

# SZUPRAVEZETŐ ANYAGOK NAGYFREKVENCIÁS TULAJDONSÁGAI

Csász Gábor, Simon Ferenc  
BME Természettudományi Kar, Fizika Tanszék

A szupravezetők nagyfrekvenciás viselkedésének leírása – elsősorban a szupravezető kvantumbit-architektúrákat felhasználó kvantumtechnológiai alkalmazásai miatt – az érdeklődés előterébe került a közelmúltban [1].

Ezen cikk szerzői számára egy nemrégiben publikált kísérleti eredmény és annak magyarázata hozta a felszínre [2] azt, hogy a területen még vannak nyitott kérdések. Írásunk célja, hogy a szupravezetés közismert tulajdonságain túlmutató, a tankönyvekben [3–5] nem tárgyalt nagyfrekvenciás tulajdonságokat bemutassuk.

A szupravezetés alapjelenségei az egyenáram vezetése nélkül történő vezetése, és a mágneses tér kiszorítása vagy tökéletes diamágneses leárnyékolása. Előbbit 1911-ben fedezte fel *Kamerlingh Onnes* higanyban, míg utóbbit *Meissner* és *Ochsenfeld* 1933-as felfedezése. Mindkét effektus a  $T_c$  szupravezető átalakulási hőmérséklet alatt következik be, és egy kellően nagy,  $B_c$  kritikus mágneses tér jelenléte lerombolja. Ezen jelenségeket tárgyaló tankönyvek magyarul is elérhetők középiskolai [4, 5] és egyetemi szinten is [3]; angol nyelven bővebb tárgyalás is megismerhető [6]. Azonban a szupravezetők véges frekvenciájú gerjesztésekre adott vála-

za – különös tekintettel arra az esetre, amikor a mágneses tér részlegesen behatol a mintákba – kevésbé ismert, és tankönyvekben ezt nem találhatjuk meg, ezért ennek pótlására teszünk itt kísérletet.

## Szupravezetők vezetőképessége $T = 0$ K hőmérsékleten

Fémek egyenáramú, de véges frekvenciájú vezetési tulajdonságait jól írja le a fenomenologikus Drude-modell (*P. Drude*, 1900). Ez az  $m$  tömegű és  $-e$  töltésű elektronok mozgásegyenletét írja le egy viszkózus jellegű közegben miközben  $\mathbf{E}$  elektromos tér hat rájuk:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E} - \kappa\mathbf{v}, \quad (1)$$

ahol  $\mathbf{v}$  a sebességvektor,  $\kappa$  a viszkozitás nagyságát jellemzi, de általában helyette a  $\kappa/m = 1/\tau$  jelölést alkalmazva bevezetjük a  $\tau$  relaxációs időt, ami az elektronok közeggel történő karakterisztikus ütközési idejét jellemzi. A fenomenologikus Drude-modell az egyszerűsége ellenére a rigorózusabb kvantummechanikai megfontolásokból is származtatható (lásd például [7]). Frekvenciafüggő  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$  gerjesztéssel ( $\omega$  a gerjesztő tér körfrekvenciája) megoldva a fenti egyenletet a sebességre, és felhasználva az elektromos áramsűrűség  $\mathbf{j} = -nev = \tilde{\sigma}\mathbf{E}$  (itt  $n$  az elektronok térfogati sűrűsége) lokális Ohm-törvény kifejezését kapjuk a frekvenciafüggő (komplex)  $\tilde{\sigma} = \sigma_1 + i\sigma_2$  vezetőképességre, ahol a valós és képzetes tagok rendre:

$$\sigma_1 = \sigma_{DC} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{DC} \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}.$$

Itt bevezettük a

$$\sigma_{DC} = \frac{ne^2 \tau}{m}$$

egyenáramú vezetőképességet. A valós és képzetes vezetőképesség-komponensekre teljesül, hogy egymás Kramers–Kronig-párjai, illetve a vezetőképesség valós részére teljesül a Kubo-féle:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} \sigma(\omega) d\omega = \frac{ne^2}{m} = \epsilon_0 \omega_{pl}^2 \quad (3)$$

összegszabály, ami a későbbi diszkusszióknak számára fontos lesz. Itt bevezettük az  $\omega_{pl}$  plazmafrekvenciát is, ami egy  $n$  töltéssűrűségű plazma saját oszcillációjának

A cikk szerzői köszönetet mondanak *Sólyom Jenőnek* és *Virosztek Attilának* az értékes javításokért és észrevételekért, továbbá a hivatkozott eredeti cikkük minden társszerzőjének. A cikk elkészültét a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alap támogatta a Nemzeti Kiválósági Program keretében, a *Kvantumbitek előállítás, megosztása és kvantuminformációs hálózatok fejlesztése* című, 2017-1.2.1-NKP-2017-00001. számú projekt részeként, valamint az Innovációs és Technológiai Minisztérium a *Kvantuminformatikai Nemzeti Laboratórium* projekt keretében.



*Csász Gábor* a BME fizikus doktorandusza. A *Spin-spektroszkópia* csoport tagjaként szilárd testekben megfigyelhető nemkonvencionális töltés- és spin-dinamikával foglalkozik. Kutatásaiban kombinált elméleti és kísérleti munkát végez. Legfontosabb eredményei a vortexmozgás indukálta óriás mikrohullámú abszorpció felfedezése szupravezetőkben, illetve a Loschmidt-echo és az entrópia fogalmának bevezetése a spinrelaxációs folyamatok területére.



*Simon Ferenc* fizikus, egyetemi tanár, az MTA doktora. Érdeklődési területei: szilárdtest-spektroszkópia, a spintronika, fizikanépszerűsítés. Legfontosabb eredményei: az itineráns elektronok mágnesesrezonancia-jelének felfedezése új fémekben ( $\text{MgB}_2$ , bórral dópolt gyémánt, alkálival dópolt grafén), a spinrelaxáció egyesített elméletének kidolgozása, spinnel nyomjelzett szén nanocsövek előállítása és tripllett optikai állapotok felfedezése nanocsövekben. ERC és Lendület-pályázat vezetője.

frekvenciáját adja meg ( $\epsilon_0$  a vákuum permittivitása). A  $\tau \rightarrow \infty$  limeszben azt kapjuk (2) egyenletből, hogy anyagunk végtelenül nagy  $\sigma_1$  vezetőképességgel rendelkezik, amit egy  $\delta(\omega)$  Dirac-delta-függvény ír le:

$$\sigma_1(\omega, \tau \rightarrow \infty) = \pi \frac{n e^2}{m} \delta(\omega).$$

Optikai frekvenciákon, amennyiben  $\omega \approx 1/\tau$  a  $\sigma_2$  is véges értékű, és egy normál fém áramköri helyettesítő képe is induktív jelleget mutat. Ez a jelenség *kinetikus induktivitásként* ismert és hatása a szupravezetőkben jelentős, amint alább bemutatjuk. A Drude-modell alapján azt kapjuk, hogy egy  $l$  hosszúságú és  $A$  keresztmetszetű vezetékdarab helyettesítő képe egy sorba kapcsolt

$$R_D = \frac{1}{\sigma_{DC}} \frac{l}{A}$$

nagyságú ellenállás és induktivitás:

$$L_D = \frac{m}{n e^2} \frac{l}{A}.$$

A Drude-modell mozgásegyenletét átírhatjuk az áramsűrűségekre is:

$$\frac{m}{n e^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma_{DC}} = \mathbf{E}, \quad (4)$$

amivel még foglalkozni fogunk. Ez az alábbi,

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\tau} = \frac{n e^2}{m} \mathbf{E}$$

ekvivalens alakba is átírható, ami jobban megmutatja a relaxációs idő szerepét.

A szupravezetőkben tapasztalt végtelen nagy egyenáramú vezetőképességet *elvben* a  $\tau \rightarrow \infty$  esetben megkaphatnánk, azonban ez nem tudja a Meissner-effektust megmagyarázni. Másfelől az Ohm-törvénynek a végtelen vezetőképesség esetére sincs értelme, hiszen az végtelen nagy áramú választ jósol meg egy véges egyenáramú tér esetére. Ezen ellentmondások magyarázatára az Ohm-törvényt – mint a normál fémekben érvényes anyagi egyenletet – szupravezetők esetén a London-egyenletekkel kell helyettesíteni:

$$\frac{\partial \mathbf{j}_s}{\partial t} = \frac{n_s e^2}{m} \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\nabla \times \mathbf{j}_s = -\frac{n_s e^2}{m} \mathbf{B}, \quad (6)$$

ahol  $n_s$  az anyagban lévő szupravezető elektronok sűrűsége,  $\mathbf{j}_s$  a szupravezető áramsűrűség,  $\mathbf{E}$  és  $\mathbf{B}$  az elektromos térerősség, illetve a mágneses indukció vektora. Megjegyezzük, hogy szupravezetőkben a teljes elektrodinamikai leírást ezek az anyagi egyenletek

és Maxwell-egyenletek közösen adják meg, de ennek létezik egy további kiterjesztése, amikor – nagytisztaságú anyagokban – az áramok és elektromos/mágneses terek közötti kapcsolat nem lokális, hanem helyüket integrálegyenletek veszik át [6].

