

# MESTERSÉGES HOLDAK ÉS AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET

Abonyi Iván

Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete

*Az e hónapban 90. születésnapját ünneplő Abonyi Iván eddig 41 írással gazdagította folyóiratunkat. Első cikke 1959-ben, a 9. szám 273–277. oldalain jelent meg, ezen, ma is aktuális írása újraközlésével (és az akkori sajtóhibák kigyomlálásával) köszöntjük egyik legaktívabb szerzőnket.*

*1959-ben az általános relativitáselmélet az elméleti fizikának még meglehetősen marginális területe volt, kevesen foglalkoztak vele. Csak hat évvel később, a kozmikus háttérsugárzás felfedezésével került hirtelen – a kozmológiának köszönhetően – a kutatások középpontjába. Novobátzky Károly budapesti tanítványai azonban jól ismerték. Közöttük volt Abonyi Iván is, aki ebben a cikkben nagyon világosan foglalta össze az elmélet alapjait és azt is, hogy milyen következményekkel jár a műholdak mozgására nézve.*

*A GPS pontos működéséhez ma már az általános relativitáselmélet alapján figyelembe kell venni a műhold óráinál fellépő idődilatációt. Iván e cikke „Relativisztikus effektusok a mesterséges holdak mozgásában” fejezetének a) pontjában pont ezt a kérdést tárgyalja részletesen vöröseltoldás néven.*

*a szerkesztők*

A mesterséges égitestekkel végzett kutatások eddigi sikerei a tudomány igen sok ágában teremtettek lehetőséget a természet eddig hozzáférhetetlen jelenségeinek vizsgálatára. Ezek a lehetőségek legtöbbször elvi szempontból is különböznek azoktól, amelyeket a tudomány eddig alkalmazott módszerei nyújtottak. Gondoljunk csak az égi mechanikára, s azonnal látjuk, hogy ebben a tudományban most végezzük lényegében az első kísérletet, mert eddig csak megfigyeltük a már „kész” égitestek mozgását. A bolygómozgás leírása a gravitációs erőter tulajdonságainak ismeretére alapul. Ezért az égimechanika kijelentéseinek és a mesterséges égitestek mozgására vonatkozó tapasztalati anyag összehasonlítása jelentős mértékben viheti előre ismereteinket majd ezen a téren is. E kijelentés igazolására talán elegendő azt az egyetlen körülményt megemlíteni, hogy a mesterséges holdak segítségével sikerült eddig legpontosabban meghatározni a Föld alakját.<sup>1</sup>

A tudományos közvélemény napjaink legpontosabb és legkövetkezetesebb gravitációelméletének az általános relativitáselméletet tekinti. Az általános relativitáselméletet tekinti. Az általános relativitáselméletet tekinti.

<sup>1</sup>D. G. King-Hele a Szputnyik II és a Vanguard I mesterséges holdak mozgásának megfigyeléséből a Föld lapultságára – a Föld egyenlítői és poláris sugarainak különbsége és az egyenlítői sugár hányadosára – az eddig elfogadott  $1/298$  helyett az  $1/(298,20 \pm 0,03)$  értéket adta meg.

melet gravitációra vonatkozó kijelentéseit szeretnénk röviden összefoglalni és azután ismertetni azokat az elgondolásokat, amelyek e kijelentések mesterséges égitestek vizsgálatával történő bizonyítására irányulnak.

## Az általános relativitáselmélet és a gravitáció

Az általános relativitáselmélet a súlyos és a tehetetlen tömeg Eötvös Loránd által igen nagy pontossággal megállapított azonossága alapján a gravitációt geometriai alapon magyarázza. Az anyag gravitációs hatása abban nyilvánul meg, hogy az anyag – az atomi részecskékben koncentrált tömeg és a sugárzások energiája egyaránt – a tér görbületét megváltoztatja. A szabad – tehát a régi beszédmód szerint kizárólagosan gravitációs hatásnak alávetett – tömegpont mozgása a görbülettel rendelkező tér legrövidebb, úgynevezett geodetikus vonalain történik. A görbült teret a Riemann-geometria írja le. A tér – természetesen a geometriai tér és az idő együttese – jellemzésére, mint az a differenciálgeometriából ismeretes, azok a mennyiségek szolgálnak, amelyekkel két egymáshoz infinitezimálisan közelfekvő pont ds távolságának négyzetét, az ívelemnégyzetét

