Ludányi Lajos mk. őrnagy, főiskolai adjunktus:

NAGYTELJESÍTMÉNYŰ VILLAMOSBERENDEZÉSEK ENERGIASZÜKSÉGLETÉNEK SZÁMÍTÁSA

Egy rendszerben az

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} \text{ bemenő és } \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_m \end{bmatrix} \text{ kimenő adatok}$$

kapcsolatát az $\bar{x} \rightarrow \bar{y} = [T]\bar{x}$ transzformáció határozza meg, ahol

$[T]$ - transzformációs operátor, mátrix.

Egy rendszerelemzési vizsgálat három fő irányban folyhat:

1. adott $\bar{x}$ és $[T]$ esetén számítani kell $\bar{y}$ értékét;
2. adott $\bar{y}$ és $[T]$ esetén keresendő $\bar{x}$;
3. adott $\bar{x}$ és $\bar{y}$ értékekhez meg kell határozni a $[T]$-transzformációt.

Gyakran az elemzéseket olyan feltétel mellett végezhetjük, miszerint $[T]$ - lineáris operátor:

additív: $[T]/\bar{x} + \bar{x}'/ = [T]\bar{x} + [T]\bar{x}'$ ill.

homogén: $[T]/\lambda\bar{x}/ = \lambda[T]\bar{x}$

Röviden elemezzük a bevezetőben tárgyalt három fő esetet!

1. Ha az $\bar{x}$ és a $[T]$ adott, akkor:

$$\bar{y} = [T]\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{a}_1^T\bar{x} \\ \bar{a}_2^T\bar{x} \\ . \\ . \\ . \\ \bar{a}_m^T\bar{x} \end{bmatrix} \quad \text{- közvetlenül számítható.}$$

Ha $\bar{y} = \bar{x} - [A]\bar{x}$, ahol az $[A]$ a rendszer belső fogyasztására jellemző, akkor:

$$\bar{y} = /[E]-[A]/\bar{x} = [T]\bar{x} \qquad /1/$$

Most tehát $[T]=[E]-[A]$, az $[E]$ egységmátrix és az $[A]$ mátrix különbsége.

2. Ha $\bar{y}$ és $[T]$ adott, akkor: $\bar{y} = [T]\bar{x}$ alapján az $\bar{x} = [T]^{-1}\bar{y}$ bemenet a $[T]^{-1}$ inverz leképzés segítségével számítható. (Feltéve, hogy $[T]^{-1}$ létezik.)

Ha az $\bar{x}$ bemenetű rendszer belső fogyasztása $[A]\bar{x}$, az $\bar{x}$ lineáris függvénye és az $\bar{y}$ kimenet éppen a belső fogyasztással csökkentett bemenet, akkor az

$\bar{y} = \bar{x} - [A]\bar{x} = /[E]-[A]/\ \bar{x}$ képlet alapján

$$\bar{x} = /[E]-[A]/^{-1}\ \bar{y} \text{ lesz.} \qquad /2/$$

Amennyiben $[A]$ mátrix determinánsa $\|A\| < 1$, akkor a mértani sor mintájára jól használható az

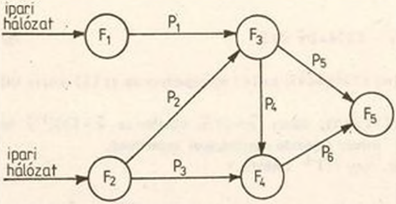
$$/[E]-[A]/^{-1} = [E]+[A]+[A]^2+[A]^3 + \ldots \text{ sorbafejtés.} \qquad /3/$$

3. Tegyük fel, hogy a mérési eredmények alapján ismerjük egy rendszer bemenő $\bar{x}^T = [x_1, x_2, \ldots x_n]$ és kimenő $\bar{y}^T = [y_1, y_2, \ldots y_m]$ adatait.

Ebből az $\bar{y} = [T]\bar{x}$ kapcsolatot leíró $[T]$ lineáris transzformáció $n > 1$ esetén csak akkor határozható meg, ha több $\bar{x}^1, \bar{x}^2, \ldots \bar{x}^p$ vektornak megfelelő $\bar{y}^1, \bar{y}^2, \ldots \bar{y}^p$ vektor értékét ismerjük. Ez esetben remélhetjük azt, hogy az $\bar{y}^i = [T]\bar{x}^i$; $i = 1, 2, \ldots p$ egyenletrendszerből a $[T]$ mátrix elemei mint ismeretlenek, meghatározhatók.

Utalva a címben szereplő témára, a három esetből a másodikkal foglalkozom részletesebben, egy alkalmazási példán keresztül.

Legyen egy villamosenergia-hálózat a következő (1.sz. ábra):



1.sz. ábra

ahol $F_1 \ldots F_5$ a villamosenergia-fogyasztók jelölései (villamos forgógépek, egyenirányítók, stb.)

$P_1 \ldots P_6$ az egyes fogyasztók teljesítmény-felvétele a hozzá kapcsolódó tápforrásokból (teljesítmény egységben pl. kW-ban)

Tehát az F_5 mint végfogyasztó P_5 és P_6 teljesítményt igényel F_3, ill. F_4-től, ugyanakkor az F_3-as fogyasztó P_1 és P_2 teljesítményeket az F_1, ill. F_2-től stb.