Az első London-egyenletből a végtelen egyenáramú vezetőképesség kétféle gondolatmenettel is megkapható: eszerint a sztatikus elektromos térre adott áramválasz időben állandó, tehát egy szupravezetőben létrejött áram időben nem cseng le. Ez a gondolatmenet azonban nem ad információt a – cikkünk témájául szolgáló – vezetőképesség véges frekvenciájú viselkedéséről.

A másik megközelítés szerint az első London-egyenlet alapján váltakozó elektromos tér hatására  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$  gerjesztést helyettesítve azt kapjuk, hogy a kialakuló áram időben  $90^\circ$ -kal előresiet az elektromos térhez képest, ezért a szupravezető vezetőképességre formálisan az adódik, hogy az tisztán képzetes és nagysága:

$$\sigma_{2,s} = \frac{n e^2}{m \omega}.$$

Ebből – a Kramers–Kronig-összefüggés használatával – kapjuk, hogy a szupravezető vezetőképesség valós része egy Dirac-delta-függvény, azaz:

$$\sigma_{1,s} = \pi \frac{n e^2}{m} \delta(\omega).$$

E megközelítés előnye az, hogy a Dirac-delta-függvény erősségét vagy prefaktorát is megadja. Értelemszerűen adódik, hogy ez teljesíti a Kubo-féle összegszabályt.

A vezetőképesség e két komponensét mutatja az 1. ábra. Érdekességképpen megemlítjük, hogy a szupravezető vezetőképesség képzetes részére is – formálisan – megkapjuk a megfelelő eredményt, ha a  $\tau \rightarrow \infty$  limitet vizsgáljuk, azonban amint láttuk, a mögöttes fizikai kép nem helyes.

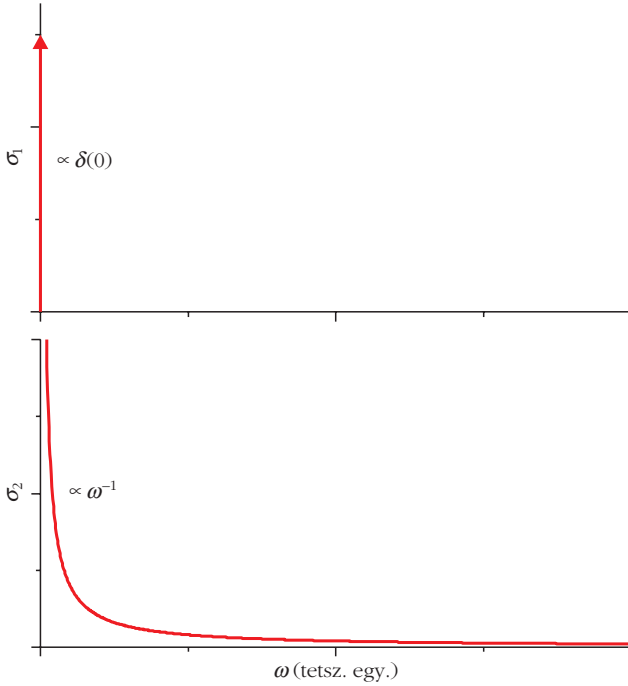
A második London-egyenletet a  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}_s$  Maxwell-egyenlettel kombinálva adódik a

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B}$$

összefüggés, ahol bevezettük a

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}}$$

London behatolási mélységet. Ez alapján a mágneses tér a mintában  $x$  irányban haladva  $\exp(-x/\lambda_L)$  szerint exponenciálisan eltűnik. Fontos kiemelni, hogy a két London-egyenlet nem következik egymásból, ugyanis a tökéletes vezetőképesség csak azt a feltételt adja, hogy a mágneses tér időben állandó kell legyen a szupravezető anyagban, ha a külső gerjesztés is stacionárius. Ezzel az ellentétben – a Meissner-effektus miatt – az ál-



1. ábra. London-egyenletekből kapott vezetőképesség valós és képzetes része tetszőleges egységekben. A valós rész egy Dirac-delta-függvényből áll DC-n, amit egy nyíl szemléltet, véges frekvencián pedig 0-vá válik. A képzetes rész  $1/\omega$  függést mutat.

landóság mellett megköveteljük, hogy a mágneses tér 0 legyen az anyagon belül, ami egy  $\lambda_L$  hosszskálán történő lecsengés után, ahogyan láttuk, teljesül is.

A London behatolási mélységhez kötődő másik érdekesség, hogy a már bevezetett plazmafrequencia kifejezését felhasználva:

$$\lambda_L = \frac{c_0}{\omega_{pl}}$$

adódik, ahol  $c_0$  a vákuumbeli fénysebesség. Tehát a London behatolási mélység úgy jelenik meg, mint a szupravezető elektronok alkotta plazmában kialakuló rezgés hullámhosszának  $2\pi$ -ed része.

A mérhető fizikai mennyiségeknél nehezen értelmezhető egy mennyiség vagy fizikai válaszfüggvény végtelensége: azaz felmerül a kérdés, hogy a  $\sigma_1$ -ben látott Dirac-delta-függvény 0 frekvencián mit is jelent. Tudjuk, hogy az anyagban az elektromos áram disszipációja  $P = \rho J^2$ , ahol az ellenállás fordítottan arányos a vezetőképesség valós részével. Az összszabályból következik, hogy a valós rész inverze a Dirac-delta szélességével arányos, ami miatt a Dirac-delta szélességét úgy is megközelíthetjük, hogy mi az a karakterisztikus idő, ami alatt a szupravezetőben folyó áram eldisszipálódik. Egy, a laboratóriumunkban használt szupravezető mágnes 2012 eleje óta folyamatosan szupravezető állapotban van, a saját nagypontosságú – mágneses rezonancia elven alapuló – méréseink szerint évente a mágneses tér értéke 3,5 ppm-et<sup>1</sup> csökken, azaz  $3,5 \cdot 10^{-6}$ -t, amiből a mágneses tér „fe-

<sup>1</sup>ppm = parts per million

lezési idejére” 200 000 év adódik. Tehát a mi szupravezető mágnesünkre azt mondhatjuk, hogy a Dirac-delta-függvény  $\Delta\omega$  szélessége körülbelül  $1,5 \cdot 10^{-13} \text{ s}^{-1}$ , ami praktikusán végtelenül keskenynek tekinthető.

A szupravezetők  $L_s$  kinetikus inductivitását kétféleképpen is megkaphatjuk: egyfelől tekinthetjük egy  $A$  keresztmetszetű,  $l$  hosszúságú szupravezető darabkán eső  $U$  feszültség nagyságát:

$$U = L_s \frac{\partial I_s}{\partial t},$$

ahol  $U = lE$  és  $I_s = j_s A$ . Ide beírva az első London-egyenletet, az önindukciós együtthatóra:

$$L_s = \frac{l}{A} \frac{m}{n_s e^2}$$

adódik. A másik, energetikai megfontolás szerint a szupravezető elektronok kinetikus energiája egyenlő az inductívan tárolt energiával, azaz:

$$\frac{1}{2} L_s I_s^2 = \frac{1}{2} m v^2 n_s l A.$$

Pontosan az előző kifejezést kapjuk meg a kinetikus inductivitásra, ha felhasználjuk, hogy az áram kifejezése

$$I_s = n_s e v A.$$

Az önindukciós együttható fenti alakját egy  $N$  menetes,  $\ell$  hosszúságú és  $F$  felületű szolenoid ismert

$$L = \mu_0 \frac{N^2 \ell}{F}$$

alakjához hasonlóra hozhatjuk, ha beírjuk a London behatolási mélységet, amivel

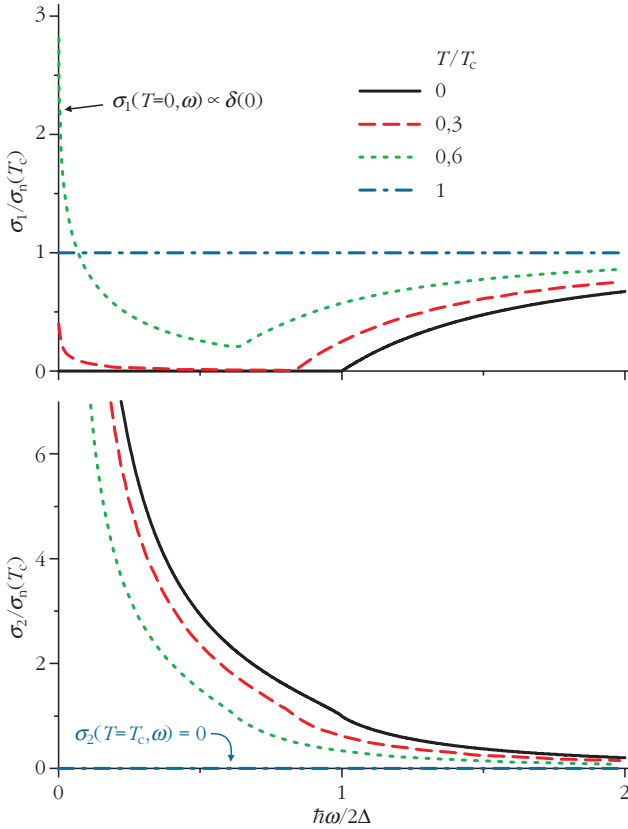
$$L_s = \mu_0 \frac{l \lambda_L^2}{A}$$

adódik.

