította az *a priori* (*ex ante*) modellfelfogás. A változások fokozatosan elérték a közgazdaságtant is. Formai szempontokból Neumann modellje is egyike volt ennek az új szemléletű megközelítésnek, tárgyat tekintve ugyanakkor – sok szempontból – a klasszikus elemzések szintézise.

Miközben ezek a változások felgyorsították a tudományos fejlődést, komoly veszélyt is magukkal hoztak, amelyre később maga Neumann János is figyelmeztetett, egyenesen a matematika kapcsán:

„A legjobb matematikai ihletés a tapasztalatból ered, és hogy aligha lehet hinni a matematikai szigor abszolút, változatlan, minden emberi tapasztalattól elkülönült fogalmának létezésében (...) sok absztrakt „behatás” után a matematikai tárgyat a degenerálódás fenyegeti (...) Kezdetben a stílus rendszerint klasszikus; amikor a barokká válás jelei mutatkoznak, a veszjelzés adott.” (1965, 21., 27.)

A társadalomtudományok területén, ahol az empirikus kísérletezés és tesztelés lehetősége meglehetősen korlátozott, különösen hátrányosnak bizonyult, hogy a kutatások erőteljesen eltolódtak az alkalmazott *real-*

tudományfelől a tiszta tudományirányába. A matematikai elegancia és az esztétikum követelménye fokozatosan az empirikus relevancia fölé kerekedett. Így történt az 1930-as években relatíve önálló tudományággá erősödő *kvantitatív közgazdaságtani* kutatásokban is, amelyből azután *matematikai közgazdaságtan* néven ki is vált az idővel egyre absztraktabbá váló vonulat. Emiatt is van az, hogy – mint a társadalomtudományok területén általában – a közgazdászok között meglehetősen végletes álláspontokkal találkozhatunk az axiomatikus módszer, illetve a matematikai nyelvezet és módszerek hasznossága megítélésében.

Nem lehet véletlen, hogy Neumann nem folytatta tovább az absztrakt egyensúlyelmélet kutatását, pedig viszonylag korán kapcsolatba került a „kvantitatív közgazdaságtan bölcsője” körül bábáskodó amerikai kutatókkal. Az utóbbiak ugyanis kizárólag a modellek matematikai konzisztenciájával foglalkoztak, ebben az irányában keresték a modellek „tudományos igazságának” igazolását, s nem a gyakorlati alkalmazások terén.¹ Lehet, hogy Neumann felismerte, hogy ezek a kutatások a „barokkosodás és degenerálódás” felé tendáltak, elveszítették a „tapasztalati, empirikus forrásukat”? Az új módszertan követelményét Neumann nemcsak mások felé támasztotta, hanem követésre méltó példát is mutatott rá: a Brouwer-féle fixpont-tétel – tanulmánya eredeti címében is hangsúlyozott – általánosításával, de még inkább az 1944-ben Oskar Morgensternnel közösen megjelentetett játékelméleti könyvükkel (Neumann – Morgenstern, 1944).

¹ Az is igaz, hogy az 1950-es években még sem a szükséges statisztikai adatok, sem a matematikai algoritmusok, sem a számítástechnikai eszközök nem voltak adóttak az általános egyensúlyelméleti modellek számszerűsítése és gyakorlati alkalmazása számára. Az 1970-es évek második feléig kellett várni arra, hogy beinduljon és egyre szélesebb körben elterjedjen a CGE *modellek* gyakorlati alkalmazása (bővebben lásd, például, *Zalai*, 1998).

2. A Neumann-modell közgazdasági háttere és jelentősége

Neumann dolgozata nagyon keveset fed fel modellje közgazdaságtani háttere és rokonsága tekintetében. Kissé talányosan csak annyit jegyzett meg: „Nyilvánvaló, hogy milyen fajta elméleti modellnek felelnek meg a fenti feltevések.” (ibid. 162.) Hogy ez mennyire nem nyilvánvaló, azt a későbbi értelmezési viták igazolják. Samuelson (1989)² a neoklasszikus rokonságot hangsúlyozza, Kenneth J. Arrow (1989) határozottan azt állítja, hogy a svéd Karl Gustav Cassel művéből indult. Káldor Miklós (1989) ugyanakkor élesen tiltakozik a Neumann-örökség neoklasszikus kisajátítási kísérlete ellen. Magam is (Zalai, 1999) arra igyekeztem rámutatni, hogy Neumann modellje sokkal közelebb esik a klasszikus, mint a modern neoklasszikus irányzathoz. Neumann-nak a Lionello F. Punzo (1989) által hangsúlyozott bécsi (Karl) Menger-körrel tartott szoros kapcsolata azt valószínűsíti, hogy Neumann elsősorban a német nyelvű irodalomban találhatta meg a kétszemélyes zérusösszegű játék modelljének közgazdasági interpretációját.

