

MATEMATIKAI GYAKORLATOK COMMODORE PLUS/4
SZÁMITÓGEPEN

A számítástechnikai foglalkozásokon az új anyagrészek oktatását minden esetben egy-egy működő program bemutatásával igyekszem eredményesebbé tenni. A következőkben olyan programot kívánok bemutatni, amelyik alkalmas

- a gyakorló órák, konzultációk és összefoglalások munkáját hatékonyabbá tenni;
- tökéletesíteni a hallgatók programirási technikáját;
- a programozási eljárások és fogások bemutatásával mintát adni egy korszerű oktatóprogram megírásához;
- koncentrációt megvalósítani a matematika tantárggyal.

A program megírásakor egy-egy feladat tömör kidolgozása mellett az áttekinthetőségre és a logikus szerkezeti felépítésre törekedtem.

A program szerkezeti felépítése és működése:

Mágneslemezzel betölthető a program és RUN utasítással indítható. Ezután megjelenik a képernyőn a fejléc és a főmenü.

KESZULT A SZOLNOKI RHF
TERMÉSZEZETTUDOMÁNYI
TANSZEKEN

PROGRAMOZAS BASIC NYELVEN
COMMODORE PLUS/4 SZÁMITÓGEPEN
MATEMATIKAI GYAKORLATOK

| | |
|--|---|
| A FONTOSABB MATEMATIKAI ALLANDÓK | 1 |
| SZÁMELMELETI PROBLEMAK | 2 |
| AZ N-EDIK GYÖKVONÁS | 3 |
| BINOMIALIS EGYÜTHATÓ | 4 |
| EGYISMERTLENES EGYENLET | 5 |
| A FELADAT BEFEJEZÉSE | 6 |

VALASZ A SZÁMOK ERINTESEVEL!

A felhasználó öt feladat, és a futtatás megállítása között választhat (egy gomb lenyomásával). Az egyes feladat az 1. almenüt jeleníti meg.

| | |
|--------------------------------------|---|
| A PI ELDÖLLÍTÁSA HAJÓS MÓDSZEREVEL 1 | 1 |
| A WALLIS-FORMULA PI ELDÖLLÍTÁSÁRA 2 | 2 |
| LEIBNIZ SZÁMSORA PI ELDÖLLÍTÁSÁRA 3 | 3 |
| AZ EULER-FELE 'C' ALLANDÓ | 4 |
| AZ 'E' SZÁM ELDÖLLÍTÁSA | 5 |
| A STIRLING-FORMULA N! SZÁMÍTÁSÁRA 6 | 6 |
| A FELADAT BEFEJEZÉSE | 7 |

VALASZ A SZÁMOK ERINTESEVEL!

A felhasználó hat feladat és a főmenübe történő visszatérés között választhat. A főmenü második feladata a 2. almenüt jeleníti meg.

| | |
|--------------------------------------|---|
| TÍZESRŐL HETTES ALAPRA | 1 |
| KETTESRŐL TÍZES ALAPRA | 2 |
| TÍZESRŐL TÍZENHATOS ALAPRA | 3 |
| TÍZENHATOSRŐL TÍZES ALAPRA | 4 |
| PRIMSZÁMOK ELDÖLLÍTÁSA | 5 |
| EGY ALGORITMUS VIZSGÁLATA | 6 |
| PERMUTÁCIÓK ELDÖLLÍTÁSA | 7 |
| A FELADAT BEFEJEZÉSE | 8 |

VALASZ A SZÁMOK ERINTESEVEL!

A felhasználó hét feladat és a főmenübe történő visszatérés között választhat. Programom - futtatás közben - bemutatja saját szerkezeti felépítését az aktuális programsorok képernyőre vitelével. A felhasználó a képernyőn megjelenő üzenetek alapján könnyen kezelni a programot - külön leírás és magyarázat nélkül. Ezek után az egyes feladatokról kívánok rövid ismertetést adni.

A π szám előállítására három eljárást adok. Elsőként Hajós professzorom rendkívül gyorsan (7 lépésben) konvergáló - átlagoló, geometriai alapokon nyugvó - közelítést.

HAJÓS MODSZERE A π KISZÁMITÁSÁRA:

ADOTT KERULETU S EGYRE TOBB OLDALU SZABALYOS SOKSZÖG BEIRT ES KORULIRT KÖRENEK SUGARAT HATAROZZUK MEG. A π ERTEKEHEZ JUTUNK TEHAT, HA HAJD AZ ADOTT KERULETET A KISZAMITOTT SUGARAK HATARERTEKEINEK KETSZERESEVEL OSZTJUK: TETEL:

HA K_1 ES N_1 EGY SZABALYOS SOKSZÖG BEIRT ES KORULIRT KÖRENEK SUGARAT JELOLI, AKKOR AZ UGYANAKORA KERULETU S KETARANYI OLDALU SZABALYOS BEIRT ES KORULIRT KÖRENEK K_2 ES N_2 SUGARAT A KOVETKEZO FORMULAK ADJAK:

$$K_2 = (K_1 + N_1) / 2, \quad ES \quad N_2 = \sqrt{N_1 * K_2}.$$

EZ A TETEL VALAMELY SZABALYOS SOKSZÖG K_1 ES N_1 ERTEKEBOL KIINDULVA, ELEG GYORS KÖZELITESSEL LEHETOVE TESZI π KISZAMITASAT, CELSZERU A KET EBYSEG-NYI KERULETU HEVYZETBOL KIINDULNI, AMELYRE:

$$K(1) = 0.25 \quad ES \quad N(1) = 0.25 * \sqrt{2}.$$

EZ ESETBEN $\pi = 1 / \text{LIM } K(I).$

Három számsorozat: $N(i)$ és $(K(i) + 2N(i))/3$ adja π közelítő értékeit. A program kiírja az eljárás lényegét (lásd: előbb) és ezután a közelítő értékeket (inverz módban megjelenítve a "pontos" értékeket).

```

1010 PRINT "A  $\pi$  SZÁM ELŐÁLLÍTÁSA HAJÓS MODSZERÉVEL"
1020 J=1: K2=0.25: N2=0.25*SQRT(2)
1030 PRINT " J   1/N(I)   1/K(I)  3/(K(I)+2*N(I))"
1040 DO
1050 : PRINT USING "###":J;
1060 : IF J=14 THEN PRINTUSINGS2*1/N2: ELSE PRINTUSINGS1*1/N2;
1070 : IF J=15 THEN PRINTUSINGS2*1/K2: ELSE PRINTUSINGS1*1/K2;
1080 : IF J=7 THEN PRINTUSING S2*3/(K2+2*N2): ELSE PRINTUSINGS1*3/(K2+2*N2)
1090 : K1=K2: N1=N2
1100 : J=J+1: K2=(K1+N1)/2: N2=SQRT(N1*K2)
1110 : GETKEY W$
1120 LOOP WHILE J<=17
    
```

A π SZÁM ELOALLITASA HAJOS MODSZEREVEL:

| J | 1/N(I) | 1/K(I) | 3/K(I)+2*N(I) |
|----|------------|------------|---------------|
| 1 | 2.82842713 | 4.00000000 | 3.13444650 |
| 2 | 3.06146746 | 3.31370850 | 3.14116790 |
| 3 | 3.12144515 | 3.18259788 | 3.14156659 |
| 4 | 3.13654849 | 3.15172491 | 3.14159103 |
| 5 | 3.14033116 | 3.14411839 | 3.14159255 |
| 6 | 3.14127725 | 3.14222363 | 3.14159264 |
| 7 | 3.14151380 | 3.14175637 | 3.14159265 |
| 8 | 3.14157294 | 3.14163208 | 3.14159265 |
| 9 | 3.14158772 | 3.14160251 | 3.14159265 |
| 10 | 3.14159141 | 3.14159511 | 3.14159265 |
| 11 | 3.14159234 | 3.14159326 | 3.14159265 |
| 12 | 3.14159257 | 3.14159280 | 3.14159264 |
| 13 | 3.14159263 | 3.14159269 | 3.14159264 |
| 14 | 3.14159264 | 3.14159266 | 3.14159264 |
| 15 | 3.14159264 | 3.14159265 | 3.14159264 |
| 16 | 3.14159264 | 3.14159264 | 3.14159264 |
| 17 | 3.14159264 | 3.14159264 | 3.14159264 |

A π második előállítását adja Wallis formula, amely igen lassan konvergál - 239 lépésben mindössze 0,01 pontosan adja π értékét:

A π SZÁM ELOALLITASA WALLIS-FORMULAVAL

A KÖVETKEZO FORMULA ADJA A π SZÁMOT:

$$\pi = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7} \dots$$

$\pi=3.14$, A LEPESSZÁM= 239

A π 'IRODALMI' ERTEKE 3.1415926536...