## Szupravezetők frekvenciafüggő vezetőképessége véges hőmérsékleten

Az eddigi diszkusszió a  $T = 0 \text{ K}$  esetre alkalmazható, véges hőmérsékletek esetére a szupravezetés mikroszkopikus BCS-elméletéből [6, 8] a szupravezető vezetőképességének Mattis–Bardeen-eredményei [9] megkaphatók:

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_n} = \frac{2}{\hbar \omega} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{[f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar \omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar \omega \epsilon)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar \omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon + \frac{1}{\hbar \omega} \int_{\Delta - \hbar \omega}^{\Delta} \frac{[1 - 2f(\epsilon + \hbar \omega)] (\epsilon^2 + \Delta^2 + \hbar \omega \epsilon)}{\sqrt{\epsilon^2 - \Delta^2} \sqrt{(\epsilon + \hbar \omega)^2 - \Delta^2}} d\epsilon, \quad (7)$$



2. ábra. A Mattis–Bardeen-kifejezésből kapott hőmérsékletfüggő vezetőképesség.

ahol az egyenletben

$$f(\varepsilon, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)}$$

a Fermi–Dirac-függvény és  $\Delta$  a szupravezető tiltott sáv, vagy *gap* nagysága tipikusan néhány meV, azaz néhányszor 10 K hőmérsékleti egységekben.

A fenti egyenletben az első tag adja a vezetéshez a normál, nem szupravezető elektronok járulékát, míg a második tag a szupravezetőké. Vegyük észre, hogy a második tag komplex, emiatt az egyszerre tartalmazza a szupravezető vezetőképesség valós és képzetes részeit is.

A hőmérsékletfüggő vezetőképességet a Mattis–Bardeen-eredmény alapján mutatja a 2. ábra. Azt látjuk, hogy  $\sigma_2$  folyamatosan nő fel  $T_c$  alatt, felette 0, amíg  $\sigma_1$ -ben azt látjuk, hogy  $2\Delta/\hbar$  felett megmarad a normáelektron-járuléka, alatta pedig az eltűnő spektrális súly a nulla frekvencián lévő Dirac-delta-függvényben jelenik meg. Nem magától értetődő, hogy szupravezető állapotban a  $\sigma_1$ -ben lévő spektrális sűrűség továbbra is megmarad, de az a fenti eredményen is ellenőrizhető. A szupravezetőkre vonatkozó Kubo-féle összegszabály az irodalomban Ferrel–Glover–Tinkham-féle összegszabályként ismert [10, 11].

A Mattis–Bardeen-eredmény bonyolultsága miatt a továbbiakban egy egyszerűbb fenomenologikus eredményt, a kétfolyadékmodellt fogjuk használni, amely-

nek létjogosultságát számtalan kísérlet is igazolta. A modell alapfeltevése, hogy a szupravezető anyagban szupravezető és normál elektronok vannak, ahol az előbbiek viselkedését a London-egyenletek segítségével, az utóbbiakét pedig a Drude-modell segítségével írhatjuk le. A kétfajta elektron áramjáruléka összeadódik:  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_s + \mathbf{j}_n$ . A hőmérsékletfüggést a kétfajta elektron sűrűségének hőmérsékletfüggésével vesszük figyelembe. A  $T_c$  kritikus hőmérséklet felett csak normál elektronok vannak az anyagban, kicsivel a kritikus hőmérséklet alatt pedig közelítőleg a hőmérséklet negyedike hatványával nő a szupravezető elektronok járuléka:

$$\frac{n_s}{n_n} \approx \frac{1 - t^4}{t^4},$$

ahol  $t = T/T_c$ , míg a  $T \rightarrow 0$  határesetben  $n_n$  exponenciálisan tűnik el:

$$\frac{n_s}{n_n} = 1 - \frac{\sqrt{2\pi} \Delta(0)}{k_B T} \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right).$$

Ezek alapján a szupravezető anyag hőmérsékletfüggő vezetőképessége – a kétfolyadékmodell keretein belül – az alábbi alakban írható fel:

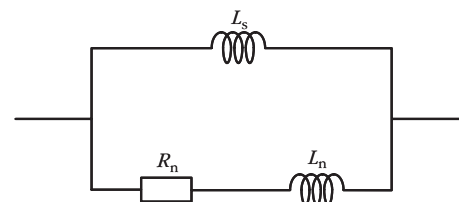
$$\sigma_1 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{\pi}{2 \mu_0 \lambda_L^2} \delta(\omega), \quad (8)$$

$$\sigma_2 = \frac{n_n e^2 \tau}{m} \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} + \frac{1}{\mu_0 \omega \lambda_L^2}. \quad (9)$$

A kétfolyadékmodell segítségével leírt szupravezető áramköri helyettesítő képe a 3. ábrán látható. A kétfajta áramjáruléka additív, és ezekre azonos elektromos tér hat, ezért a kapcsolásban a kétfajta elem párhuzamosan jelenik meg. Míg a szupravezető elektronok járuléka a fentiekben kiszámolt  $L_s$  kinetikus inductivitásnak megfelelő veszteségmentes tekerccsel helyettesíthető, addig a normál elektronok járuléka a fentiekben ismertetett módon egy soros ellenállásból és inductivitásból áll.

A rezisztív elem miatt véges frekvenciákon disszipáció is van, mert a szupravezető rész már nem egy zérus ellenállású sönt, és ezért normál áram is folyik. Emiatt létezik egy  $\omega_0 = R/L_s$  karakterisztikus frekvencia is, ami alatt a veszteségmentes szupravezető csatorna, felette pedig a veszteséges rezisztív csatorna dominálja a veze-

3. ábra. Szupravezetők áramköri helyettesítő képe a kétfolyadékmodelltől kapott vezetőképesség felhasználásával.



tést. Amennyiben a hőmérséklet olyan, hogy  $n_s \approx n_n$ , akkor azt kapjuk, hogy  $\omega_0 \approx 1/\tau$ . Tekintve, hogy  $\tau$  tipikusan  $10^{-12}$ – $10^{-14}$  s, ez azt jelenti, hogy  $\omega_0$  a közeliinfravörös-tartományba esik. Azaz minden technikailag releváns frekvencián a szupravezető viselkedés dominál. Emellett, bár az áram nagy része, mint szupraáram folyik, lesz egy kis, véges veszteség is.

Ezt használják ki akkor, amikor nagyvárosokban távvezetékeket szupravezető anyagból készítenek. A nagyvárosok drasztikusan megnövekedett energiafelhasználása megköveteli, hogy az elektromos áram továbbításához használt távvezetékek minél jobb átviteli képességgel rendelkezzenek; ugyanis a kábelek számára rendelkezésre álló hely legtöbbször limitált. A hagyományos vezetékekben elérhető áramsűrűség nagyságrendekkel kisebb, mint szupravezetőkben. A gyakorlatban már több pilot-projekt is megvalósult folyékony nitrogénnel ( $T \sim 77$  K) hűtött, magas hőmérsékletű szupravezetőből ( $T_c \sim 100$  K): Essen, Jeju (Dél-Korea), Long Island (USA) helyszíneken. Az ilyen kábelek akár ötször jobb átviteli képességgel is bírnak, mint a hasonló geometriai paraméterekkel rendelkező hagyományos kábelek.

Megjegyezzük, hogy  $\sigma_1$ -et véges frekvencián vizsgálva a hőmérséklet függvényében a Mattis–Bardeen-eredmény közvetlenül  $T_c$  alatti kis hőmérséklet-tartományban megnövekvő vezetőképességet ad, ami végül 0-ba tart. Ez, a kísérletileg is megfigyelt koherencia- vagy Hebel–Slichter-csúcs, ami a BCS-elmélet közvetlen bizonyítéka, mivel ezt a kétfolyadék-elmélet nem adja vissza. A normál folyadékmodell szerint ugyanis véges frekvenciákon  $\sigma_1$  monoton módon csökken  $\sigma_n$ -ről 0-ra.

## Vezetőképesség a vortexek jelenlétében

### A vortexfolyadék mozgása

Mivel a Meissner-állapot a tökéletes diamágnességhez, azaz  $\chi = -1$ -es térfogati mágneses szuszceptibilitáshoz tartozik (SI-ben ez dimenziótlan), ezért fenntartása térfogategységenként  $B^2/2\mu_0$  energiát igényel. A szupravezető állapot létrejöttének oka a térfogategységenkénti energianyereség a normál-szupravezető átalakulás során, ezért értelemszerűen létezik egy  $B_c$  kritikus mágneses tér, aminél a szupravezető állapot további fenntartása a Meissner-állapot mellett már energetikailag kedvezőtlen, ezért az anyag normál állapotba alakul át.