A Neumann-modell közgazdasági háttere kérdésének az eldöntését megnehezíti, hogy a modellben szereplő egyensúlyi összefüggések olyannyira általánosak, hogy azok szinte bármelyik elméleti főáramba beillenek. A modell egyensúlyi összefüggései és a kiegészítő magyarázatok ugyanis nem fedik fel, vajon Neumann elképzelése szerint milyen erők, milyen mechanizmusok idézhetnék egyáltalán elő egy gazdaság egyensúlyi állapotát. A modell ráilleszhető akár egy kisárutermelő („népi kapitalista”), akár egy klasszikus tőkés árutermelő, akár egy kollektív irányítású („piaci szocialista”) gazdaságra. Neumann modellje ugyanis egy régi és mé-

lyen gyökerező közgazdasági ideának az absztrakt matematikai metaforája.

Ez pedig a *tisztességes és értelmes* módon működő *áru gazdaság* elvont ideája. Ebben az idealizált gazdaságban a gazdasági folyamatokat egymástól elkülönült kollektívák működtetik, akik áruikat olyan mechanizmusok révén cserélik el egymással, amelyek megteremtik az érdekek harmóniáját és a gazdaság hatékonyságát, a gazdaság *általános egyensúlyát*. Az egyes termelési ágak egymással összhangban (arányosan) és a lehető leggyorsabb ütemben növekednek. Az árak fedezik az elhasznált termelési eszközök pótlását, a termelésben részt vevők tisztességes megélhetését, és az utódok magasabb életszínvonalát lehetővé tevő felhalmozást. A Neumann-modell egyensúlyi feltételei pontosan megfelelnek ezeknek az elveknek.

Ami az általános gazdasági egyensúly matematikai modelljeit illeti, érdemes felhívni a figyelmet a magyar tudósok hozzájárulására. A svájci Léon Walras volt az úttörő, de a későbbi fejlemények szempontjából jelentősebbnek bizonyultak a svéd *Cassel*/statikus és dinamikus modelljei. Cassel statikus modelljét fogalmazta át *Schlesinger Károly*, és ebben a modellben bizonyította be és publikálta elsőként, *Wald Ábrahám* (1935) az általános gazdasági egyensúly létezését. A jelzett általános egyensúlyi modellek azonban merőben eltérnek Neumann modelljétől. Részletes elemzésük alapján (bővebben lásd *Zalai, 1999, Forgó – Zalai, 2003*) egyértelműen Neumann modellje bizonyul érdekesebbnek, mivel számos későbbi fontos eredmény zseniális megsejtését rejtette magában. Csak a legfontosabbakat kiemelve:

- Neumann modelljében a termelési szerkezet és az árak *matematikai dualitása* teljes, s ezzel előrevetítette a lineáris programozás dualitási tételeit;
- a Neumann-modellben jelenik meg először kifejtett formában a *tevékenység-élelmzési modell*, amely lehetővé teszi az *ikerter-*

² Az (1989)-cel jelölt hivatkozások forrása a Mohammed Dore, Sukhamoy Chakravarty – Richard M. Goodwin által szerkesztett kötet.

melés és a technológiai választék figyelembe vételét;

- Neumann elsőként ismerte fel és ábrázolta formálisan azt is, hogy a hatékonytermelési tevékenységek kiválasztása és az egyensúlyi (hatékonysági) árrendszerek meghatározása egymást kölcsönösen feltételező feladat;

- Neumannnál a növekedési és a kamattényező endogén, az ártermelő alrendszer határfoka által meghatározott, Casselnél a külső erőforrások növekedési üteme által adott;

- Neumann a szűkös termelési tényezőket a termelésből származtatja (körkörös termelési kapcsolatok), ami jobban megvilágítja a tőke és a profit természetét, mint a külső erőforrások szűkösségén alapuló magyarázatok;

- Cassel modelljében a növekedési és a kamattényező nem válik el egymástól, míg a Neumann-modellben a növekedési ütem kamatlábnál kisebb is lehet, s ez utóbbi megfeleltethető a profitráta klasszikus fogalmának;

- Neumann az egyensúly létezését egy fixpont-tétel alapján bizonyította, ami az általános egyensúly összetettebb modelljeiben elengedhetetlen eszköznél bizonyult, Wald ezzel szemben teljes indukción nyugvó hagyományos módszereket használt;

- ugyancsak Neumann mutatott rá elsőként a gazdasági és a játékelméleti egyensúly között meglévő szoros kapcsolatra.