A fenti eredményt a következő utasítások állítják elő:

```

1240 PI=2: SZ=2: NE=1: N=0: J=1
1250 : PI=PI*SZ/NE
1260 : IF N=0 THEN NE=NE+2: N=1: ELSE SZ=SZ+2: N=0
1270 : J=J+1: IF J<239 THEN 1250
1280 CHAR ,2,18," $\pi$ "
1290 PRINT USING"@.##":PI
1300 PRINT ": A LEPESSZAM="J
1310 PRINT "A  $\pi$  IRODALMI ERTEKE 3.1415926536..."

```

Végül a π harmadik előállítás:

Leibniz alternáló számsora valamivel gyorsabban konvergál:

A π SZÁM ELŐÁLLÍTÁSA LEIBNIZ SZÁMSORÁVAL

A KÖVETKEZŐ FORMULA ADJA A π SZÁMOT:

$$\pi = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \frac{1}{36} + \frac{1}{49} - \frac{1}{64} + \frac{1}{81} - \frac{1}{100} + \frac{1}{121} - \frac{1}{144} + \frac{1}{169} - \frac{1}{196} + \frac{1}{225} - \frac{1}{256} + \frac{1}{289} - \frac{1}{324} + \frac{1}{361} - \frac{1}{400} + \frac{1}{441} - \frac{1}{484} + \frac{1}{529} - \frac{1}{576} + \frac{1}{625} - \frac{1}{676} + \frac{1}{729} - \frac{1}{784} + \frac{1}{841} - \frac{1}{900} + \frac{1}{961} - \frac{1}{1024} + \frac{1}{1089} - \frac{1}{1156} + \frac{1}{1225} - \frac{1}{1300} + \frac{1}{1369} - \frac{1}{1444} + \frac{1}{1521} - \frac{1}{1600} + \frac{1}{1681} - \frac{1}{1764} + \frac{1}{1849} - \frac{1}{1936} + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2116} + \frac{1}{2209} - \frac{1}{2304} + \frac{1}{2401} - \frac{1}{2500} + \frac{1}{2601} - \frac{1}{2704} + \frac{1}{2809} - \frac{1}{2916} + \frac{1}{3025} - \frac{1}{3136} + \frac{1}{3249} - \frac{1}{3364} + \frac{1}{3481} - \frac{1}{3600} + \frac{1}{3721} - \frac{1}{3844} + \frac{1}{3969} - \frac{1}{4100} + \frac{1}{4225} - \frac{1}{4356} + \frac{1}{4481} - \frac{1}{4609} + \frac{1}{4744} - \frac{1}{4864} + \frac{1}{5001} - \frac{1}{5136} + \frac{1}{5273} - \frac{1}{5409} + \frac{1}{5549} - \frac{1}{5688} + \frac{1}{5829} - \frac{1}{5969} + \frac{1}{6109} - \frac{1}{6250} + \frac{1}{6391} - \frac{1}{6531} + \frac{1}{6673} - \frac{1}{6816} + \frac{1}{6959} - \frac{1}{7104} + \frac{1}{7249} - \frac{1}{7396} + \frac{1}{7541} - \frac{1}{7688} + \frac{1}{7837} - \frac{1}{7984} + \frac{1}{8133} - \frac{1}{8284} + \frac{1}{8431} - \frac{1}{8580} + \frac{1}{8729} - \frac{1}{8880} + \frac{1}{9029} - \frac{1}{9180} + \frac{1}{9331} - \frac{1}{9484} + \frac{1}{9637} - \frac{1}{9792} + \frac{1}{9947} - \frac{1}{10104} + \frac{1}{10261} - \frac{1}{10420} + \frac{1}{10581} - \frac{1}{10744} + \frac{1}{10909} - \frac{1}{11076} + \frac{1}{11245} - \frac{1}{11416} + \frac{1}{11589} - \frac{1}{11764} + \frac{1}{11941} - \frac{1}{12120} + \frac{1}{12301} - \frac{1}{12484} + \frac{1}{12669} - \frac{1}{12856} + \frac{1}{13045} - \frac{1}{13236} + \frac{1}{13429} - \frac{1}{13624} + \frac{1}{13821} - \frac{1}{14020} + \frac{1}{14221} - \frac{1}{14424} + \frac{1}{14629} - \frac{1}{14836} + \frac{1}{15045} - \frac{1}{15256} + \frac{1}{15469} - \frac{1}{15684} + \frac{1}{15901} - \frac{1}{16120} + \frac{1}{16341} - \frac{1}{16564} + \frac{1}{16789} - \frac{1}{17016} + \frac{1}{17245} - \frac{1}{17476} + \frac{1}{17709} - \frac{1}{17944} + \frac{1}{18181} - \frac{1}{18420} + \frac{1}{18661} - \frac{1}{18904} + \frac{1}{19149} - \frac{1}{19396} + \frac{1}{19645} - \frac{1}{19896} + \frac{1}{20149} - \frac{1}{20404} + \frac{1}{20661} - \frac{1}{20920} + \frac{1}{21181} - \frac{1}{21444} + \frac{1}{21709} - \frac{1}{21976} + \frac{1}{22245} - \frac{1}{22516} + \frac{1}{22789} - \frac{1}{23064} + \frac{1}{23341} - \frac{1}{23620} + \frac{1}{23901} - \frac{1}{24184} + \frac{1}{24469} - \frac{1}{24756} + \frac{1}{25045} - \frac{1}{25336} + \frac{1}{25629} - \frac{1}{25924} + \frac{1}{26221} - \frac{1}{26520} + \frac{1}{26821} - \frac{1}{27124} + \frac{1}{27429} - \frac{1}{27736} + \frac{1}{28045} - \frac{1}{28356} + \frac{1}{28669} - \frac{1}{28984} + \frac{1}{29301} - \frac{1}{29620} + \frac{1}{29941} - \frac{1}{30264} + \frac{1}{30589} - \frac{1}{30916} + \frac{1}{31245} - \frac{1}{31576} + \frac{1}{31909} - \frac{1}{32244} + \frac{1}{32581} - \frac{1}{32920} + \frac{1}{33261} - \frac{1}{33604} + \frac{1}{33949} - \frac{1}{34296} + \frac{1}{34645} - \frac{1}{34996} + \frac{1}{35349} - \frac{1}{35704} + \frac{1}{36061} - \frac{1}{36420} + \frac{1}{36781} - \frac{1}{37144} + \frac{1}{37509} - \frac{1}{37876} + \frac{1}{38245} - \frac{1}{38616} + \frac{1}{38989} - \frac{1}{39364} + \frac{1}{39741} - \frac{1}{40120} + \frac{1}{40501} - \frac{1}{40884} + \frac{1}{41269} - \frac{1}{41656} + \frac{1}{42045} - \frac{1}{42436} + \frac{1}{42829} - \frac{1}{43224} + \frac{1}{43621} - \frac{1}{44020} + \frac{1}{44421} - \frac{1}{44824} + \frac{1}{45229} - \frac{1}{45636} + \frac{1}{46045} - \frac{1}{46456} + \frac{1}{46869} - \frac{1}{47284} + \frac{1}{47701} - \frac{1}{48120} + \frac{1}{48541} - \frac{1}{48964} + \frac{1}{49389} - \frac{1}{49816} + \frac{1}{50245} - \frac{1}{50676} + \frac{1}{51109} - \frac{1}{51544} + \frac{1}{51981} - \frac{1}{52420} + \frac{1}{52861} - \frac{1}{53304} + \frac{1}{53749} - \frac{1}{54196} + \frac{1}{54645} - \frac{1}{55096} + \frac{1}{55549} - \frac{1}{56004} + \frac{1}{56461} - \frac{1}{56920} + \frac{1}{57381} - \frac{1}{57844} + \frac{1}{58309} - \frac{1}{58776} + \frac{1}{59245} - \frac{1}{59716} + \frac{1}{60189} - \frac{1}{60664} + \frac{1}{61141} - \frac{1}{61620} + \frac{1}{62101} - \frac{1}{62584} + \frac{1}{63069} - \frac{1}{63556} + \frac{1}{64045} - \frac{1}{64536} + \frac{1}{65029} - \frac{1}{65524} + \frac{1}{66021} - \frac{1}{66520} + \frac{1}{67021} - \frac{1}{67524} + \frac{1}{68029} - \frac{1}{68536} + \frac{1}{69045} - \frac{1}{69556} + \frac{1}{70069} - \frac{1}{70584} + \frac{1}{71101} - \frac{1}{71620} + \frac{1}{72141} - \frac{1}{72664} + \frac{1}{73189} - \frac{1}{73716} + \frac{1}{74245} - \frac{1}{74776} + \frac{1}{75309} - \frac{1}{75844} + \frac{1}{76381} - \frac{1}{76920} + \frac{1}{77461} - \frac{1}{78004} + \frac{1}{78549} - \frac{1}{79096} + \frac{1}{79645} - \frac{1}{80196} + \frac{1}{80749} - \frac{1}{81304} + \frac{1}{81861} - \frac{1}{82420} + \frac{1}{82981} - \frac{1}{83544} + \frac{1}{84109} - \frac{1}{84676} + \frac{1}{85245} - \frac{1}{85816} + \frac{1}{86389} - \frac{1}{86964} + \frac{1}{87541} - \frac{1}{88120} + \frac{1}{88701} - \frac{1}{89284} + \frac{1}{