Azon anyagokat, amelyek a mágneses tér növelésével a Meissner-állapotból normál állapotba mennek át elsőfajú szupravezetőknek nevezzük, ez a viselkedés elsősorban tiszta fémekre jellemző (egyetlen kivétel a  $\text{TaSi}_2$ ) és  $B_c$  tipikus értéke 0,01–0,2 T között mozog. A tapasztalat szerint léteznek olyan, úgynevezett másodfajú szupravezető anyagok, leginkább ötvözetek (például  $\text{Nb}_3\text{Al}$ ), amelyek akár 100 T-ig is képesek a szupravezető állapotot fenntartani úgy, hogy a mágneses tér részlegesen behatol az úgynevezett vortexek mentén, amelyek mindegyike  $\Phi_0 = h/2e$

fluxuskvantumnyi mágneses fluxust tartalmaz. A másodfajú szupravezetőket ennek megfelelően két kritikus tér jellemzi: a  $B_{c1}$ , ami felett a mágneses tér részlegesen behatol, és a  $B_{c2}$ , ami felett a szupravezető állapot teljesen megszűnik. A két állapot közötti tartományt gyakran *vortexállapotnak* vagy *kevert állapotnak* (hiszen egyszerre van jelen a normál és a szupravezető állapot) nevezzük.

Az itt bővebben nem részletezett Ginzburg–Landau-elmélet szerint a másodfajú szupravezetőkben a London behatolási mélységet és a kisebb kritikus teret a

$$B_{c1} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2}$$

összefüggés köti össze. Az elmélet szerint emellett létezik egy másik hosszúság dimenziójú mennyiség, a  $\xi$  koherenciahossz, ami szintén összefügg a kritikus térrel:

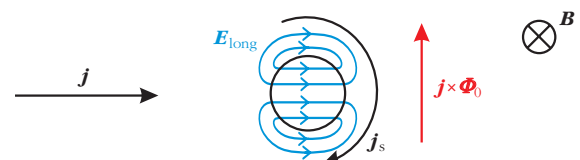
$$B_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2}$$

Az elméleti leírás szerint a  $\xi$  mikroszkopikus jelentése a szupravezető átalakulást létrehozó, egymást vonzó elektronpárok térbeli korrelációs hossza. Egyben  $\xi$  megadja a vortexmagok tipikus átmérőjét is.

A vortexek jelenléte nagymértékben befolyásolja a szupravezetők vezetőképességét is. Klasszikusan az  $F_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  vektorral jellemzett Lorentz-erő hat egy  $q$  töltésű részecskére, ami  $\mathbf{v}$  sebességvektorral halad a  $\mathbf{B}$  mágneses indukcióvektorral jellemzett mágneses térben. Egy véges  $\mathbf{j} = n\mathbf{e}\mathbf{v}$  áramsűrűsége ható térfogati erősűrűség nagysága ennek megfelelően  $\mathbf{f}_{\text{terf}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ . Bardeen és Stephen (BS) ennek analógiájára megmutatta, hogy a 4. ábrán látható esetre minden egyes vortexmagra egy transzverzális (oldalirányú) erő fog hatni, ami az áram irányára merőlegesen mozgatja el őket, nagysága hosszegységenként  $\mathbf{f}_{\text{hossz}} = \mathbf{j} \times \Phi_0 \hat{\mathbf{B}}_0$ , ahol  $\hat{\mathbf{B}}_0$  a külső tér irányába mutató egységvektor. A BS-elmélet szerint a vortexmagok  $v_L$  nagyságú, egyenletes transzverzális sebességgel mozognak, amit az  $\mathbf{f}_{\text{hossz}}$  ellenében fellépő  $-\eta v_L$  viszkozitás jellegű visszatartó erősűrűség kompenzál. Itt  $\eta$  a viszkozus csillapítási együttható, dimenziója  $\text{Ns/m}^2$ . A folyadékokkal való analógia miatt hívják ezt az állapotot *vortexfolyadéknak*.

Érdekességként említjük meg, hogy a vortexmagokra ható erő analóg egy közegben forogva haladó testre ható *Magnus-erővel*, például egy forogva haladó „megcsavart” futball-labda is ezért tér el a várt röppályától. Az eltérés mértéke annál nagyobb, minél nagyobb a

4. ábra. A Bardeen–Stephen-elméletből kapott eredmény szemléltetése. A vortexmagokat szupraáram folyja körbe, és a Lorentz-erő hatására transzverzálisan elmozdulnak.



viszkózitás a labda felülete és a levegő között, a labdajátékokban ezért fontos a labdák felületi minősége.

A vortexek transzverzális mozgása  $v_t$  sebességgel a

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Maxwell-egyenlet miatt egy

$$\mathbf{E}_{\text{long}} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}_t$$

longitudinális elektromos teret hoz létre. E longitudinális elektromos térhez a fluxusmozgás miatti  $\mathbf{q}_f$  fajlagos ellenállást rendelhetjük a szokásos Ohm-törvény szerint:

$$\mathbf{q}_f = \frac{E_{\text{long}}}{j} = \frac{B \Phi_0}{\eta},$$

illetve ennek reciprokát a vortexfolyadék miatti véges értékű DC vezetőképességet:

$$\sigma_f = \frac{1}{\mathbf{q}_f} = \sigma_n \frac{B_{c2}}{B}.$$

A vortexek mikroszkopikus vizsgálata alapján Bardeen és Stephen explicit kifejezést is adott a viszkózus csillapítási együtthatóra:

$$\eta \approx \frac{\Phi_0 B_{c2}}{\mathbf{q}_n},$$

ahol  $\mathbf{q}_n$  a normál állapotú anyag fajlagos ellenállása. Ebből megkapjuk a fluxusok mozgása miatt kapott ellenállás és a normál ellenállás arányát:

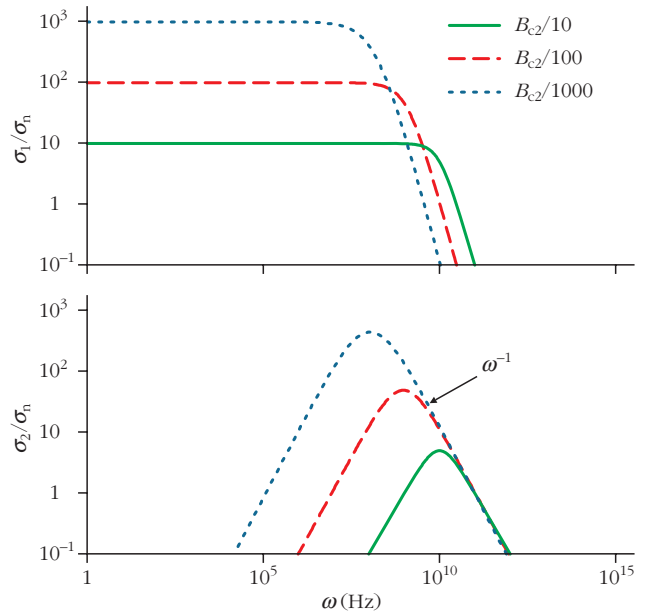
$$\frac{\mathbf{q}_f}{\mathbf{q}_n} = \frac{B}{B_{c2}}.$$

Eszerint a vortexek jelenléte és mozgásuk miatt a szupravezetőkben jelentős disszipáció lépne fel, különösen, ha olyan mágneses térbe helyezjük őket, amely kritikus mágneses térükhöz közel van. Ez különösen a szupravezetők olyan alkalmazásainál okoz gondot, amikor velük nagy mágneses tereket hozunk létre, például az orvosi célú képpalkotáskor (MRI): ilyenkor a létrehozott mágneses tér a kritikus tér fele-kétharmada is lehet, aminek okát a későbbiekben diszkutáljuk.

Mielőtt bemutatnánk a vortexek „leszögezésének” (*vortex pinning*) jelenségét, bemutatjuk a Bardeen–Stephen-elméletből várt frekvenciafüggő vezetőképességet. A vortexmozgások frekvenciafüggő vezetőképességre gyakorolt hatását legegyszerűbben az áramsűrűségre vonatkozó egyenletként írhatjuk fel:

$$\frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma_f} = \mathbf{E}, \quad (10)$$

ami nem más, mint az első London-egyenlet kiegészítve a vortexmozgás miatti veszteségi taggal. Nem megfelelő módon – hiszen itt is viszkózus csillapítási erő van – az egyenlet szerkezetileg azonos a Drude-mo-



5. ábra. A Bardeen–Stephen-elméletből kapott frekvenciafüggő vezetőképesség a külső tér néhány értékére log-log skálán. Vegyük észre, hogy a vezetőképesség mindkét komponense tart a London-egyenletekből kapott eredményekhez a  $B \rightarrow 0$  limeszben. A zérusfrekvenciás Dirac-delta-csúcs eltűnik, az összegszabály miatt a véges frekvenciás vezetőképesség a normál állapotú többszöröse lehet.

dellel (4. egyenlet), és a vezetőképességre kapott végeredmény szerkezete is nagyon hasonló:

$$\sigma_{\text{BS}}(\omega) = \frac{\sigma_f}{1 + i \omega \mu_0 \lambda_L^2 \sigma_f}. \quad (11)$$