$$ds^2 = \sum_{i, k} dx^i dx^k \quad (i, k = 1, 2, 3, 4)$$

alakban fejezhetjük ki. A  $g_{ik}$  mennyiségeket a metrikus tenzor komponenseinek nevezzük, míg  $dx^i$  a használt koordináta-rendszerben a koordináták infinitezimális megváltozásai. A Riemann-geometriára jellemző, hogy ez a metrikus tenzor tartalmazza mindazt az információt, amit a tér szerkezetéről (például görbültségéről) szerezhetünk. Mármint az elmélet alapvető fontosságú kijelentése szerint a tér görbületét a jelenlevő anyag és energia okozza, vagyis a görbületre jellemző  $G_{ik}$  függvény mindenütt megegyezik a térben jelenlevő anyag- és energiaeloszlásra jellemző  $T_{ik}$  függvénnyel, az energia-impulzus tenzonnal:

$$G_{ik} = T_{ik}.$$

Ezek az egyenletek – amelyek konkrét alakjának felírása messze vezetne céljainktól [1] – a gravitációs egyenletek. Adott anyageloszlást körülvevő tér szerkezetére jellemző  $g_{ik}$  tenzor ezekből az egyenletekből, mint parciális differenciálegyenletekből meghatározható. A mozgás, mint már említettük, a geodetikus vonalon történik, amelynek egyenlete:

$$\frac{d^2 x^i}{d\tau^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{d\tau} \frac{dx^l}{d\tau} = 0,$$



sugár pályáját, azonban az elgörbülésre így nyert eredmény fele akkorának adódott, mint a relativisztikus számítás alapján.

A kísérleti vizsgálat a következőképpen jár el. Megméri az állatöv két  $C_1$  és  $C_2$  csillagának szögtávolságát akkor, amikor nincs a két csillag között a Nap. Majd egy alkalmas napfogyatkozáskor megméri úgy is, hogy a Nap közöttük van. 1919 óta csaknem valamennyi napfogyatkozást felhasználtak a jelenség vizsgálatára. Az elmélet alapján várt értéknél körülbelül 25%-kal nagyobbat figyeltek meg, bár az is igaz, hogy a két adat különbségénél nagyobb mérési hibával. Ezen a téren lényeges javulást jelentett *van Biesbroeck* Szudánban végrehajtott mérésorozata [3], amelynek eredményeként az elgörbülés mértéke  $1,70'' \pm 0,10''$ .

## A vöröseltolódás

A vöröseltolódás érdekes és paradox jelenség. Első pillanatra ugyan természetesnek tarthatjuk, hogy mondjuk a Nap vagy a Sirius felületén az intenzív gravitációs erőter az ott elhelyezett órák járását, nevezetesen a sugárzó atomokban az elektronok mozgását megváltoztatja. Valójában erről szó sincsen. A Nap felületén az atomok (gázatomok!) az időről időre bekövetkező ütközésektől eltekintve, teljesen szabadon esnek, a nehézségi erőter jelenlétéről egyáltalán nem vesznek tudomást. Ezért a fényt is természetes ütemben sugározzák. Az elmélet szerint hullámaik mégis a természetesnél ritkább ütemben érkeznek a Földre. Valami olyasmit kell tehát elfogadnunk, hogy „ugyanannyi idő alatt a Napon kevesebb idő telik el, mint a Földön”. A speciális relativitáselméletben már talákoztunk hasonló furcsasággal. Képzeljünk el például két Na-gőz lámpát, amelyek kezdetben egymás mellett nyugszanak. Frekvenciájuk természetesen azonos, például  $\nu_0$ . Ha az egyik eltávolodik, majd visszatér, frekvenciáját előbb kisebbnek, majd nagyobbak észleljük a természetesnél a visszatartott lámpa helyén (*Doppler-effektus*). Azt várnánk azonban, hogy az elindulás pillanatától a visszaérkezés pillanatáig kibocsátott összes hullámok száma a két lámpára nézve megegyezik, s így a változó frekvencia átlagértéke az egész utazásra vonatkoztatva a nyugvó lámpa helyén ugyancsak  $\nu_0$ . Valójában ez az átlagérték kisebb mint  $\nu_0$ : az utazás alatt a mozgó lámpa számára kevesebb idő telt el. A speciális relativitáselmélet *görbületlen* terében e paradox jelenség felléptéhez az egyik fényforrásnak mozognia kell a másikhoz képest. Görbült térben akkor is létrejöhet ilyen eltolódás, ha a két sugárforrás egymáshoz képest nyugszik. Szemeljünk ki például a Nap felületén, az origótól  $r_N$  távolságban az  $N$  pontban egy olyan világító gázatomot, amelynek sebessége a Schwarzschild-féle koordináta-rendszerben éppen zérus. A sajátidőt, amely két egymásra következő hullám kibocsátása közt eltelik, jelölje  $\Delta\tau_0$ . Az ehhez tartozó koordináta-időtartamot (1) alapján a