89869} - \frac{1}{90456} + \frac{1}{91045} - \frac{1}{91636} + \frac{1}{92229} - \frac{1}{92824} + \frac{1}{93421} - \frac{1}{94020} + \frac{1}{94621} - \frac{1}{95224} + \frac{1}{95829} - \frac{1}{96436} + \frac{1}{97045} - \frac{1}{97656} + \frac{1}{98269} - \frac{1}{98884} + \frac{1}{99501} - \frac{1}{100120} + \frac{1}{100741} - \frac{1}{101364} + \frac{1}{101989} - \frac{1}{102616} + \frac{1}{103245} - \frac{1}{103876} + \frac{1}{104509} - \frac{1}{105144} + \frac{1}{105781} - \frac{1}{106420} + \frac{1}{107061} - \frac{1}{107704} + \frac{1}{108349} - \frac{1}{108996} + \frac{1}{109645} - \frac{1}{110296} + \frac{1}{110949} - \frac{1}{111604} + \frac{1}{112261} - \frac{1}{112920} + \frac{1}{113581} - \frac{1}{114244} + \frac{1}{114909} - \frac{1}{115576} + \frac{1}{116245} - \frac{1}{116916} + \frac{1}{117589} - \frac{1}{118264} + \frac{1}{118941} - \frac{1}{119620} + \frac{1}{120301} - \frac{1}{120984} + \frac{1}{121669} - \frac{1}{122356} + \frac{1}{123045} - \frac{1}{123736} + \frac{1}{124429} - \frac{1}{125124} + \frac{1}{125821} - \frac{1}{126520} + \frac{1}{127221} - \frac{1}{127924} + \frac{1}{128629} - \frac{1}{129336} + \frac{1}{130045} - \frac{1}{130756} + \frac{1}{131469} - \frac{1}{132184} + \frac{1}{132901} - \frac{1}{133620} + \frac{1}{134341} - \frac{1}{135064} + \frac{1}{135789} - \frac{1}{136516} + \frac{1}{137245} - \frac{1}{137976} + \frac{1}{138709} - \frac{1}{139444} + \frac{1}{140181} - \frac{1}{140920} + \frac{1}{141661} - \frac{1}{142404} + \frac{1}{143149} - \frac{1}{143896} + \frac{1}{144645} - \frac{1}{145396} + \frac{1}{146149} - \frac{1}{146904} + \frac{1}{147661} - \frac{1}{148420} + \frac{1}{149181} - \frac{1}{149984} + \frac{1}{150749} - \frac{1}{151516} + \frac{1}{152289} - \frac{1}{153064} + \frac{1}{153841} - \frac{1}{154620} + \frac{1}{155401} - \frac{1}{156184} + \frac{1}{156969} - \frac{1}{157756} + \frac{1}{158545} - \frac{1}{159336} + \frac{1}{160129} - \frac{1}{160924} + \frac{1}{161721} - \frac{1}{162520} + \frac{1}{163321} - \frac{1}{164124} + \frac{1}{164929} - \frac{1}{165736} + \frac{1}{166545} - \frac{1}{167356} + \frac{1}{168169} - \frac{1}{168984} + \frac{1}{169801} - \frac{1}{170620} + \frac{1}{171441} - \frac{1}{172264} + \frac{1}{173089} - \frac{1}{173916} + \frac{1}{174745} - \frac{1}{175576} + \frac{1}{176409} - \frac{1}{177244} + \frac{1}{178081} - \frac{1}{178920} + \frac{1}{179761} - \frac{1}{180604} + \frac{1}{181449} - \frac{1}{182296} + \frac{1}{183145} - \frac{1}{184004} + \frac{1}{184861} - \frac{1}{185720} + \frac{1}{186581} - \frac{1}{187484} + \frac{1}{188349} - \frac{1}{189264} + \frac{1}{190131} - \frac{1}{191004} + \frac{1}{191881} - \frac{1}{192764} + \frac{1}{193651} - \frac{1}{194544} + \frac{1}{195441} - \frac{1}{196344} + \frac{1}{197251} - \frac{1}{198164} + \frac{1}{199081} - \frac{1}{199996} + \frac{1}{200919} - \frac{1}{201844} + \frac{1}{202771} - \frac{1}{203704} + \frac{1}{204641} - \frac{1}{205584} + \frac{1}{206531} - \frac{1}{207484} + \frac{1}{208441} - \frac{1}{209404} + \frac{1}{210371} - \frac{1}{211344} + \frac{1}{212321} - \frac{1}{213304} + \frac{1}{214291} - \frac{1}{215284} + \frac{1}{216281} - \frac{1}{217284} + \frac{1}{218291} - \frac{1}{219304} + \frac{1}{220321} - \frac{1}{221344} + \frac{1}{222371} - \frac{1}{223404} + \frac{1}{224441} - \frac{1}{225484} + \frac{1}{226531} - \frac{1}{227584} + \frac{1}{228641} - \frac{1}{229704} + \frac{1}{230771} - \frac{1}{231844} + \frac{1}{232921} - \frac{1}{234004} + \frac{1}{235091} - \frac{1}{236184} + \frac{1}{237281} - \frac{1}{238384} + \frac{1}{239491} - \frac{1}{240604} + \frac{1}{241721} - \frac{1}{242844} + \frac{1}{243971} - \frac{1}{245104} + \frac{1}{246241} - \frac{1}{247384} + \frac{1}{248531} - \frac{1}{249684} + \frac{1}{250841} - \frac{1}{252004} + \frac{1}{253171} - \frac{1}{254344} + \frac{1}{255521} - \frac{1}{256704} + \frac{1}{257991} - \frac{1}{259084} + \frac{1}{260181} - \frac{1}{261284} + \frac{1}{262391} - \frac{1}{263504} + \frac{1}{264621} - \frac{1}{265744} + \frac{1}{266871} - \frac{1}{268004} + \frac{1}{269141} - \frac{1}{270284} + \frac{1}{271431} - \frac{1}{272584} + \frac{1}{273741} - \frac{1}{274904} + \frac{1}{276071} - \frac{1}{277244} + \frac{1}{278421} - \frac{1}{279604} + \frac{1}{280791} - \frac{1}{281984} + \frac{1}{283181} - \frac{1}{284384} + \frac{1}{285591} - \frac{1}{286804} + \frac{1}{288021} - \frac{1}{289244} + \frac{1}{290471} - \frac{1}{291684} + \frac{1}{292901} - \frac{1}{294124} + \frac{1}{295351} - \frac{1}{296584} + \frac{1}{297821} - \frac{1}{299064} + \frac{1}{300311} - \frac{1}{301564} + \frac{1}{302821} - \frac{1}{304084} + \frac{1}{305351} - \frac{1}{306624} + \frac{1}{307901} - \frac{1}{309196} + \frac{1}{310491} - \frac{1}{311796} + \frac{1}{313101} - \frac{1}{314416} + \frac{1}{315731} - \frac{1}{317056} + \frac{1}{318381} - \frac{1}{319716} + \frac{1}{321061} - \frac{1}{322404} + \frac{1}{323751} - \frac{1}{325104} + \frac{1}{326461} - \frac{1}{327824} + \frac{1}{329191} - \frac{1}{330564} + \frac{1}{331941} - \frac{1}{333324} + \frac{1}{334711} - \frac{1}{336104} + \frac{1}{337501} - \frac{1}{338904} + \frac{1}{340301} - \frac{1}{342116} + \frac{1}{343941} - \frac{1}{345764} + \frac{1}{347591} - \frac{1}{349424} + \frac{1}{351261} - \frac{1}{353104} + \frac{1}{354951} - \frac{1}{356804} + \frac{1}{358661} - \frac{1}{360524} + \frac{1}{362391} - \frac{1}{364264} + \frac{1}{366141} - \frac{1}{368024} + \frac{1}{369911} - \frac{1}{371804} + \frac{1}{373701} - \frac{1}{375604} + \frac{1}{377511} - \frac{1}{379424} + \frac{1}{381341} - \frac{1}{383264} + \frac{1}{385191} - \frac{1}{387124} + \frac{1}{389061} - \frac{1}{391004} + \frac{1}{392951} - \frac{1}{394904} + \frac{1}{396861} - \frac{1}{398824} + \frac{1}{400791} - \frac{1}{402764} + \frac{1}{404741} - \frac{1}{406724} + \frac{1}{408711} - \frac{1}{410704} + \frac{1}{412701} - \frac{1}{414704} + \frac{1}{416711} - \frac{1}{418724} + \frac{1}{420741} - \frac{1}{422764} + \frac{1}{424791} - \frac{1}{426824} + \frac{1}{428861} - \frac{1}{430904} + \frac{1}{432951} - \frac{1}{435004} + \frac{1}{437061} - \frac{1}{439124} + \frac{1}{441191} - \frac{1}{443264} + \frac{1}{445341