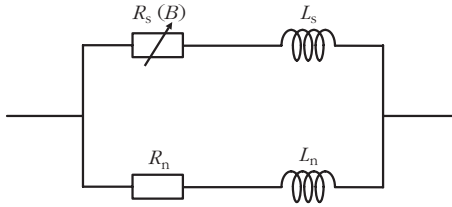
A frekvenciafüggő vezetőképességet az 5. ábra mutatja.  $B \rightarrow 0$  határesetben ez visszaadja az első London-egyenletből kapott vezetőképességet mind a valós, mind a képzetes tagokra. Könnyen ellenőrizhető, hogy erre a megoldásra továbbra is fennáll az összegszabály, azaz:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} \sigma_{\text{BS}}(\omega) d\omega = \frac{n_s e^2}{m}. \quad (12)$$

Az eredmény legmeglepőbb következménye az, hogy bár a zérusfrekvenciás Dirac-delta-csúcs megszűnik, a normál állapotinál jóval nagyobb vezetőképességet kaphatunk véges frekvenciákon (ami a levágási frekvenciáig frekvenciafüggetlen), amely ráadásul külső mágneses térrel hangolható nagyságú. A levágási frekvenciára

$$\omega_c = \frac{B}{\mu_0 \lambda_L^2 B_{c2} \sigma_n}$$

értéket kapunk. Ez a kifejezés  $T = 0$  K-n visszaadja a várt  $\omega_c = 1/\tau$  kifejezést és a  $\text{Re} \sigma_{\text{BS}} = \sigma_n$  egyezést. Azonban, ha kijelölünk egy  $\omega' < 1/\tau$  munkafrekvenciát, akkor a  $B = B_{c2} \omega' \tau$  optimális mágnesesestérérték mellett a normál állapotú valós ellenállás  $(\omega' \tau)^{-1}$ -szeresét érhetjük el, amit intuitívan is várunk. A jóval nagyobb véges frekvenciás valós vezetőképesség a



6. ábra. A Bardeen–Stephen-elmélet alapján a vortexfolyadék-állapotra kapott helyettesítő kép. A normál csatorna elemeit továbbra is a Drude-modellből kaphatjuk, a szupravezető csatorna pedig a mágneses térrel hangolható rezisztív és induktív tagokat tartalmaz.

Ferrel–Glover–Tinkham-összegszabály, azaz a spektrális súly megmaradásának egyértelmű következménye. E jelenségnek számtalan alkalmazási lehetősége képzelhető el, például hangolható rádiófrekvenciás abszorbensként.

A 6. ábra mutatja a vortexfolyadék esetén kapható helyettesítő képet. Bár a fenti gondolatmenet  $T = 0$  K-t feltételezett, ide most visszatettük a véges normál folyadék jelenlétét is. A helyettesítő kép párhuzamosan kapcsolt normál és szupravezető csatornákat tartalmaz egy-egy rezisztív és induktív elemmel, utóbbiban az ellenállás értéke a mágneses térrel hangolható:

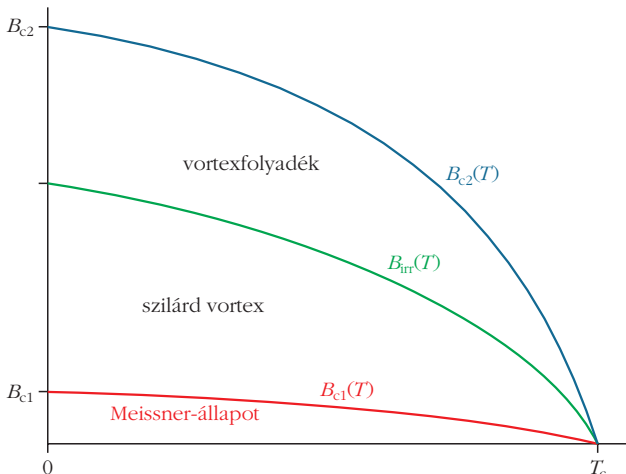
$$R_s = \frac{B}{B_{c2}} \rho_n \frac{l}{A},$$

míg  $L_s$  értékét a fentiekben adtuk meg.

### Vezetőképesség a vortex-pinning jelenlétében

A fentiekben tárgyaltuk, hogy a vortexek mozgása a technológiailag fontos területeken a felhasználás igen komoly korlátját jelenti, ezért az anyagokban szándékosan olyan hibákat hoznak létre (mechanikai vagy termikus stresszel, besugárzással, illetve szennyezők szándékos bevitelével), ami a vortexek mozgását megakadályozza, azokat megfogja. E jelenségre nincs elterjedt magyar szakszó, ezért a *pinning* kifejezést fogjuk használni. A fentiekben tárgyalt Bardeen–Ste-

7. ábra. A szupravezetők mágneses fázisdiagrammja sematikusan. A  $B_{c2}(T)$  vonal alatt a vortexfolyadék-állapot jelenik meg, ezt követi a szilárd vortexfázis a  $B_{irr}(T)$  irreverzibilitási vonal alatt, majd  $B_{c1}(T)$  alatt a Meissner-állapot.



phen-modellnek megfelelően, amennyiben a vortexek nem mozognak a Meissner-állapot és a zérusfrekvenciás Dirac-delta-vezetőképesség visszaállítható. Azonban kevésbé ismert, hogy a pinning jelenléte a véges frekvenciás viselkedést miként befolyásolja.

A pinning jelenségét egy szupravezetőn legegyszerűbben a külső mágneses térrel párhuzamosan fűrt lyukkal – amelynek átmérője a koherenciahossz nagyságrendjébe esik, azaz  $d \approx \xi$  – szemléltethetjük. Energetikailag az a kedvező, ha külső mágneses tér hatására a vortex ezen a lyukon halad át, hiszen ekkor a szupravezető tömbjében nem kell megszüntetni szupravezető állapotot. A vortex tengelyének hosszegységére eső energianyereség:

$$\frac{d^2 B_c^2}{2 \mu_0}.$$

Itt bevezettük a  $B_c$  termodinamikai kritikus mágneses teret, ami lényegében a két kritikus tér mértani közepe:

$$B_c = \sqrt{\frac{B_{c1} B_{c2}}{\ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)}}.$$

Vegyük észre, hogy – harmonikus közelítésben – a vortexet egyensúlyi helyzetéből kitérítve négyzetes energiatagot várunk, ennek megfelelően az energianyereség-egyenletben a

$$\kappa_{p, \max} = \frac{B_c^2}{\mu_0}$$

változót, mint a pinninghez tartozó hosszegységre eső „rugóállandót” kapjuk meg (dimenziója  $N/m^2$ ). A maximum jelölés arra utal, hogy ezen ideális pinning-centrummal a  $\kappa_p$ -re csupán felső korlátot tudunk megadni, a valóságban – a tapasztalat szerint – ennél akár nagyságrendekkel kisebb visszatérítő pinning-erő-állandókat figyeltek meg, illetve a pinning-centrum jellegéből adódóan ezen értékek egy valódi anyagban – értelemszerűen – eloszlása is lehet.

A pinningjelenség bemutatása lehetőséget ad a másodfajú szupravezetők mágneses fázisdiagrammjának értelmezésére is, amit a 7. ábra mutat. A  $B_{c2}(T)$  vonal alatt a vortexfolyadék-állapot jelenik meg, amiben a szupravezető ellenállása véges és azt a Bardeen–Stephen-elmélet írja le. Ezt követi az szilárd vortexfázis a  $B_{irr}(T)$  irreverzibilitási vonal alatt. Ez utóbbi állapotban a vortexek a pinning jelensége miatt nem mozognak, ezért disszipáció sincs, ami helyreállítja a tökéletes vezetés állapotát. A vortexek pinningcentrumokból való kiszabadulásának oka az, hogy a  $B_{irr}(T)$  vonal felett a vortexek mozgása természetesen aktiválódhat, illetve magasabb mágneses térben – a több vortex jelenléte miatt – a vortex-vortex kölcsönhatás jelentősége megnő és ezért a pinning szerepe lecsökken. Az irreverzibilitási vonal pontos helye általában függ a pinningcentrumok kialakításának vagy kialakulásának pontos módjától. A szilárd

vortexállapot létezése az, ami miatt lehetőség van olyan szupravezető mágneseket készíteni, amelyek akár 16 T-s mágneses teret is képesek létrehozni orvosi célú képalkotás vagy spektroszkópiai vizsgálatok céljára.

Érdekességképpen megemlítjük, hogy a  $B_{\text{irr}}(T)$  vonalon alulról áthaladást szokás a „vortexrács megolvadásának” is nevezni, illetve a vortexek rendeztségének pontosabb vizsgálatával a szakirodalom megkülönbözteti a szilárd vortexállapotban vortexrácstól (rendezett) és vortexüveget (rendezetlen állapot). Ezek kialakulása a vortex-vortex kölcsönhatás erősségétől, az anyag anizotrópiájától és a pinning-centrumok erősségétől függ, ezért ez rendkívül összetett probléma. Emellett megemlítjük, hogy a vortexfolyadékban történő mozgás mellett ismerünk úgynevezett „vortexmászást” és „ugrást” is, amikor a vortexek az egyensúlyi helyzetek között lassan tudnak mozogni, illetve hirtelen ugranak át két pinning-centrum között.

