Kiss László tanársegéd:

SZEMLÉLTETÉS SZÁMÍTÓGÉPPEL A FOURIER-SOROK TANÍTÁSÁNÁL

A természetben számos periodikus folyamattal találkozunk. A természettudományokban és a műszaki feladatok megoldása során emiatt gyakran van szükségünk olyan folyamatok matematikai modellezésére, amelyek pontosan vagy közelítőleg periodikusak. Ilyenek például a mechanikai rezgések, az elektronikában használt különböző impulzusok, elektromágneses rezgések.

Az egyes folyamatok részletes vizsgálatát a matematikai leírás jelentősen megkönnyíti. A periodikus folyamatok matematikai modelljét Fourier (1768-1830.) francia matematikus dolgozta ki. Felismerte, hogy periodikus folyamatok közelítésére a trigonometrikus függvények alkalmasak.

A Fourier-féle közelítésről néhány gondolat (bizonyítás nélkül):

Bármilyen f(t) periodikus függvény, amelynek periodusa T, egyértelműen előállítható a következő alakban:

$$f(t) = \frac{a_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)\right]$$

ahol:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \; ,$$

$$a_o = \frac{2}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} f(t)dt,$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{t_o}^{t_o+T} f(t)\cos(k\omega t)dt,$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\,\sin(k\omega t)dt$$

a fenti formulákból számítható.

Lényegében két fő probléma merülhet fel. Egyrészt az összegfüggvény meghatározása, másrészt adott periodikus folyamat esetén az együtthatók kiszámítása.

Ez utóbbi eljárást harmonikus analízisnek hívják. Az együtthatók meghatározása lehetséges akkor, ha f(t) egzakt módon megoldható és az integrálások elvégezhetőek. Sok esetben a függvény ismeretlen, néhány ponton tudjuk megadni értékét. Ilyenkor is megoldható a probléma, közelítő módszert ismertet a Data Becker-Novotrade kiadásában megjelent Tudomány és technika és Commodore 64 C könyv. Mechanikai rezgések esetén a különböző frekvenciájú összetevők vizsgálhatók analizátorokkal.

A fordított problémát dolgoztam fel számítógépen. A közelítő összeg első kilenc tagját vizsgáltam, és megadtam az összegfüggvényt.

A programok elkészítésénél több célt tűztem ki magam elé. Elsősorban a matematika foglalkozások szemléltető bázisát próbáltam kiegészíteni. A Fourier-sorok konvergenciája a bizonyítások során kiadódik, de esetenként elvont lehet. Ezért nyolc konkrét, egymástól jellegükben is különböző periodikus függvényt közelít a program.

Probléma a nagy mennyiségű adat, újbóli kiszámítása rendkívül időigényes. Ezért minden közelítendő függvény részletösszegeit szoros adatállományként lemezre eltároltam. Így viszonylag rövid idő alatt bemutatható az eredmény. Az alábbi program a fűrész-rezgéshez szükséges adatokat állítja elő:

```
100 print"S"
110 rem furesz-rezges kozelitese
120 dim a(200),f(200)
130 l=0:gosub550
140 l=l+1:on l gosub450,460,470,480,490,500,510,520,530,540
150 :
160 rem kozelites kiszamitasa
170 :
180 i=0:for t=0to1e-3step5e-6
190 a=fnfu(t):a(i)=a(i)+a:i=i+1:next
200 :
210 rem elteres szamitasa
220 :
230 max=-200:min=200:r=0
240 for i=6 to 195
250 q=abs(a(i)-f(i))
260 if f(i)<>0then df=abs(q/f(i)):else df=0
270 if max<q then max=q
280 if min>q then min=q
290 r=r+df
300 next
310 r=r/190
320 :
330 rem adatok eltarolasa
340 :
350 a$="furesz"+right$(str$(l),1)+",s,w"
360 printa$
370 open1,8,2,a$
380 fori=0to200:x=int(60*a(i)+.5):print#1,x:next
390 print#1,min:print#1,max:print#1,r
400 close1
410 :
420 rem ujabb tagok kiszamitasa
430 :
440 goto 140
450 deffnfu(t)=2/π*sin(2000*π*t):return
460 deffnfu(t)=2/π*sin(4000*π*t)/2:return
470 deffnfu(t)=2/π*sin(6000*π*t)/3:return
480 deffnfu(t)=2/π*sin(8000*π*t)/4:return
490 deffnfu(t)=2/π*sin(10000*π*t)/5:return
500 deffnfu(t)=2/π*sin(12000*π*t)/6:return
510 deffnfu(t)=2/π*sin(14000*π*t)/7:return
520 deffnfu(t)=2/π*sin(16000*π*t)/8:return
530 deffnfu(t)=2/π*sin(18000*π*t)/9:return
540 print"9. kozelitessel befejezve":end
550 :
560 rem f(x) szamitasa
570 :
580 for i=0 to 200
590 f(i)=1-2000*i*5e-6
600 next
610 return

ready.
```