} - \frac{1}{447424} + \frac{1}{449511} - \frac{1}{451604} + \frac{1}{453701} - \frac{1}{455804} + \frac{1}{457911} - \frac{1}{460024} + \frac{1}{462141} - \frac{1}{464264} + \frac{1}{466391} - \frac{1}{468504} + \frac{1}{470641} - \frac{1}{472764} + \frac{1}{474901} - \frac{1}{477044} + \frac{1}{479191} - \frac{1}{481344} + \frac{1}{483501} - \frac{1}{485664} + \frac{1}{487831} - \frac{1}{490004} + \frac{1}{492181} - \frac{1}{494364} + \frac{1}{496551} - \frac{1}{498744} + \frac{1}{500941} - \frac{1}{503144} + \frac{1}{505351} - \frac{1}{507564} + \frac{1}{509781} - \frac{1}{511804} + \frac{1}{514031} - \frac{1}{516064} + \frac{1}{518301} - \frac{1}{520344} + \frac{1}{522591} - \frac{1}{524596} + \frac{1}{526851} - \frac{1}{528916} + \frac{1}{531181} - \frac{1}{533264} + \frac{1}{535451} - \frac{1}{537544} + \frac{1}{539741} - \frac{1}{541844} + \frac{1}{544051} - \frac{1}{546164} + \frac{1}{548381} - \frac{1}{550504} + \frac{1}{552641} - \frac{1}{554764} + \frac{1}{556911} - \frac{1}{559044} + \frac{1}{561201} - \frac{1}{563344} + \frac{1}{565501} - \frac{1}{567664} + \frac{1}{569831} - \frac{1}{572004} + \frac{1}{574191} - \frac{1}{576384} + \frac{1}{578581} - \frac{1}{580784} + \frac{1}{582991} - \frac{1}{585204} + \frac{1}{587421} - \frac{1}{589644} + \frac{1}{591871} - \frac{1}{594004} + \frac{1}{596451} - \frac{1}{598604} + \frac{1}{600761} - \frac{1}{602924} + \frac{1}{605191} - \frac{1}{607364} + \frac{1}{609801} - \frac{1}{611944} + \frac{1}{614191} - \frac{1}{616304} + \frac{1}{618461} - \frac{1}{620584} + \frac{1}{622761} - \frac{1}{624904} + \frac{1}{627091} - \frac{1}{629264} + \frac{1}{631461} - \frac{1}{633644} + \frac{1}{635841} - \frac{1}{638044} + \frac{1}{640441} - \frac{1}{642644} + \frac{1}{644861} - \frac{1}{647084} + \frac{1}{649511} - \frac{1}{651764} + \frac{1}{654011} - \frac{1}{656284} + \frac{1}{658561} - \frac{1}{660864} + \frac{1}{663181} - \frac{1}{665484} + \frac{1}{667811} - \frac{1}{670124} + \frac{1}{672461} - \frac{1}{674764} + \frac{1}{677121} - \frac{1}{679484} + \frac{1}{681861} - \frac{1}{684244} + \frac{1}{686641} - \frac{1}{689044} + \frac{1}{691461} - \frac{1}{693884} + \frac{1}{696321} - \frac{1}{698764} + \frac{1}{701221} - \frac{1}{703684} + \frac{1}{706151} - \frac{1}{708624} + \frac{1}{711111} - \frac{1}{713604} + \frac{1}{716111} - \frac{1}{718624} + \frac{1}{721141} - \frac{1}{723664} + \frac{1}{726191} - \frac{1}{728724} + \frac{1}{731261} - \frac{1}{733804} + \frac{1}{736351} - \frac{1}{738904} + \frac{1}{741461} - \frac{1}{744024} + \frac{1}{746591} - \frac{1}{749164} + \frac{1}{751741} - \frac{1}{754324} + \frac{1}{756911} - \frac{1}{759504} + \frac{1}{762101} - \frac{1}{764704} + \frac{1}{767311} - \frac{1}{770324} + \frac{1}{772941} - \frac{1}{775964} + \frac{1}{778581} - \frac{1}{781604} + \frac{1}{784241} - \frac{1}{787284} + \frac{1}{790341} - \frac{1}{793404} + \frac{1}{796461} - \frac{1}{799544} + \frac{1}{802621} - \frac{1}{805724} + \frac{1}{808841} - \frac{1}{811944} + \frac{1}{815061} - \frac{1}{818184} + \frac{1}{821311} - \frac{1}{824444} + \frac{1}{827581} - \frac{1}{830684} + \frac{1}{833841} - \frac{1}{836964} + \frac{1}{840141} - \frac{1}{843284} + \frac{1}{846481} - \frac{1}{849644} + \frac{1}{852841} - \frac{1}{855924} + \frac{1}{859341} - \frac{1}{862444} + \frac{1}{865961} - \frac{1}{869504} + \frac{1}{873061} - \frac{1}{876624} + \frac{1}{880201} - \frac{1}{883784} + \frac{1}{887391} - \frac{1}{890984} + \frac{1}{894591} - \frac{1}{898204} + \frac{1}{901841} - \frac{1}{905464} + \frac{1}{909111} - \frac{1}{912764} + \frac{1}{916431} - \frac{1}{920104} + \frac{1}{923791} - \frac{1}{927404} + \frac{1}{931011} - \frac{1}{934644} + \frac{1}{938281} - \frac{1}{941924} + \frac{1}{945581} - \frac{1}{949184} + \frac{1}{952841} - \frac{1}{956464} + \frac{1}{960141} - \frac{1}{963784} + \frac{1}{967491} - \frac{1}{971164} + \frac{1}{974861} - \frac{1}{978464} + \frac{1}{982181} - \frac{1}{985804} + \frac{1}{989441} - \frac{1}{993084} + \frac{1}{996741} - \frac{1}{1000404} + \frac{1}{1004081} - \frac{1}{1007764} + \frac{1}{1011461} - \frac{1}{1015164} + \frac{1}{1018881} - \frac{1}{1022584} + \frac{1}{1026301} - \frac{1}{1030024} + \frac{1}{1033751} - \frac{1}{1037484} + \frac{1}{1041221} - \frac{1}{1044964} + \frac{1}{1048711} - \frac{1}{1052464} + \frac{1}{1056221} - \frac{1}{1060084} + \frac{1}{1063941} - \frac{1}{1067804} + \frac{1}{1071671} - \frac{1}{1075544} + \frac{1}{1079421} - \frac{1}{1083304} + \frac{1}{1087191} - \frac{1}{1091084} + \frac{1}{1094981} - \frac{1}{1098884} + \frac{1}{1102891} - \frac{1}{1106804} + \frac{1}{1110721} - \frac{1}{1114644} + \frac{1}{1118571} - \frac{1}{1122504} + \frac{1}{1126441} - \frac{1}{1130384} + \frac{1}{1134331} - \frac{1}{1138284} + \frac{1}{1142241} - \frac{1}{1146204} + \frac{1}{1150171} - \frac{1}{1154144} + \frac{1}{1158121} - \frac{1}{1162104} + \frac{1}{1166091} - \frac{1}{1170084} + \frac{1}{1174081} - \frac{1}{1178084} + \frac{1}{1182091} - \frac{1}{1186104} + \frac{1}{1190121} - \frac{1}{1194144} + \frac{1}{1198171} - \frac{1}{1202204} + \frac{1}{1206241} - \frac{1}{1210284} + \frac{1}{1214331} - \frac{1}{1218384} + \frac{1}{1222441} - \frac{1}{1226504} + \frac{1}{1230571} - \frac{1}{1234644} + \frac{1}{1238721} - \frac{1}{1242804} + \frac{1}{1246891} - \frac{1}{1250984} + \frac{1}{1255081} - \frac{1}{1259184} + \frac{1}{1263291} - \frac{1}{1267404} + \frac{1}{1271521} - \frac{1}{1275644} + \frac{1}{1279771} - \frac{1}{1283904} + \frac{1}{1288041} - \frac{1}{1292184} + \frac{1}{1296331} - \frac{1}{1300484} + \frac{1}{1304641} - \frac{1}{1308804} + \frac{1}{1312971} - \frac{1}{1317144} + \frac{1}{1321321} - \frac{1}{1325504} + \frac{1}{1329691} - \frac{1}{1333884} + \frac{1}{1338081} - \frac{1}{1342284} + \frac{1}{1346491} - \frac{1}{1350704} + \frac{1}{1354921} - \frac{1}{1359144} + \frac{1}{1363371} - \frac{1}{1367584} + \frac{1}{1371821} - \frac{1}{1376064} + \frac{1}{1380311} - \frac{1}{1384564} + \frac{1}{1388821} - \frac{1}{1393084} + \frac{1}{1397351} - \frac{1}{1401624} + \frac{1}{1405901} - \frac{1}{1410184} + \frac{1}{1414471} - \frac{1}{1418764} + \frac{1}{1423061} - \frac{1}{1427364} + \frac{$$