A pinning legfontosabb hatása az, hogy zérus frekvencián helyreállítja a végtelen vezetőképességet. Azonban a véges frekvenciás vezetést is befolyásolja, mivel egy nagyfrekvenciás gerjesztő tér a pinning-centrumok körül tudja rezegtetni a vortexeket, amiből disszipációt kaphatunk. Az ezt leíró modellt Coffey és Clem alkotta meg [12]. Modelljükben a vortexek mozgásegyenletét írták fel, a már bevezetett visszatérítő pinningerő-állandó és viszkózus csillapítási együttható mellett, a vortexek hosszegységre eső  $\tilde{m} = \epsilon_0 \Phi_0 B_{c2}$  „tehetetlen tömegét” bevezetve. A vortexmagok  $\mathbf{u}$  helykoordinátájára vonatkozó mozgásegyenlet a Coffey–Clem-modellben:

$$\tilde{m} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \kappa_p \mathbf{u} = \mathbf{j} \times \Phi_0 \hat{\mathbf{B}}_0. \quad (13)$$

Harmonikus gerjesztés esetére a mozgásegyenlet megoldható, majd ebből a fentiekben ismertetett módon a vortexmozgás miatti

$$\mathbf{E}_v = \mathbf{B}_v \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$$

elektromos tér adódik, amiből a disszipáció és a véges frekvenciás vezetőképesség meghatározható. Azt az esetet vizsgáltuk, amikor a külső mágneses tér és a gerjesztő, váltakozó frekvenciás tér mágneses komponensei egymással párhuzamosak; a számítások részletezése nélkül (ezek megtalálhatók [2]-ben) a cikkünk első részében ismertetett Drude-modell, az első London-egyenlet és a Bardeen–Stephen-elmélet analógiájára a következő kifejezés adódik az áramsűrűsége:

$$\frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma_v} = \mathbf{E}, \quad (14)$$

ahol bevezettük a

$$\sigma_v = \sigma_f \left( 1 + \frac{\kappa_p}{i \omega \eta} \right)$$

komplex vortex-vezetőképességet a pinning jelenlétében. A frekvenciafüggő vezetőképességre kapott explicit végeredményünk a (14) egyenletből:

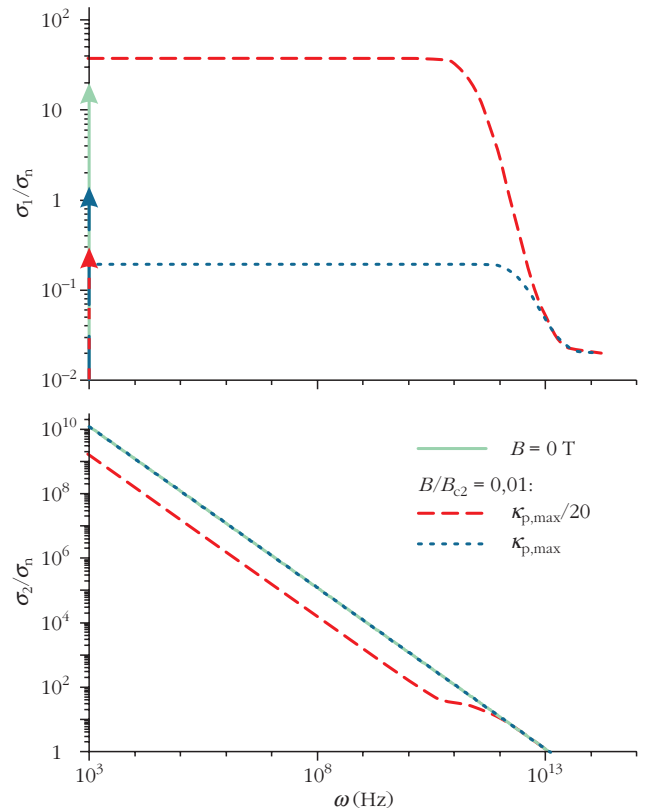
$$\sigma_{\text{CC}}(\omega) = \frac{\sigma_v}{1 + i \omega \mu_0 \lambda_L^2 \sigma_v}. \quad (15)$$

A korábbi eredménytől eltérően ennek gyöktelenítése bonyolultabb, hiszen a számláló is komplex, illetve a nevezőben is komplex számok szorzatát találjuk.

A számítások részletezése nélkül azt az eredményt kapjuk, hogy a vezetőképesség egyszerre tartalmaz mind a Meissner-állapotra (Dirac-delta-függvény zérus frekvencián  $\sigma_1$ -ben és  $\sigma_2 \propto 1/\omega$  az  $\omega \rightarrow 0$  limeszben), mind a vortexfolyadékra jellemző, a fent ismertetett Lorentz-alakú frekvenciafüggést, amelynek levágási frekvenciáját a pinning módosítja.

Az eredményt a 8. ábrán mutatjuk. A legmeglepőbb eredmény, hogy az anyag egyszerre szupravezető zérus frekvencián, és mégis rendelkezik egy véges, nagy értékű vezetőképességgel véges frekvencián, ami a külső mágneses térrel hangolható. Az ehhez tartozó helyettesítő kép 3 párhuzamosan kapcsolt elemet tartalmaz: egy veszteségmentes induktivitást, ami a Meissner-állapotra jellemző viselkedésről ad számot, egy másik ágban sorba kapcsolt, mágneses

8. ábra. A Coffey–Clem-elméletből kapott frekvenciafüggő vezetőképesség  $B = 0$  (folytonos), illetve a kritikus tér 1%-a mellett a visszatérítő pinningerő-állandó két értéke (szaggatott és pontozott vonal). Vegyük észre, hogy  $\sigma_1$ -ben a pinning hatására mind a Meissner-állapotra jellemző Dirac-delta-csúcs, mind a Bardeen–Stephen-modellből kapott Lorentz-jellegű véges frekvenciás vezetőképesség megjelenik.



térrel hangolható ellenállást és induktivitást, illetve a normál folyadékra jellemző ágat. A kapott eredményre az összegszabály és a Kramers–Kronig-relációk teljesülését is ellenőriztük cikkünkben [2].

## Az összegszabály *tiszta és szennyezett* szupravezetőikben

A fenti elméleti diszkusszió befejezéseként bemutatjuk az összegszabály teljesülését a tiszta és a szennyezett határesetekben. A tisztaság kérdését legtöbbször a szabad úthossz ( $l = v_F \tau$ ,  $v_F$  a Fermi-sebesség) más méretskálákhoz történő viszonyításából állapíthatjuk meg. Ultratiszta fémekben  $l$  jóval nagyobb, mint minden más méretskála, például az eszköz mérete, ez esetben az Ohm-törvény helyét a Landauer–Büttiker-formalizmus veszi át. A másik limitben, amikor  $l$  összemérhető kezd lenni a rácsállandóval, az ellenállás telítődik, ez a Ioffe–Regel-limit. Egy másik példa: egy normál fémbe a kvantált Hall-effektus akkor lép fel, amikor a körpályára kényszerülő elektronok számára adott ciklotronpályák kerülete nagyobb lesz, mint  $l$ .

A szupravezetőikben a tiszta limitnél  $l \gg \xi$  és a szennyezett limitben  $l \ll \xi$ . Érdekesképpen megemlítjük, hogy a szennyezett szupravezetők elektrodinamikai leírása egyszerűbb, mint tisztáké: utóbbi esetben ugyanis a fent is mutatott lokális London-egyenletek helyét a térbeli koordinátákra integrált nemlokális elektrodinamikai London-egyenletek veszik át. Normál fémek esetében is felmerülhet a nemlokális kérdés azokban az esetekben, amikor egy fizikai mennyiség az  $l$ -hez képest kisebb méretskálán inhomogénná válik. Ez a helyzet például az anomális skineffektusnál, amikor  $l$  nagyobb, mint a behatolási mélység.