A végfogyasztó az F_5 (innen nem irányul további él) az alapfogyasztók pedig az F_1 és F_2.

Az 1.sz. ábrán szereplő hálózathoz megadjuk a $[P]$ teljesítményigény mátrixot, melyben legyen $P_1 = 2$ kW, $P_2 = 3$ kW, $P_3 = 4$ kW, $P_4 = 1$ kW, $P_5 = 2$ kW, $P_6 = 3$ kW.

$$[P_{ik}] = \begin{array}{c} \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \text{ahol } i = 5,\ k = 5$$

Egy időszak végére az $F_1 \ldots F_5$ fogyasztók üzemeljenek $\bar{y}$-nal megadott üzemórában, ahol:

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ - órában.}$$

Keressük az időszak alatt elfogyasztott villamosenergia nagyságát kWó-ban. Minthogy az $\bar{x}$ ismeretlen villamosenergia-fogyasztáshoz tartozó úgynevezett "belső" (rendszeren belüli) fogyasztás $[P]\bar{x}$, ezért a /2/ alapján:

$$\bar{y} = \bar{x} - [P]\bar{x} = /[E]-[P]/\ \bar{x},$$

tehát a megoldás nyilván

$$\bar{x} = /[E]-[P]/^{-1}\bar{y} = [S]\bar{y}, \text{ ahol /3/ szerint}$$

$$[S]=[E]+[P]+[P]^2+[P]^3+\ldots \qquad /4/$$

az un. teljes szükségleti mátrix. Amennyiben $[P]$ nilpotens mátrix /1/, úgy $[S]$-t véges mértani sor adja, ellenkező esetben véges mértani sorral csak közelítő eredményhez jutunk.

Az adott feladatban $[P]$ mátrix nilpotens volta várható abból a tényből, hogy a rendszert ábrázoló gráf nem tartalmaz hurkokat, azaz visszacsatolásmentes és a beépülési lánc véges. Ebből következik, hogy van olyan d-kitevő, hogy $[P]^d\bar{y} = 0$ teljesül tetszőleges $\bar{y}$ esetén.

A legkisebb ilyen d-kitevő (a $[P]$ mátrix nilpotencia foka) a leghosszabb beépülési lánc élei számánál eggyel nagyobb /1/.
Példánkban a leghosszabb beépülési lánc $F_1 \rightarrow F_3 \rightarrow F_4 \rightarrow F_5$, ill. $F_2 \rightarrow F_3 \rightarrow F_4 \rightarrow F_5$ gráfoknál három, vagyis $d = 4$.

Tehát mivel $[P]_4 = [0]$, így

$$[S] = [E]+[P]+[P]^2+[P]^3 \qquad /5/$$

Minthogy $\bar{x} = [S]\bar{y}$, a keresett $\bar{x}$ vektor az

$$\bar{x} = [E]\bar{y} + [P]\bar{y} + [P]^2\bar{y} + [P]^3\bar{y}$$

kifejezés alapján számítható. Esetünkben a teljes szükségleti mátrix:

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & 27 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bizonyítható, hogy $\bar{x}^T = \{[S]\bar{y}\}^T = \bar{y}^T[S]^T$ /6/ , ezáltal

$$[S]^T = \begin{array}{cc} i & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 1 & 1 & 0 \\ 10 & 27 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \\ & k \end{array}$$

Ezen mátrix elemei megmutatják, hogy az i-edik sorban elhelyezkedő fogyasztó mennyire terheli le a k-adik oszlopban lévő fogyasztót közvetve.

Az $[S]^T$ mátrix felépítése újólag szemlélteti a hálózat visszacsatolásmentességét.

Végezetül a keresett $\bar{x}^T$ villamosenergia-fogyasztás az $\bar{y}$-nal megadott időszak végére a /6/ alapján

$$\bar{x}^T = \bar{y}^T[S]^T = [4\ 4\ 6\ 7\ 9] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 1 & 1 & 0 \\ 10 & 27 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{array}{ccccc} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \\ [120 & 314 & 58 & 34 & 9] \end{array} [kWó]$$

Tehát az F_1 = 120 kWó, F_2 = 314 kWó, F_3 = 58 kWó, F_4 = 34 kWó és F_5 = 9 kWó villamosenergia-fogyasztást okoz a vizsgált időszak végére.

Az $[S]^T$-mátrix alapján felmérhető egy energiarendszer kialakításának gazdaságossága is. A jelen példában megadott F_5 fogyasztó ugyan közvetlenül $P_5 = 2$ kW, ill. $P_6 = 3$ kW teljesítményigénnyel rendelkezik az F_3, ill. F_4-től, azonban az F_3 és F_4 üzemeltetése újabb (P_1, P_2, P_3) teljesítményigényt jelent az F_1 és F_2-től, amely az 1.sz. ábra alapján az ipari hálózatról van táplálva. Így egy viszonylag kis teljesítményigényű fogyasztó üzemeltetése az ipari alaphálózatra vonatkoztatva már nagy teljesítménylekötést jelent. Tehát célszerű olyan homogén rendszereket kiépíteni, melyeknél a beépülési lánc max. kétlépcsős.

Felhasznált irodalom:

1. Dr. Gáspár László: Mátrixaritmetikai gyakorlatok
Bp. Tankönyvkiadó, 1978.