AZ EULER-FELE 'C' ÁLLANDÓ ELŐÁLLÍTÁSA

A KÖVETKEZŐ FORMULA ADJA A 'C' SZÁMOT:

$$C(N) = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots + \frac{1}{N} - \ln N$$

C=0.577; A LEPESSZÁM= 1759

A 'C' SZÁM IRODALMI ÉRTEKE 0.577216...

Műszaki számítások során gyakran előfordul a természetes logaritmus alapszáma az e szám. Előállítását a következő programrész végzi:

```
1820 J=1: NE=1: E=1
1830 : E=E+1/NE
1840 : J=J+1: NE=NE*J
1850 : IF J<11 THEN 1830
1860 CHAR ,1,16,"E="
1870 PRINT USING "%.#0000000":E;
1880 PRINT " : A LEPESSZÁM=";J
1890 PRINT " @ AZ 'E' SZÁM ÉRTEKE 2.7182818285...
```

A végeredményt a képernyő mutatja:

AZ 'E' SZÁM ELŐÁLLÍTÁSA

A KÖVETKEZŐ FORMULA ADJA AZ 'E' SZÁMOT:

$$E = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

E=2.7182818; A LEPESSZÁM= 11

AZ 'E' SZÁM IRODALMI ÉRTEKE 2.7182818285...