A minket érdeklő optikai vezetőképesség szempontjából az  $l$  és  $\xi$  közti relációk frekvenciaskálákra is átírhatók. A fentiekben láthattuk, hogy a releváns frekvenciák a Drude levágási frekvencia,

$$\frac{1}{\tau} = \frac{l}{v_F},$$

illetve a szupravezető gaphez tartozó frekvencia,

$$\omega_g = \frac{2\Delta}{\hbar}.$$

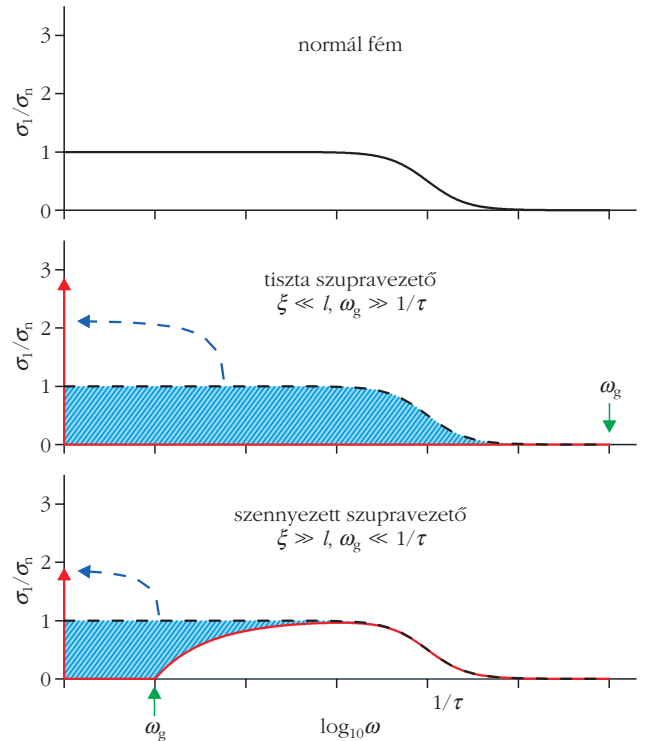
Másfelől az utóbbi mennyiség kapcsolata  $\xi$ -vel:

$$\xi = \frac{\hbar v_F}{\pi \Delta},$$

amiből azt kapjuk, hogy

$$\omega_g \approx \frac{\xi}{v_F}.$$

Eszerint a fenti reláció egyszerűbben az  $1/\tau$  és az  $\omega_g$  közötti relációnak felel meg.



9. ábra. A normál állapotban lévő spektrális súly átalakulása a zérus frekvencián lévő Dirac-delta-függvénybe akkor, amikor a szupravezető gap nagy ( $\omega_g \gg 1/\tau$ ), illetve kicsi. A szaggatott nyíl az átalakuló spektrális súlyt mutatja.

A 9. ábra a normál folyadék szupravezetőbe átalakulását mutatja tiszta, illetve szennyezett szupravezetők esetében. Tiszta esetben a teljes normál állapotú elektronsűrűség spektrális súlya megjelenik a zérus frekvenciás Dirac-delta-függvény erősségében. Azonban szennyezett szupravezető esetében ennek csak egy része, az úgynevezett Tinkham-él alatti tartomány, emiatt Dirac-delta-függvény erőssége kisebb, bár az anyag továbbra is szupravezető. Tehát a gaphez tartozó frekvencia felett létezik egy – tipikusan az infravörös tartományba eső – véges optikai vezetőképesség. Ennek megfelelően a cikkünk elején, a Mattis–Bardeen-elmélet alapján kapott frekvenciafüggő vezetőképesség-ábra is a szennyezett esetre vonatkozik.

A Pippard-elmélet számot ad a két esetben különböző spektrális súlyról, mivel szennyezett szupravezetőkre:

$$\lambda_{\text{szennyezett}} = \lambda_{\text{tiszta}} \sqrt{1 + \frac{\xi}{l}} \approx \lambda_{\text{tiszta}} \sqrt{\frac{\xi}{l}}. \quad (16)$$

Tekintve, hogy a zérus frekvenciás Dirac-delta-függvényben lévő spektrális súly a behatolási mélység négyzetével arányos, kapjuk:

$$\sigma_{1, \text{szennyezett}} \approx \frac{l}{\xi} \sigma_{1, \text{tiszta}} \approx \omega_g \tau \sigma_{1, \text{tiszta}}. \quad (17)$$

Amely eredményt a 9. ábra is sugallja, hiszen szennyezett esetben az  $\omega = 1/\tau$ -ig lévő spektrális tartományból csak az  $\omega = \omega_g$  frekvenciáig terjedő rész kerül a Dirac-deltába.

## Új kísérleti adatok és értelmezésük

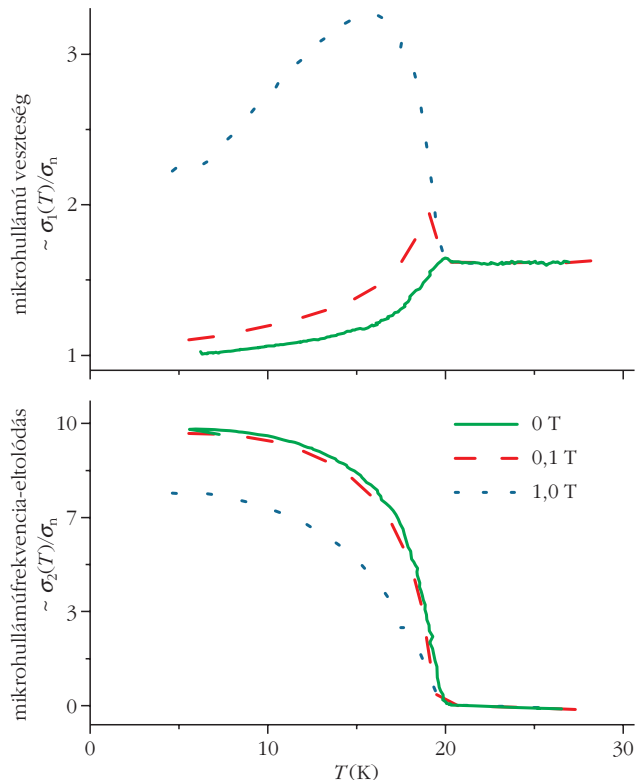
A  $K_3C_{60}$  másodfajú szupravezető anyag ( $T_c = 19$  K) nagyfrekvenciás vezetőképességét vizsgáltuk [2] azzal a motívációval, hogy megtaláljuk a BCS-elmélet által megjósolt koherencia- vagy Hebel–Slichter-csúcsot zérus mágneses térben. Korábban már is tudott volt, hogy a  $K_3C_{60}$  nem írható le a hagyományos BCS-elmélettel, hanem csak annak erősen kölcsönható változatával, azonban a vezetőképességre gyakorolt hatás nem volt ismert. Ezért nem lehetett tudni, hogy mekkora koherenciacsúcsot várunk. Az alkalmazott módszer az üregperturbációs technika, amelyben egy mikrohullámú rezonátorüregbe helyezett minta hatására vizsgáljuk az üreg rezonanciafrekvenciájának eltolódását (ez méri  $\sigma_2$ -t) és az üreg rezonanciaprofil-szélességének változását (ez méri  $\sigma_1$ -et), ami az üregben lévő veszteséggel arányos, illetve a jósági tényezőt, ami a veszteség reciproka.

A vizsgált mintákat a Wigner Fizikai Kutatóközpontban *Pergerné Klupp Gyöngyi* és *Kamarás Katalin* készítették. A kapott eredményeket a 10. ábrán mutatjuk. Megjegyezzük, hogy a pormintákon kapott mikrohullámú veszteség és az üreg frekvenciaeltolódása, bár arányos a  $\sigma_1$  és  $\sigma_2$  mennyiségekkel – elsősorban a véges behatolási mélység és a szemcseméret viszonya miatt –, a pontos kapcsolat részletei összetettek. Ráadásul a szemcseméret a mintában egy eloszlást követ, ezért minden további kvantitatív analízis túlmutat a jelen munkánkon. A tengelyeken ezért tüntettük fel, hogy a két mért mennyiség csak közelítőleg ( $\sim$ ) méri a vezetőképesség két komponensét.

Meglepetésünkre, zérus mágneses térben egy alig megfigyelhető koherenciacsúcsot találtunk, azonban egészen kis mágneses tér alkalmazása mellett is már nagy, a normál állapotinál jelentősen nagyobb mikrohullámú veszteséget, azaz  $\sigma_1$ -et figyeltünk meg, aminek nagysága a mágneses tér növelésével nőtt. Az „egészen kis mágneses tér” itt úgy értendő, hogy ebben az anyagban  $B_{c2}$  közel 50 T, és csupán ezredrésnyi mágneses teret alkalmazva már jól megfigyelhető csúcs jelent meg. Ezzel együtt ez a kis mágneses tér a mikrohullámú üreg rezonanciafrekvenciájának eltolódását, azaz  $\sigma_2$  mért értékét alig befolyásolta, ami arra utal, hogy a szupravezető állapot továbbra is fennmaradt.

Megfigyeléseink arra utalnak, hogy a jelenséget a vortexek mozgása okozza. Ezt arra alapozzuk, hogy  $\sigma_2$  nem csökkent jelentősen a  $B = 0$  esethez képest, miközben erőteljesen megnőtt  $\sigma_1$ -et figyeltünk meg, így a jelenség egyértelműen a vortexállapotból ered. Ismereteink szerint nincsen olyan más fizikai jelenség a szupravezető állapotban, ami a megnövekedett  $\sigma_1$ -et megmagyarázhatná. Éppen ellenkezőleg, a Mattis–Bardeen-eredmény alapján minden véges frekvencián  $\sigma_1$  eltűnik a  $T_c$  alatt.