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s^2 = -c^2\left(1 - \frac{2m}{r_N}\right)(\Delta t_0)^2$$

egyenlet adja meg:

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{2m}{r_N}}}. \quad (2)$$

Szemeljünk ki továbbá egy nyugvó  $F$  pontot a Naptól igen nagy, például  $r_F$  távolságban, s itt figyeljük meg a két hullám érkezését. A szóbanforgó gravitációs tér, illetőleg a Schwarzschild-féle koordináta-rendszer *statisztikus*, az időtengelynek nincs kitért pontja. Ezért az a  $T$  időintervallum, amire a fénynek szüksége van, hogy az  $r_F - r_N$  koordinátatávolságot megtegye, nem függ a fénykibocsátás időpontjától. Legyen ez az időpont a két hullámra nézve  $t_0$ , illetve  $t_0 + \Delta t_0$ , akkor a megérkezés időpontja  $t_0 + T$ , illetve  $t_0 + \Delta t_0 + T$ , más szóval a koordinátaidő-különbség a két fényjel között az  $F$  pontban is  $\Delta t_0$ . Ez a látszólag természetes eredmény csalóka, tartalma valójában éppen az, hogy a két fényjel az  $N$  és  $F$  pontok között a görbült téren áthaladva egymáshoz képest időbelileg eltolódik, a köztük levő „valóságos” (azaz saját) időbeli távolság megnő. Helyezzünk ugyanis az  $F$  pontba is egy sugárzó atomot. Ha ez a Napon levőnek másodpéldánya, akkor a két rezgése között eltelt sajátideje is ugyanakkora, tudniillik  $\Delta\tau_0$ .

A megfelelő  $\Delta t_0^F$  koordinátaidő-különbség (1) alapján, nyugvó atomról lévén szó, a

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s_0^2 = -c^2\left(1 - \frac{2m}{r_F}\right)(\Delta t_0^F)^2$$

egyenletből:

$$\Delta t_0^F = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{2m}{r_F}}}. \quad (3)$$

Az  $N$  pontbeli atom hullámai tehát más ütemben, azaz más frekvenciával érkeznek az  $F$  pontba, mint amilyen ütemben az ott elhelyezett atom sugároz.

Az  $m/r_N$ , illetve az  $m/r_F$ -ben magasabb rendű tagok elhanyagolásával (2)-ből és (3)-ból:

$$\Delta t_0 = \Delta t_0^F \left(1 + m \left[ \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_F} \right] \right).$$

Bevezetjük a

$$\varphi(r) = \frac{kM}{r} = c^2 \frac{m}{r} \quad (4)$$

gravitációs potenciált. Ezt behelyettesítve kapjuk:

$$\Delta t_0 = \Delta t_0^F \left(1 + \frac{1}{c^2} [\varphi(r_N) - \varphi(r_F)]\right), \quad (5)$$

vagy rezgésidők helyett frekvenciákkal kifejezve

$$\nu^F = \nu \left( 1 + \frac{1}{c^2} [\varphi(r_N) - \varphi(r_F)] \right).$$

A relatív frekvenciaeltolódásra tehát

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\nu^F - \nu}{\nu} = \frac{1}{c^2} [\varphi(r_N) - \varphi(r_F)] \quad (6)$$

adódik. Látható, hogy például a Napon kibocsátott sugárzás színképvonalai a földi eredetű sugárzások színképvonalaihoz képest a kisebb frekvenciák, vagyis a vörös szín felé tolódnak el.