Az első "almenő" zárófeladata nagy N-ekre az N! közelítő értéke előállítására Stirling-formulával. Az "élesített" formula (lásd: [3] irodalom 154. old.) használatát mutatom be:

```
2020 E=2.71828183: PI=3.14159265
2030 N=1: FK=1
2040 PRINT"### N N! N! KÖZELÍTÉSE HIBA###"
2050 : NF=SQR(2*PI*N)*(N/E)^(1+1/(2*N))
2060 : PRINT USING"###":N;
2070 : PRINT USING S4:FK;
2080 : PRINT USING S4:NF;
2090 : PRINT USING" ##.##":ABS(NF-FK)*100/NF; PRINT"% "
2100 : N=N+1: FK=FK*N
2110 : GETKEY W$
2120 IF N<33 THEN 2050
```

A képernyőn az előállítást tanulmányozhatjuk (több sor kiírása az adatmező túlcsoordulása miatt nem lehetséges):

A STIRLING-FORMULA, N! SZÁMITÁSA

A KÖVETKEZŐ FORMULÁT HASZNÁLJUK:

$$N! = \sqrt{2\pi N} \cdot \left(\frac{N}{e}\right)^N \cdot \left(1 + \frac{1}{24N}\right)$$

A KÖZELÍTÉS JOSSÁGÁT AZ 'ORDO' FÜGG-
VENNYEL FEJEZHETJÜK KI: O(1/N).

| N | N! | N! KÖZELÍTÉSE | HIBA |
|----|--------------|---------------|--------|
| 1 | 1.000000E+00 | 1.383206E+00 | 27.70% |
| 2 | 2.000000E+00 | 2.396755E+00 | 16.62% |
| 3 | 6.000000E+00 | 6.308911E+00 | 11.88% |
| 4 | 2.400000E+01 | 2.644445E+01 | 9.24% |
| 5 | 1.200000E+02 | 1.298211E+02 | 7.57% |
| 6 | 7.200000E+02 | 7.692514E+02 | 6.40% |
| 7 | 5.040000E+03 | 5.336138E+03 | 5.55% |
| 8 | 4.032000E+04 | 4.239630E+04 | 4.90% |
| 9 | 3.628800E+05 | 3.795111E+05 | 4.36% |
| 10 | 3.628800E+06 | 3.778630E+06 | 3.97% |
| 11 | 3.991680E+07 | 4.141634E+07 | 3.62% |
| 12 | 4.790016E+08 | 4.955078E+08 | 3.33% |
| 13 | 6.227021E+09 | 6.425210E+09 | 3.08% |
| 14 | 8.717829E+10 | 8.975604E+10 | 2.87% |
| 15 | 1.307674E+12 | 1.343778E+12 | 2.69% |
| 16 | 2.092279E+13 | 2.146456E+13 | 2.52% |
| 17 | 3.556874E+14 | 3.643586E+14 | 2.38% |
| 18 | 6.402374E+15 | 6.549827E+15 | 2.25% |
| 19 | 1.216451E+17 | 1.243000E+17 | 2.14% |
| 20 | 2.432902E+18 | 2.483356E+18 | 2.03% |
| 21 | 5.109094E+19 | 5.210025E+19 | 1.94% |
| 22 | 1.124001E+21 | 1.145200E+21 | 1.85% |
| 23 | 2.585202E+22 | 2.631849E+22 | 1.77% |
| 24 | 6.204484E+23 | 6.311791E+23 | 1.70% |
| 25 | 1.551121E+25 | 1.576879E+25 | 1.63% |
| 26 | 4.032915E+26 | 4.077318E+26 | 1.57% |
| 27 | 1.086887E+28 | 1.105634E+28 | 1.51% |
| 28 | 3.048883E+29 | 3.094106E+29 | 1.46% |
| 29 | 8.841762E+30 | 8.968399E+30 | 1.41% |
| 30 | 2.652529E+32 | 2.689257E+32 | 1.37% |
| 31 | 8.222839E+33 | 8.33035E+33 | 1.32% |
| 32 | 2.631308E+35 | 2.665472E+35 | 1.28% |

Növekvő N-ek esetén a relatív hiba csökken. A "főmenü"
2. feladatában speciális számelméleti problémákat fogalmaz-

tan meg és dolgoztam ki. Az "almenü" elején a 2-es, a 10-es és a 16-os számrendszerek közti konverziót oldottam meg. Mindegyik átszámítási művelet tetszőleges sokszor ismételhető. A felhasználó által megadott számot a program átváltja a kívánt számrendszerbe - a szükséges információk egyidejű kiírásával. A tizes számrendszerből akettes számrendszerbe a következő programrész végzi az átalakítást:

```

2500 PRINT "TIZESRŐL KETTESRE"
2510 B$="": INPUT " 10 --> 2 ";D
2520 A=0
2530 : D=D/2
2540 : IF D=INT(D) THEN B$="0"+B$: ELSE B$="1"+B$
2550 D=INT(D): IF D>0 THEN 2530
2560 PRINT "B$ "B$
2570 PRINT "ISMETEL?": GETKEY W$
2580 IF W$="I" THEN 2500

```

Ellenkező irányba a következő utasítások állítják elő az eredményt:

```

2640 PRINT "KETTESRŐL TIZESRE"
2650 D=0: INPUT " 2 ---> 10 ";A$
2660 FOR C=0 TO LEN(A$)-1
2670 : IF ASC(MID$(A$,C+1,1))=48 THEN 2690
2680 : D=D+2*(LEN(A$)-C-1)
2690 NEXT C
2700 PRINT "D "D
2710 PRINT "ISMETEL?": GETKEY W$
2720 IF W$="I" THEN 2640

```

A tizesről a tizenhatos számrendszerbe történő átszámítás utasításai:

```

2780 PRINT "TIZESRŐL TIZENHATOSRA"
2790 H$="": INPUT " 10 ---> 16 ";D
2800 : H=INT(D/16): H$=D-H*16
2810 : IF H<10 THEN H$=CHR$(H+48)+H$: ELSE H$=CHR$(H+55)+H$
2820 : D=H: IF H<>0 THEN 2800
2830 PRINT "H$ "H$
2840 PRINT "ISMETEL?": GETKEY W$
2850 IF W$="I" THEN 2780

```

A visszafelé történő átalakítást a következő programrész végzi el:

```

2910 PRINT "E TIZENHATOSRÓL TIZESRE"
2920 T=0: INPUT "Is ---> 10 ";Ts
2930 FOR I=1 TO LEN(Ts)
2940 : Js=(MID$(Ts,I,1)): K=ASC(Js)
2950 : IF K>47 AND K<58 THEN J=VAL(Js)
2960 : IF K>64 AND K<71 THEN J=ASC(Js)-55
2970 : T=T+J+10*(LEN(Ts)-I)
2980 NEXT I
2990 PRINT "T"
3000 PRINT "E ISMETEL?": GET$Ev, W$
3010 IF W$="I" THEN 2910

```

E sorozat 5. feladata a prímszám előállító program.

Eredetileg FORTRAN fordítóval BULL-GAMMA gépen futtattam még a '70-es években Debrecenben. Ebből a formából készült ez az átírás. Egyik érdekessége az előállításához szükséges négyzetgyökvonás - ami egyébként SQR függvénnyel végezhető - ki-kerülését a 3240 és a 3250 sorokban közelítéssel végeztem el:

```

3190 F(2)=2: F(3)=3: K0=5: KG=2
3200 FOR J=4 TO 139
3210 : F(J)=K0
3220 : PRINT USING "#####";F(J-2);
3230 : K0=K0+2
3240 : KG=(KG+K0/K0)/2
3250 : K0=(K0+K0/K0)/2
3260 : K=2
3270 : K=K+1: IK=F(K)
3280 : IF IK*INT(K0/IK)=K0 THEN 3230
3290 : IF IK<K0 THEN 3270
3300 NEXT J

```

Az eljárás alap gondolatát a felhasználó képernyőről olvashatja le, az előállított primekkel együtt:

PRIMSZÁMOK ELŐÁLLÍTÁSA

AZ ELJÁRÁS ALAPGONDOLATA, HOGY AZ ELSŐ PRIMSZÁM, A 2 ISMERT, ES ENNEK FELHASZNÁLÁSÁVAL A TOBBI PRIMSZÁM IS MEGHATÁROZHATÓ A KÖVETKEZŐ MÖGÖN:

VALAMENNYI PARATLAN SZÁMRA A 2 UTÁN MEGNEZZÜK, HOGY OSZTHATÓK-E AZ ELJÁRÁS SORÁN EDDIG MEGHATÁROZOTT AZON PRIMSZÁMOKKAL, AMELYEK NEM NAGYOBBAK A SZÁM NÉGYZETGYÖKÉNEL.