Az adatok lényegében a főprogramnak nevezhető egység futtatása során használhatóak fel. Ez a program tartalmaz néhány numerikus információt is, pl. a relatív hibát, eltéréseket a közelítő összeg és a függvényértékek között. Ezeket a fenti program állítja elő (MIN, MAX, R változók). A kevesebb lemezhasználat céljából relatív file-ba szerveztem a három adatot, elérésük lényegesn egyszerűbb. Ezt mutatja be az alábbi program:

```
100 REM FILE LETREHOZASA
110 :
120 OPEN 15,8,15
130 PRINT#15,"S:ADATOK"
140 OPEN2,8,2,"ADATOK,L,"+CHR$(16)
150 CLOSE2
160 :
170 DATA NEGYSZOG,HAROMSZOG,NEGYSZOGIMP,FURESZ
180 DATA PARAB,TRIGONOM,HIPERBOL,LINEARIS
190 FOR I=0 TO 7
200 :
210 REM SEQ. FILE KIJELOLESE
220 :
230 READ A$
240 FOR J=1 TO 9
250 B$=A$+RIGHT$(STR$(J),1)+",S,R"
260 :
270 REM ADAT KIKERESESE
280 :
290 OPEN 2,8,2,B$
300 FOR K=0 TO 200:INPUT#2,X:NEXT K
310 INPUT#2,MIN,MAX,R
320 CLOSE2
330 :
340 REM ADAT TAROLASA RELATIV FILEBAN
350 :
360 OPEN2,8,2,"ADATOK"
370 PRINT#15,"P"+CHR$(2)+CHR$(I*27+(J-1)*3+1)+CHR$(0)+CHR$(0)
380 PRINT#2,MIN
390 PRINT#15,"P"+CHR$(2)+CHR$(I*27+(J-1)*3+2)+CHR$(0)+CHR$(0)
400 PRINT#2,MAX
410 PRINT#15,"P"+CHR$(2)+CHR$(I*27+(J-1)*3+3)+CHR$(0)+CHR$(0)
420 PRINT#2,R
430 CLOSE 2
440 NEXT J
450 NEXT I
460 CLOSE 15

READY.
```

Az adatok felírása a 370-420 sorában történik.

Az adatfeldolgozás különböző módjait azért alkalmaztam, hogy a számítástechnika tantárgy oktatása során - szakkörön és érdeklődők számára - a relatív és a szekvenciális file-ok alkalmazása szemléltethető legyen. Részletes magyarázat mellett példákkal mutatható meg a lemezkezelés.

A függvények kiválasztásánál törekedtem arra, hogy esetleg más tantárgyak oktatása során is alkalmazható legyen szemléltetésre a programcsomag - elsősorban az elektrotechnikára gondolok.

A programok oktatásban való kipróbálására nem kerülhetett sor. A programcsomag júniusban lett komplett az eredeti tervek szerint. A következő tanévben objektív okok miatt nem tudjuk a programokat felhasználni. Remélem, hogy a későbbiekben a matematika foglalkozásokon a hallgatók és tanáraik segítségére fog szolgálni az elkészült anyag.

Felhasznált irodalom

1. Novotrade-Data Becker: Tudomány és technika és Commodore 64
2. Wilhelm Besenthal - Jens Muus: PLUS/4 Kézikönyv az összes tudnivalóval
3. Budó Ágoston: Kisérleti fizika I-II.
4. Szőkefalvy - Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok
5. Dr. Úry László: Commodore 64