Cikkünk elején bemutattuk, hogy a vortexfolyadék-állapotban kaphatunk megnövekedő valós vezetőképességet véges frekvencián, azonban eközben a  $\sigma_2$  is jelentősen lecsökken, ami pedig ellentmond a kísérleti eredményeinknek. A véges értéken maradó



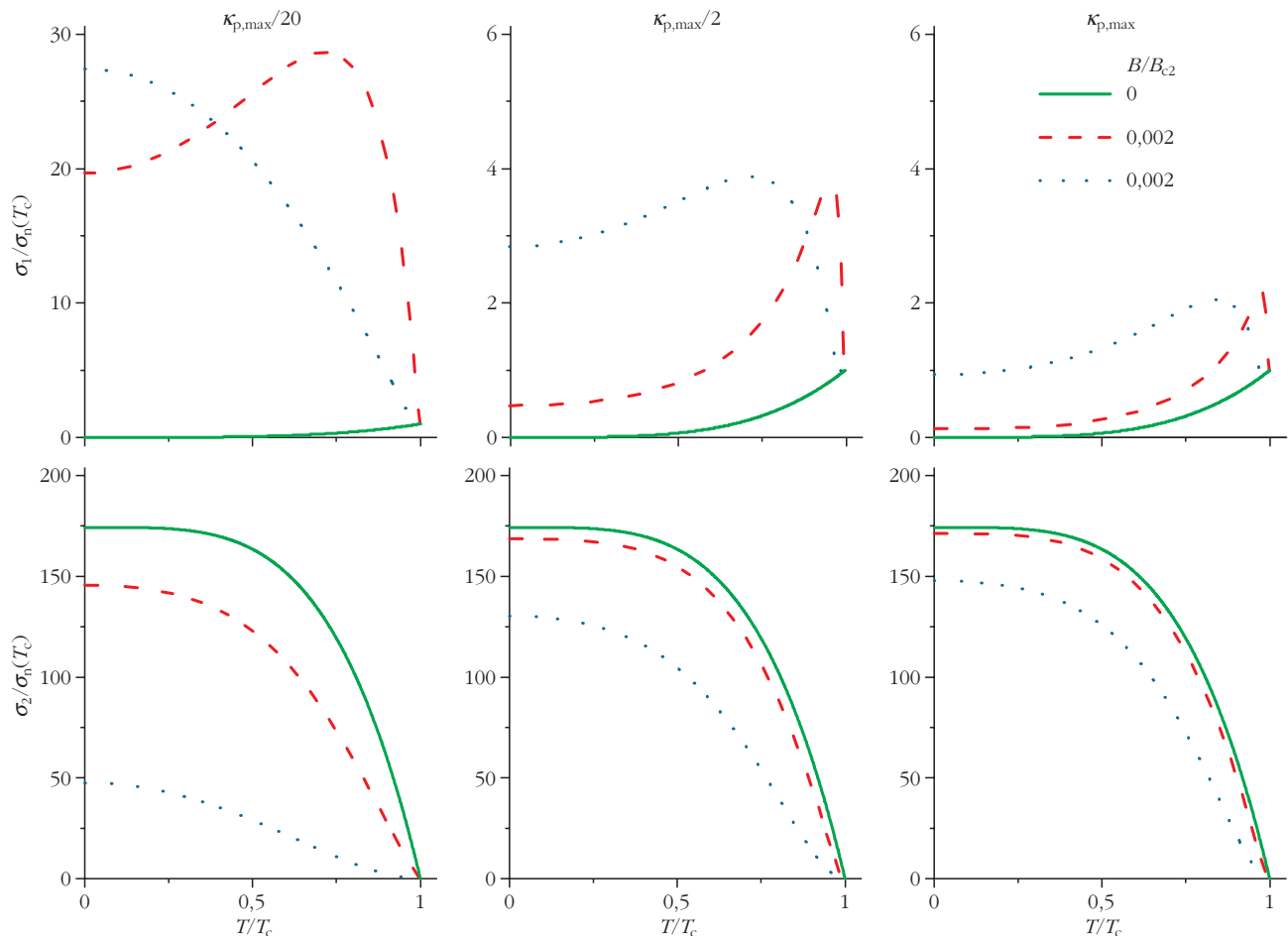
10. ábra. A  $K_3C_{60}$  szupravezetőn kapott mikrohullámú veszteség és az üreg frekvenciaeltolódása a mágneses tér néhány értékére. Ezen mennyiségek a vezetőképesség két komponensével arányosak, erre utalnak a tengelyfeliratok. A üreg frekvenciaeltolódását a normál állapot 0 értékéhez illesztettük. Mindkét mennyiség nagyságát pedig a normál állapotban mért értékkel normalizáltuk.

$\sigma_2$ -t a vortex-pinning jelensége tudja létrehozni. Ennek a hatását a Coffey–Clem-elméletből (CC) tudjuk meghatározni.

Tudjuk, hogy a CC-elméletben szereplő tagok közül a pinning visszatérítő erőállandó értékére csak egy felső, maximális becslést tehetünk, amit  $\kappa_{p,max}$ -szal jelölünk. Az  $\eta$  viszkózus csillapítási együttható értékét a szupravezető termodinamikai paraméterekből tudjuk származtatni, annak értéke fix. Modellszámításaink eredményét, azaz a hőmérsékletfüggő vezetőképesség két komponensét mutatjuk a 11. ábrán a  $\kappa_p$  néhány értékére a kísérleti ábrán is mutatott 3 mágnesesestérérték mellett:  $B/B_{c2} = 0, 0,002, \text{ és } 0,02$ . A várt trendet figyelhetjük meg, azaz a pinning visszatérítő erőállandó kis értéke mellett  $\sigma_1$  igen megnőhet, azonban ezzel együtt  $\sigma_2$  nagyon lecsökken és fordítva; amikor  $\kappa_p$  maximális értékét veszi fel, a vortexek mozgása  $\sigma_1$ -et csak kis mértékben növeli, de  $\sigma_2$  értéke sem változik jelentősen. Kísérleti adataink számszerű értelmezése cikkünkben [2] azt adta, hogy a

$$\kappa_p \approx \frac{\kappa_{p,max}}{2}$$

eredményezi a legjobb egyezést a kísérleti adatokkal, azonban a fent említett szemcseméret-problémák miatt a kísérleti adatok tökéletes leírása nem volt lehetséges.



11. ábra. A Coffey–Clem-elmélet alapján kapott hőmérsékletfüggő vezetőképesség két komponense a pinning visszatérítő erőállandó és a mágneses tér különböző értékeire.

Megemlítjük, hogy a véges frekvenciás kísérleteinkben nem látjuk a korábban említett szilárd vortexből vortexfolyadékba való átmenetet. A legvalószínűbb ok az, hogy a nagyfrekvenciás gerjesztések szempontjából a vortexek mindig dinamikus állapotban lesznek, hiszen a pinninget és a viszkozitást jellemző paraméterek mindkét állapotban azonos mértékben vannak jelen.

Összefoglalva azt mondhatjuk, hogy kísérleteinkben első ízben figyeltük meg a vortexek jelenléte miatt létrejövő megnövekvő véges frekvenciás valós vezetőképességet, amit a vortexek dinamikájával értelmezni is tudunk. Fontos új eredmény a frekvenciafüggő vezetőképesség leírása a vortexek különböző dinamikai modelljeiben, ami széles körben nem volt ismert.

## Irodalom

1. F. Arute, et al.: Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature* 574 (2019) 505.
2. G. Csősz, B. G. Márkus, A. Jánosy, N. M. Nemes, F. Murányi, G. Klupp, K. Kamarás, V. G. Kogan, S. L. Bud'ko, P. C. Canfield,

- F. Simon: Giant microwave absorption in fine powders of superconductors. *Scientific Reports* 8 (2018) 11480.
3. Sólyom Jenő: *A modern szilárdtest-fizika alapjai II*. ELTE Eötvös Kiadó. 2010.
4. Holics László: *Fizika összefoglaló*. Typotex Elektronikus Kiadó Kft., 2003.
5. Budó Ágoston: *Kísérleti Fizika II*. Tankönyvkiadó Vállalat, 1968.
6. Michael Tinkham: *Introduction to superconductivity*. 2nd ed., Dover Publications, 1996.
7. N. W. Ashcroft, N. D. Mermin: *Solid State Physics*. Saunders College Publishing, Philadelphia, 1976.
8. J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer: Theory of Superconductivity. *Phys. Rev.* 108 (1957) 1175–1204.
9. D. C. Mattis, J. Bardeen: Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals. *Phys. Rev.* 111/2 (1958) 412–417.
10. R. A. Ferrell, R. E. Glover: Conductivity of Superconducting Films: A Sum Rule. *Phys. Rev.* 109/4 (1958) 1398–1399.
11. M. Tinkham, R. A. Ferrell: Determination of the Superconducting Skin Depth from the Energy Gap and Sum Rule. *Phys. Rev. Lett.* 2/8 (1959) 331–333.
12. M. W. Coffey, J. R. Clem: Unified Theory of Effects of Vortex Pinning and Flux Creep upon the rf Surface Impedance of Type-II Superconductors. *Phys. Rev. Lett.* 67/3 (1991) 386–389.

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: [elft@elft.hu](mailto:elft@elft.hu)

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Groma István főtítár, felelős szerkesztő Lendvai János főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 1000.- Ft (duplaszámé 2000.- Ft) + postaköltség.

**HU ISSN 0015–3257** (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)