AZ ELSŐ 136 PRIMSZÁM:

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 |
| 23 | 29 | 31 | 37 | 41 | 43 | 47 | 53 |
| 59 | 61 | 67 | 71 | 73 | 79 | 83 | 89 |
| 97 | 101 | 103 | 107 | 109 | 113 | 127 | 131 |
| 137 | 139 | 149 | 151 | 157 | 163 | 167 | 173 |
| 179 | 181 | 191 | 193 | 197 | 199 | 211 | 223 |
| 227 | 229 | 233 | 239 | 241 | 251 | 257 | 263 |
| 269 | 271 | 277 | 281 | 283 | 293 | 307 | 311 |
| 313 | 317 | 331 | 337 | 347 | 349 | 353 | 359 |
| 367 | 373 | 379 | 383 | 389 | 397 | 401 | 409 |
| 419 | 421 | 431 | 433 | 439 | 443 | 449 | 457 |
| 461 | 463 | 467 | 479 | 487 | 491 | 499 | 503 |
| 509 | 521 | 523 | 541 | 547 | 557 | 563 | 569 |
| 571 | 577 | 587 | 593 | 599 | 601 | 607 | 613 |
| 617 | 619 | 631 | 641 | 643 | 647 | 653 | 659 |
| 661 | 673 | 677 | 683 | 691 | 701 | 709 | 719 |
| 727 | 733 | 739 | 743 | 751 | 757 | 761 | 769 |

A hatodik feladatban - 2 szám legnagyobb közös osztóját kétféleképpen állítom elő. A felhasználó által megadott számok legnagyobb közös osztójának előállításai idejét láthatjuk a képernyőn. Vizsgálhatjuk, hogy "közele" vagy "távoli" számok megadása esetén melyik algoritmus a gyorsabb:

```

3410 INPUT "A,B" A?,B?:A,B
3420 A1=A: A2=B: T1="000000"
3430 IF A=B THEN 3460
3440 IF A>B THEN A=A-B: ELSE B=B-A
3450 GOTO 3430
3460 GOSUB 3500
3470 LIST 3430-3450
3480 A=A1: B=A2: T1="000000"
3490 IF B>A THEN X=A: A=B: B=X
3500 IF B=0 THEN 3520
3510 X=A-INT(A/B)*B: A=B: B=X: GOTO 3500
3520 GOSUB 3500
3530 LIST 3490-3510
3540 PRINT "A,B ISMETEL?": GETK: W$
3550 IF W$="I" THEN 3410: ELSE RETURN
3560 D=T1: PRINT "A1*ES*A2*LEH-D-JA"
3570 PRINT "AZ ELJARAS IDEJE D/60*SEC."
3580 RETURN

```

Többször lefuttatva ezt a programrészt, észrevehető, hogy bizonyos esetekben az egyszerűbb algoritmus gyorsabban dolgozik, mint az "ügyesebb és okosabb" párja! A második feladatsor befejezéseként N szám permutációjának előállítását mutatom be.

```

3750 FOR J=1 TO 4: X(J)=J: Y(J)=J: NEXT J
3760 S=9: O=1
3770 : CHR ,0,S,"
3780 : FOR J=1 TO 4
3790 : PRINT USING "##":X(J);
3800 : NEXT J
3810 : S=S+1: IF S=15 THEN S=9: O=O+10
3820 : N=1
3830 : N=N+1: K=X(1)
3840 : FOR J=2 TO N: X(J-1)=X(J): NEXT J
3850 : X(N)=K
3860 : IF Y(N)<>1 THEN Y(N)=Y(N)-1: GOTO 3770
3870 Y(N)=N: IF N<4 THEN 3830

```

A megoldás érdekessége, hogy a permutálandó elemek halmazával azonos számosságú a "kapcsolók" halmaza, melynek elemei jelzik a végrehajtandó cseréket. Az eljárás algoritmus és ennek N=4-re történő alkalmazása esetén a penntációk a képernyőre íródnak.

PERMUTÁCIÓK ELŐÁLLÍTÁSA

AZ ELJÁRÁS ALGORITMUSA:
 ELŐSZOR AZ ELSŐ KÉT SZÁMOT CSERELJÜK FEL, AZAZ LEPTETJÜK CIKLIKUSAN BALRA, MAJD AZ EREDETI SORREND HELYREÁLLÍTÁSA UTÁN AZ ELSŐ HÁRMAT STB. AZ ELSŐ K SZÁMOT ÖSSZESEN K-SZOR LEPTETJÜK BALRA, A K-ADIK LEPÉS UTÁN AZ EREDETI SORREND ÁLL VISSZA. EZUTÁN AZ ELSŐ K+1 SZÁMOT CIKLIKÁLJUK STB. AZ Y TOMB ELEMEI MUTATJAK, HOGY HÁNYSZOR KELL HEG LEPTETNÜNK.

NEGY ELEM PERMUTÁCIÓI

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 3 | 4 |
| 2 | 3 | 1 | 4 |
| 3 | 2 | 1 | 4 |
| 3 | 1 | 2 | 4 |
| 1 | 3 | 2 | 4 |
| 2 | 3 | 4 | 1 |
| 3 | 2 | 4 | 1 |
| 3 | 4 | 2 | 1 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |
| 4 | 2 | 3 | 1 |
| 2 | 4 | 3 | 1 |
| 3 | 4 | 1 | 2 |
| 4 | 3 | 1 | 2 |
| 4 | 1 | 3 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 3 | 2 |
| 1 | 3 | 4 | 2 |
| 3 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 4 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 4 | 3 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 2 | 4 | 1 | 3 |
| 4 | 2 | 1 | 3 |

A "főmenü" 3. feladata az N-edik gyökvonás közelítő eljárásának bemutatása. A felhasználó az algoritmust a képernyőről kapja meg:

AZ N-EDIK GYÖKVONÁS

A KÖZELÍTŐ SZÁMITÁSHOZ A KÖVETKEZŐ
FORMULÁT HASZNÁLJUK:

$$X_1 = \frac{1}{K} * ((K-1) * X_0 + \frac{A}{X_0^{K-1}})$$

AHOL AZ ALAP 'A', A GYÖKKITEVŐ 'K', A
GYÖK ELSŐ KÖZELÍTŐ ÉRTEKE 'X0' ES A
MEGADOTT FORMULÁVAL SZÁMITOTT GYÖK AZ
'X1'. EZUTAN X1-ET VISSZUK X0 HELYERE
ES EZT AZ ELJÁRÁST ISMÉTELJUK, AMIG
KÉT EGYMÁSUTANI KÖZELÍTÉS NEM KERÜL A
MEGADOTT 'HK' HIBAKORLATHAL KÖZELEBB.

A felhasználó által megadott alap, gyökkitevő és hibakorlát felhasználásával kezdi a program a számolást. Megadottam egy küszöbindexet arra az esetre, ha a kapott gyökök sorozata nem adna konvergens számsorozatot. Ekkor természetesen az eljárás leáll és a program visszatér parancs üzemmódba.

```

4070 PRINT "000 AZ N-EDIK GYÖKVONÁS"
4080 INPUT "000 A=? ,K=? ,HK=":A,K,HK
4090 IF ABS(A)<1E-30 THEN 4070
4100 IF ABS(A)>1 THEN X0=A/2: GOTO 4120
4110 X0=.5
4120 J=0: L=444: PRINT"000 I SZAMOLOK!"
4130 X1=((K-1)*X0+A/(X0^(K-1)))/K
4140 J=J+1: IF J=>L THEN PRINT"NEH KONVERGALT": GOTO 4170
4150 IF ABS(X1-X0)>HK THEN X0=X1: GOTO 4130
4160 CHAR ,1,9,STR$(K)+"-IK GYOK"+STR$(A)+"=" +STR$(X1)
4170 CHAR ,2,11,"A LEPESSZAM="+STR$(J)
4180 CHAR ,2,13,"ISMETEL?": GETKEY W#
4190 IF W#="1" THEN 4070

```

A feladat tetszőlegesen sokszor ismételhető. Erdemes kipróbálni a programot negatív és törtekűvel, valamint negatív alap esetén is!