3. A Neumann-modell

Nézzük meg ezek után röviden magát a modellt. Előljáróban kiemeljük, hogy Neumann János gondosan kerülte még a látszatát is annak, hogy elvont modelljét egy gazdaság működését teljeskörűen leíró, zárt, más megközelítést kizáró elméletnek tüntesse fel (szemben a modern általános egyensúlyelmélet képviselőinek ilyen irányú hajlandóságával). Neumann az ártermelés néhány fontos jelenségét elemezte modelljé-

ben, mindenekelőtt a technológiák közötti választás (termelési szerkezet) és az egyensúlyi árrendszerek (árarányok) – a termelés körköröséből fakadó – kölcsönös meghatározottságát (dualitását).

Az alkalmazott absztrakciók szükségességét illetően érdemes idézni magát Neumannt egy későbbi munkájából: „minden tudomány így indult, és a közgazdaságtan, mint tudomány csak néhány száz éves”, vizsgálatának tárgya pedig olyannyira bonyolult és összetett, hogy „még igen sok kutatásra van szükségünk, hogy kifejlesszük a lényeges koncepciókat – a valóban használható eszméket” (1965, 102.).

Neumann („hogy további bonyodalmak elejét vegyük” – ibid. 162.) felteszi, hogy a hozamok és a ráfordítások a termelési szintekkel arányosak, és „a termelés természetes tényezői” (a munkát is beleértve), a felhalmozott tőkékkel szemben, „korlátlan mennyiségben bővíthetők”, azaz nem szűkösek. A ráfordítások tartalmazzák a termelő és a létfenntartó fogyasztást, a kibocsátások csak a következő időszakban használhatók fel (éves termelési ciklusok). A fogyasztási szokások és a műszaki-szervezési ismeretek, és ezért az egyensúlyi termelési szerkezet és arányok is, időben változatlanok, azaz a termelés és a felhasználás az egyik időszakról a másikra egyenletesen, 1 ütemben változik.

A fenti feltevések miatt a termékek keresletének és kínálatának egyensúlyi feltételei az alábbi egyszerű formát öltik:

$$k_{n1} \cdot x_1 + k_{n2} \cdot x_2 + \dots + k_{nm} \cdot x_m = (1 + \lambda) \cdot (r_{n1} \cdot x_1 + r_{n2} \cdot x_2 + \dots + r_{nm} \cdot x_m),$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

ahol k_{ij} és r_{ij} a kibocsátási és ráfordítási együtthatókat, x_j a tevékenységszinteket jelöli, i a termékek, j a tevékenységek indexe. Az időben változatlan egyensúlyi árak ($p_i, i = 1, 2, \dots, n$) pedig olyanok, amelyek az egységnyi értékű tőkelekötésre minden tevékenység esetén azonos mértékű (p) hozamot eredményeznek:

$$\begin{aligned}
 & p_1 \cdot k_{1j} + p_2 \cdot k_{2j} + \dots + p_n \cdot k_{nj} = \\
 & = (1 + \pi) \cdot (p_1 \cdot r_{1j} + p_2 \cdot r_{2j} + \dots + p_n \cdot r_{nj}), \\
 & \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (2)
 \end{aligned}$$

A kapott két összefüggés formai szimmetriáját nevezzük *dualitásnak*, ami a modern közgazdaságtan egyik legfontosabb jelensége, és először Neumannnál jelenik meg a maga teljességében. A felírt egyensúlyi feltételek tartalmában nem lenne semmi új dolog, ha Neumann is egyenletrendszerként írta volna elő az egyensúly feltételeit, mint elődjei. Ő azonban figyelembe vette, hogy a termelés alapvető jellemzője, hogy van *ikertermelés* (egy tevékenység – több termék) és *technológiai választék* (egy termék – több eljárás). Az utóbbiak miatt az egyenlőségformák (az *egyenletszámítás* klasszikus módszere) modelleje esetében nem voltak alkalmazhatók.