Ismételjük, a vöröseltolódás nem a „Napon” jön létre! Nem arról van szó, hogy a Napon levő atomra a gravitációs tér valamilyen módosítást fejt ki, hanem arról, hogy az atomból kiinduló fényjelek kezdetben párhuzamos, állandó időbeli távolságú világvonalai a görbült téridő-kontinuumban eltávolodnak egymástól olyasféléképpen, ahogy például egy közönséges földgömbön az egyenlítőből párhuzamosan kiinduló meridiánok távolsága sem marad állandó.

Természetesen a gravitáció okozta színképvonal-eltolódás kísérleti vizsgálata is folyik. Ezt igen megnehezíti, hogy a vizsgált égitestek felszíne nagyon heves mozgásban van, ezért a sugárzások színképét a mindenféle mozgás miatt fellépő Doppler-jelenség meglehetősen bonyolulttá teszi. Nehéz objektív módon leválasztani e hatásokat. Mégis bizonyos jelek arra engednek következtetni, hogy ez a jelenség is létezik a természetben, azonban a számszerű egyezést a jelenlegi mérési eljárásokkal nem lehet megállapítani. Ezért döntő fontosságúnak ígérkezik minden olyan eljárás, ami lehetővé teszi e jelenség pontosabb vizsgálatát, annál is inkább, mert itt nem a gravitáció szemléletes eltérítő szerepéről, hanem a Riemann-tér „időbeli” görbületének következményéről van szó.

## Az elmélet kísérleti bizonyításával kapcsolatos kérdések

Leszögezhetjük tehát, hogy az általános relativitáselmélet alapján várt jelenségek mindegyikét megtalálták a természetben. A három jelenségcsoport közül kettőben az elméleti és a kísérleti eredmények igen kielégítően megegyeznek. Ezen kívül az általános relativitáselmélet mellett szól az az egyáltalán nem jelentéktelen körülmény is, hogy mindhárom jelenséget egységes elvi alapon tárgyalja. Ez az egységes alap a tér és az idő, a négydimenziós világ Riemann-geometriája, amelyben a téridő görbületét az anyageloszlás határozza meg. A logikai egyszerűség – a kevés feltétel – természetesen matematikailag teszi bonyolulttá az elméletet.

A Riemann-geometriával leírható görbült téridő feltevését – az elmélet sikerei ellenére – nem mindenki fogadta el. Már 1922-ben napvilágot látott egy próbálkozás, amely a téridő görbületségének feltevése

nélkül kísérelte meg a gravitációelmélet és a speciális relativitáselmélet követelményeinek összehangolását. Igaz ugyan, hogy *A. N. Whitehead* angol matematikusnak ez az elmélete [5] az általános relativitáselmélet célkitűzéseinek csak egy részét valósította meg, sikerült a speciális relativitáselmélet szempontjából invariáns gravitációs törvényeket megadnia, azonban a mindenféle vonatkoztatási rendszertől független természettörvények megfogalmazásának problémáját nem oldotta meg. Érdekes körülményre mutatott rá *J. L. Synge* 1952-ben, amikor megállapította, hogy a Whitehead-féle Lorentz-invariáns gravitációelmélet a perihéliumeltolódásra és a fénysugár elgörbülésére igen jó közelítésben ugyanazt a képletet szolgáltatja, mint *Einstein* általános relativitáselmélete [6]. Az előbbi két kísérlet alapján tehát nem lehet dönteni a két elmélet között. Így nagyon fontossá válhatnak azon bizonyítékok, amelyek alapján a két elmélet között választani lehet. Mivel a Whitehead-féle elmélet – akkori tudásunk szerint – a vöröseltolódásról nem adott számot, egy ideig azt remélték, hogy éppen a vöröseltolódás pontosabb vizsgálata közben nyert eredmények fogják megmutatni, melyik elmélet tökéletesebb. Ma már *H. Nariai* és *Y. Ueno* vizsgálatai [7] nyomán világos, hogy a vöröseltolódás alapján sem lehet majd dönteni, ugyanis Whitehead elméletéből mindhárom jelenségcsoportra levezethetők az általános relativitáselmélet által megadott formulák. Mint kimutatják, statikus gravitációs erőterben nem találunk olyan jelenséget, amelynek alapján különbséget tehetnénk az elméletek között. Csak a kozmológiai vizsgálatok vezethetnek különböző kijelentésekre, s ezek tapasztalati ellenőrzése útján lehet döntést remélni.