A főmenü 4. feladata a binomiális együttható kiszámítása.

```

4250 PRINT "BINOMIALIS EGYÜTTHTATO"
4260 INPUT "N=?,K=?":N,K
4270 IF N<0 OR K<0 THEN 4250
4280 IF K>INT(N) THEN 4250
4290 IF N<>INT(N) THEN 4250
4300 N=N-1: X=N: Y=K
4310 IF N=K THEN K=N-K
4320 IF K=0 OR K=N THEN 4370
4330 N=N/K
4340 : N=N-1: K=K-1
4350 : IF K=0 THEN 4370
4360 : N=N*N/K: GOTO 4340
4370 PRINT "ALATT":Y="N"
4380 PRINT "ISMETEL?": GETKEY W$
4390 IF W$="I" THEN 4250

```

A program a felhasználótól kéri a számításához szükséges N és K számokat, majd megvizsgálja ezeket, amennyiben nem megfelelőek, úgy új számokat kér.

A számítás gyorsítása végett felhasználok a 4310-es sorban a következő összefüggést:

$$\binom{N}{K} = \binom{N}{N-K},$$

továbbá K=0, illetve K=N esetén azonnal kiíratom az 1 végeredményt. Másik ötletem - ami az esetleges túlszordulás ellen véd, nagy N esetén - a 4340 és 4360-as sorokban található meg. A feladat tetszőlegesen sokszor ismételhető. Az utolsó feladat a egyismeretlenes egyenlet közelítő megoldása. A témáról a képernyőtartalom ad tömör útbaigazítást a felhasználónak.

AZ EGYISMERETLENES EGYENLET GYOKE

LEGYEN AZ $X \mapsto F(X)$ FÜGGVÉNY ERTELMEZVE AZ $[a; b]$ INTERVALLUMON, LEGYEN FOLYTONOS ES DIFFERENCIÁLHATO. LEGYEN ADVA AZ $F(X)=0$ EGYENLET. HOZZUK $X=B(X)$ ALAKRA, HA A GYOK KÖRNYEZETÉBEN IG $|X| < 1$, AKKOR A GYOK MEGHATÁROZÁSA A KÖVETKEZŐ MÓDON TÖRTEHNETHET:

KIVALASZTJUK AZ ERTELMEZESI TARTOMÁNY
 $x=x_0$ HELYET ES KISZAMITJUK x_1 ERTEHET
 AZ $x=G(x)$ OSSZEFUGGESBOL. EZT AZ EL-
 JARAST ISMETELJUK, AMIG KET EGYMASU-
 TANI KOZELITES NEM KERUL A MEGADOTT
 "HK" HIBAKORLATIHAL KOZELEBB.

A következö listáról látható, hogy a gép a 4610-es programsorban STRING formában kéri a G(X) kifejezést (léves beírás esetén lehetőséget adok a hiba javítására). A mindenkor G(X) numerikus formába történi átalakítását gépi kódú rutin végzi és az eltárolást a 4680-as programsornak megfelelö memóriacímre a 4680-as utasítás végzi el.

```

4600 PRINT "G(X) AZ EGYENLETNEGOLDAS"
4610 INPUT "G(X) ? G(X) " : G
4620 PRINT "G(X) EGSSZONDOLTA?"
4630 GETKEY W$: IF W$ < "M" THEN 4600
4640 POKE 239,3: POKE 1319,19
4650 POKE 1320,13: POKE 1321,13
4660 PRINT CHR$(147)"ABOODEFFNA(X)=""X":RETURN"
4670 PRINT "GOTO4680": SYS 34578
4680 INPUT "GYOK=" : X
4690 PRINT "SSZ= A GYOK= ELTERES="
4700 GOSUB 4600
4710 J=0
4720 : X1=FNA(X): J=J+1
4730 : PRINT USING " ###":J:
4740 : PRINT USING " -0.#####1111":X1:
4750 : PRINT USING " -0.#####1111":ABS(X1-X)
4760 : GETKEY W$: IF W$="T" THEN 4790
4770 : X=X1
4780 GOTO 4720
4790 PRINT "GYOKOT HETEL?"
4800 GETKEY W$: IF W$="I" THEN 4600
4810 PRINT "EGYENLETET HETEL?"
4820 GETKEY W$: IF W$="I" THEN 4600
  
```

4860 DEFFNA(X)=SIN(X):RETURN

A gép a 4680-as sorban kéri az egyenlet gyökének kezdö értékét. Ezután kezd az iterációs ciklus (4720...4780) mdködni és a kapott x_1, x_2, \dots értékeket folyamatosan megjele-
 niti addig, amig le nem nyomjuk a T-betű billentyűjét. Ez
 esetben lehetőség nyílik másik gyökkel kezdeni újabb iterá-

ciót, vagy másik egyenlet megoldását kérni. A program futtatásához néhány egyenletet ajánlok. Igen szemléletes a $-x + \cos x = 0$ egyenlet gyökének keresése. Célszerű a 0,5 kezdő értéket választani a gyök keresésekor ($x \approx 0,738$).

Második feladatként az $x^2 - 3 = 0$ egyenletet válasszuk! Ezt $x = x^2 + x - 3$ alakra hozhatjuk. Az $x = 1,7$ hely környezetéből indulva nem kapunk a gyökre konvergáló sorozatot. Ez természetes, hiszen nem teljesül a szükséges feltétel. Szorozzuk be egy alkalmasan választott konstanssal az eredeti egyenletet és így a következő egyenletet kapjuk:

$$x = x + \frac{1}{12} (x^2 - 3).$$

Ekkor a $-1,7$ -et célszerű kezdő értéknek választani. Ha a konstans $-\frac{1}{6}$ -nak választjuk, akkor a pozitív ($1,732$) gyöket kapjuk meg. Igen érdekes eredményeket ad a $-ax^2 + ax - x = 0$ egyenlet megoldása.

Divergencia esetén általában célhoz vezet a $G(X)$ inverzének előállítására és beírása.

Ezt a programot az elmúlt kiképzési évben már használtam. Lefuttatása eredményesnek mutatkozott. Jól kiegészítette a tanári magyarázatot, a hallgatók a működő programot tanulmányozhatták, és ez az elméleti anyag elmélyítését is szolgálta. Szükség esetén - tovább fejlesztve - átírom IBM PC-re, ha az oktatás technikai feltételei ezt lehetővé teszi. Programom tanulmányozásához és esetleges felhasználásához az olvasónak minden szükséges segítséget megadok és ehhez sok sikert kívánok!

FELHASZNALT IRODALOM

1. / Dr. Szász Pál: A differenciál- és integrálszámítás elemei (1950.)
2. / Dr. Hajós György: Bevezetés a geometriába (1966.)
3. / Dr. Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás (1989.)
4. / Fekete István: Matematika és számítástechnika (1986.)
5. / Dr. Úry: Commodore plus 4 felhasználói kézikönyv (1988.)
6. / Kármán - Biot: Matematikai módszerek (1962.)
7. / Besenthal - Muus: Plus/4 kézikönyv (1989.)
8. / Mikroszámítógép magazin
9. / Középiskolai Matematikai Lapok
10. / C újság