Az egyenlőségek helyett alkalmas irányú egyenlőtlenségeket és kiegészítő feltevéseket (*komplementaritás*) kellett bevezetnie. Megengedte, hogy egyes termékek kínálata egyensúly esetén is meghaladja keresletüket, illetve legyenek olyan tevékenységek, amelyek tökemegtérülési rátája kisebb, mint az egyensúlyi árak által lehetővé tett legnagyobb ráta. A modell közgazdasági értelmezése ugyanakkor maga után vonja, hogy az egyensúlyban túlkínálatral rendelkező termékek szabad javak (áruk 0), illetve azokat a tevékenységeket, amelyek tökemegtérülési rátája nem az elérhető legnagyobb, nem használják.

Neumann János olyan feltevésekkel élt a modell paramétereit illetően ($k_{ij}, r_{ij} \geq 0$ és $k_{ij} + r_{ij} > 0$), amelyek miatt a lehetséges megoldások automatikusan eleget tesznek a komplementaritási elv követelményeinek, ezért modelljében az alábbi összefüggések írják le az egyensúly feltételeit:

$$x_j, p_i \geq 0, \sum_j x_j = \sum_i p_i = 1, \alpha > 0, \quad (3)$$

$$\sum_j k_{ij} x_j \geq \alpha \cdot \sum_j r_{ij} x_j \quad (4)$$

$$\sum_i p_i k_{ij} \leq \alpha \cdot \sum_i p_i r_{ij} \quad (5)$$

Ebben a keretben adott – mondhatni, Wald Ábrahámmal holtversenyben – elsőként precíz bizonyítást egy gazdasági modell egyensúlyának létezésére. A fenti feltevés miatt a modellnek *csak egyetlen* egyensúlyi tényezője *létezh*t, és a megoldás ezen *unicitása* nyilvánvalóan fontos volt Neumann számára. A két tényező közös egyensúlyi értéke ugyanis nem más, mint egyik oldalról a *legnagyobb lehetséges növekedési ráta*, másik oldalról pedig a legkisebb *egyensúlyi profitráta*. Ez a jelenség kapcsolja össze a gazdasági egyensúlyi modelljét a kétszemélyes játékok modelljével. Az egyensúlyi feltételei mindkét esetben egy *nyeregponti (minimax) megoldás* szükséges követelményei. A megoldások létezésének bizonyításához általánosította Neumann Brouwer *fixpont*-tételét, amellyel utat nyitott az általános egyensúly létezésének bizonyításához a későbbi általánosabb (Arrow – (Gérard) Debreu, (Lionel W.) McKenzie) modellekben.

IRODALOM

- Dore, Mohammed – Chakravarty, Sukhamoy – Goodwin, Richard M. (ed.) (1989): *John von Neumann and Modern Economics*. Clarendon Press, Oxford
- Forgó Ferenc – Zalai Ernő (2003): Neumann János hozzájárulása a játékelmélethez és a matematikai közgazdaságtanhoz. in Koreczné Kazinczi Ilona (szerk.): *„Ki volt igazából Neumann János?”* Tanönyvkiadó, Budapest
- Koopmans, Tjalling C. (1974): *Contribution to General Discussion on Past and Future of the von Neumann Model*. In: *Eoae*, Jerzy, J. – Eoae, Maria Wycech (szerk.) (1974): *Mathematical Models in Economics*. North-Holland, Amsterdam 3-4

- Neumann, John von (1937): Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes. Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums. 8, 73-83.
- Neumann, John von (1945): A Model of General Economic Equilibrium. *Review of Economic Studies*. 13, 1-9
- Neumann, John von – Morgenstern, Oskar (1944): *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton
- Neumann János (1965) *Válogatott előadások és tanulmányok*. (ford. Augusztinovicz Mária) Közgazdasági és Jogi, Budapest

Samuelson, Paul A. (1989): A Revisionist View of von Neumann's Growth Model. in Dore, Mohammed – Chakravarty, Sukhamoy – Goodwin, Richard M. (ed.): *John von Neumann and Modern Economics*. Clarendon Press, Oxford, 100-12

Wald Ábrahám (1935): Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*. No. 6, 12-18

Weintraub, E. Roy (1983): On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930–1954. *Journal of Economic Literature*. 21, 1-39

Zalai Ernő (1998): Általános egyensúlyi modellek alkalmazása gazdaságpolitikai elemzésekre. *Közgazdasági Szemle*. 12., 1065-1081

Zalai Ernő (1999): A közgazdaságtan metodológiájáról és a matematikai közgazdaságtanról a Neumann-modell ürügyén. *Közgazd. Szemle*. 13, 600-629