Bár ezt a problémát a mesterséges holdakkal és bolygókkal végzett kutatómunka nem világíthatja meg, mégis sokat várunk ettől az új módszertől, mert a színképvonalak eltolódásának és a bolygómozgás relativisztikus jelenségeinek pontosabb tapasztalati vizsgálatát jelentősen megkönnyítheti.

## Relativisztikus effektusok a mesterséges holdak mozgásában

*La Paz* már 1954-ben rámutatott [8] arra, hogy a mesterséges holdakkal végzett kísérletek az általános relativitáselméletnek nemcsak a már meglevő kísérleti bizonyítékait tehetik pontosabbá, hanem új relativisztikus jelenségeket is felfedhetnek a bolygók mozgásában.

A Föld körül keringő mesterséges hold mozgásának leírása lényegében ugyanolyan probléma, mint amelyet a Naprendszer bolygóinak esetében már megoldotunk. Egyetlen különbség, hogy a vonzócentrum a Föld, s ugyanakkor a Nap gravitációs hatása még egyáltalán nem jelentéktelen. Ezen kívül a mesterséges hold mozgását még sok más körülmény is befolyásolja.

a) Tekintsük a Földet tökéletesen gömb alakúnak, és forgását pillanatnyilag ne vegyük figyelembe. Eb-

ben az esetben, mint La Paz kiszámította [8], egy mesterséges hold két óra keringési idejű pályájának perigeum (földközeli) pontja évente  $8,54''$ -cel tolódik el.<sup>3</sup> Az irodalomban nem találtunk arra utalást, hogy a mesterséges hold perigeumpontjának más perturbációkból származó előrevándorlását mekkora pontossággal lehet kiszámítani. E hibának ugyanis döntő szerepe van abban, hogy a relativisztikus perigeumeltolódást egyáltalán meg lehet-e figyelni. Meggyőződésünk szerint egészen más esettel állunk szemben itt, mint a Merkúrnál. A Merkúrnál a klasszikus perturbációkat pontosan, vagyis a relativisztikus effektus nagyságánál sokkal kisebb hibával lehetett kiszámítani. A Föld mesterséges holdjainak mozgását azonban sok, kellő pontossággal figyelembe nem vehető körülmény – elsősorban a Föld lapultsága, a Föld anyageloszlásának rendellenességei, a föld sugár értékében a domborzati viszonyok következtében fellépő bizonytalanság stb. – befolyásolja. Ezért a perigeumeltolódás eredő értékét nem lehet olyan pontosan kiszámítani, hogy a hiba kisebb legyen, mint a kimutatni kívánt relativisztikus effektus. Ehhez a súlyos problémához képest jelentéktelennek látszik az az önmagában is fogas kérdés, hogy miként lehetne egy ekkora perigeumeltolódást pontosan mérni, hiszen a mesterséges holdak élettartama, s így a mozgás megfigyelésére rendelkezésünkre álló idő viszonylag rövid.

A mesterséges holdon elvben észlelhetnénk a fénysugár Föld gravitációs terében való elgörbülését. De ebben az esetben a fénysugár elgörbülése olyan kis méretű, hogy kísérleti vizsgálatára egyelőre gondolni sem lehet.

A gravitáció okozta színeképvonal-eltolódás a Föld körül keringő mesterséges hold esetében a hold mozgása miatt fellépő Doppler-effektussal együtt jelenik meg.

A jelenség vizsgálatára spektroszkópiai módszereink nem alkalmasak. A mikrohullámú spektroszkópiában azonban ma már olyan pontos frekvenciaetalonok, speciális órák készíthetők, amelyekkel az e vizsgálatnál megkívánt pontosság az igen közeli jövőben elérhető. E speciális órákban, a *maserekben*, a kvarckristály rezgését az az elektromágneses sugárzás stabilizálja, amely egy üregrezonátoron átbocsátott ionizált  $\text{NH}_3$ -molekulák rekombinációjakor emittálódik. Két azonosan konstruált maser között a relatív frekvenciakülönbség 30 cm hullámhosszúságú mikrohullámoknál nagyságrendben  $10^{-10}$ -nél nem nagyobb. Ezért úgy látszik, hogy a frekvenciaeltolódás mérése a maserek segítségével lehetővé válik.

A jelenség mennyiségi viszonyaira vonatkozó megfontolás az álló órák esetére megadott gondolatmenethez hasonló (lásd *F. Winterberg* [9, 10] és *S. F. Singer* [11] cikkeit).

Keringjen a mesterséges hold a  $\Theta = \pi/2$  síkban, az  $r = R + h$  sugarú körpályán,  $\omega$  szögsebességgel. Legyen

a kvarckristály két egymásra következő rezgésének időpontja  $t_0$ , illetve  $t_0 + \Delta t_0$ , a megfelelő azimutuszögek  $\varphi$  és  $\varphi + \Delta\varphi_0 = \varphi + \omega\Delta t_0$ . A sajátidőtartam (1) alapján

$$\begin{aligned} -c^2(\Delta\tau_0)^2 &= \Delta s_0^2 = \\ &= -c^2\left(1 - \frac{2m}{R+h}\right)(\Delta t_0)^2 + (R+h)^2(\Delta\varphi_0)^2. \end{aligned}$$

Ebből:

$$(\Delta t_0)^2 = \frac{(\Delta\tau_0)^2 + \left(\frac{R+h}{c}\right)^2(\Delta\varphi_0)^2}{1 - \frac{2m}{R+h}}. \quad (7)$$

Egyenletes körmozgásról lévén szó, a hullámoknak a holdról a földfelszínre érkezéséhez szükséges  $T$  koordinátaidő-tartama állandó. A Földön nyugvó megfigyelő számára tehát két olyan hullám megérkezésének koordinátaidő-különbsége, amelyek az éppen a megfigyelő felett elhaladó mesterséges holdról indultak ki, ugyancsak  $\Delta t_0$ . A maser ugyanitt elhelyezett nyugvó másodpéldánya két rezgése között eltelt  $\Delta t_0^F$  koordinátaidő viszont (1) alapján a

$$-c^2(\Delta\tau_0)^2 = \Delta s_0^2 = -c^2\left(1 - \frac{2m}{R}\right)(\Delta t_0^F)^2$$

egyenletből:

$$\Delta t_0^F = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{2m}{R}}}. \quad (8)$$

(8) segítségével kiküszöböljük a  $\Delta\tau_0$ -t (7)-ből:

$$\frac{\left(1 - \frac{2m}{R}\right)(\Delta t_0^F)^2 + \left(\frac{R+h}{c}\right)^2(\Delta\varphi_0)^2}{1 - \frac{2m}{R+h}} = (\Delta t_0)^2.$$

$m/r$  szerint történő binomiális sorfejtéssel és a magasabb rendű tagok elhanyagolásával:

$$\left(1 - \frac{m}{R}\right)\left[\left(1 + \frac{m}{R+h}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{R+h}{c}\right)^2\omega^2\right] = \frac{\Delta t_0}{\Delta t_0^F}.$$

A szögsebesség számértékét jó közelítéssel megadja a mesterséges hold Newton-féle mozgásegyenlete a radiális erőkomponensre:

$$(R+h)\omega^2 = \frac{kM}{(R+h)^2},$$

tehát

$$(R+h)^2\omega^2 = \frac{kM}{R+h} = \frac{c^2 m}{R+h}.$$

<sup>3</sup>A kétórás ellipszispálya fél nagytengelye 8060 km hosszú, tehát a földfelszíntől mért maximális magasság 1690 km.

Végül bevezetjük a  $\delta$  relatív eltérést a következő definícióval:

$$\delta = \frac{\Delta t_0 - \Delta t_0^F}{\Delta t_0^F}.$$

Behelyettesítve:

$$\delta = \frac{m}{R} \left( \frac{3}{2} \frac{1}{1 + \frac{h}{R}} - 1 \right).$$

A szám adatok beírása után megkapjuk a relatív eltérést a Földön nyugvó és a mesterséges holddal együtt mozgó órák között:

$$\delta \cong 7 \cdot 10^{-10} \left( \frac{3}{2} \frac{1}{1 + x} - 1 \right),$$

ahol  $x = h/R$  a hold tengerszint feletti magassága föld-sugáregységekben. Az eredő effektusban pozitív  $\delta$  vöröseltolódásnak, negatív  $\delta$  pedig ibolyaeltolódásnak felel meg. Az eltérés  $h = 2R$ -nél zérusnak adódik. Itt a két effektus kompenzálja egymást.

b) A Föld lapultságának hatása. A Föld lapultsága, mint már említettük, nagymértékben befolyásolja a mesterséges hold mozgását. *F. Winterberg* [9] és *B. Hoffmann* [16] adatai szerint az egyenlítő síkjában kétórás pályán keringő hold perigeumeltolódása a lapultság miatt körülfordulásonként  $0,294^\circ$ . Ebből az egyetlen effektusból már egy körülfordulás alatt is közel százszor akkora eltolódás származik, mint a relativisztikus eltolódás évente. Ez is alátámasztja azt a megállapításunkat, hogy az a)-ban említett perigeumeltolódás észlelésének elvi akadályai vannak.

c) A Föld forgásának hatása. *H. Thirring* [13] és *J. Lense* [14] 1918-ban kiszámították, hogy egy bolygó pályája milyen természetű és mekkora perturbációnak van kitéve, ha a vonzócentrum forog. Azt találták, hogy a szokásos gravitációs erő mellett a Coriolis-erő-

höz és a centrifugális erőhöz hasonló járulékok is fellépnek abban a rendszerben, amelyik a csillagokhoz képest nyugszik és amelyben a tömeg forog. Ez a perturbáció a Jupiter holdjainál igen jelentéktelen, gyakorlatilag megfigyelhetetlen. Mint *W. L. Ginzburg* [15] kimutatta, valamivel jobb a helyzet a Föld mesterséges holdjainak esetében. A számítások szerint a kétórás pályán a Föld forgásából eredő perigeumeltolódás évente  $0,13''$ .

Ezen – Föld forgásából származó – relativisztikus perigeumeltolódás kísérleti vizsgálatára ugyanaz vonatkozik, mint az egyszerű perigeumeltolódás esetére. Ez a sokkal kisebb effektus még inkább elvész az egyéb okokból eredő eltolódás hibájába, ezért észlelése nem lehetséges.

Látjuk tehát, hogy a relativisztikus effektusok kísérleti vizsgálata a mesterséges holdaknál általában megkerülhetetlen nehézségekbe ütközik. Csak egy jelenség, a Doppler-effektussal kombinált gravitációs színképvonal-eltolódás vizsgálata kecsegtet reményekkel. Ezt az egy lehetőséget a technika mai színvonalán már-már módunkban van kihasználni. Kíváncsian várjuk, hogy milyen eredmények születnek ezen effektus kísérleti vizsgálatában.

#### Irodalom

1. Novobátczy Károly: *A relativitás elmélete*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1961.
2. Marx György, *Fizikai Szemle* 4 (1954) 84.
3. G. van Biesbroeck, *Astronomical Journal* 58 (1953) 87.
4. A. Papapetrou, *Annalen der Physik* 17 (1956) 214.
5. A. N. Whitehead: *The Principle of Relativity*. Cambridge, 1922.
6. J. L. Synge, *Proc. Roy. Soc. (A)* 211 (1952) 303.
7. H. Nariai, Y. Ueno, *Progr. Theor. Phys.* 20 (1958) 703.
8. L. LaPaz, *Publ. Astron. Soc. Pacific*. 66 (1954) 13.
9. F. Winterberg, *Astronautica Acta* 2 (1956) 25.
10. F. Winterberg, *Il Nuovo Cimento X/8* (1958) 17.
11. S. F. Singer, *Phys. Rev.* 104 (1956) 11.
12. C. Möller, *Il Nuovo Cimento, Suppl.* X/6 (1957) 381.
13. H. Thirring, *Physikalische Zeitschrift* 19 (1918) 33.
14. H. Thirring, J. Lense, *Physikalische Zeitschrift* 19 (1918) 156.
15. W. L. Ginzburg, *Fortschritte der Physik* 5 (1957) 16.
16. B. Hoffmann, *Phys. Rev.* 106 (1957) 358.

# SZÁMÍTUNK RÁD, LÉGY A FIZIKA BARÁTJA!



**Támogasd jövedelemadód  
EGY százalékkal  
az Eötvös Loránd Fizikai Társulatot!**  
**Adószámunk: 19815644-2-43**