

ÁLTALÁNOS RELATIVISZTIKUS EFFEKTUSOK SPINPOLARIZÁLT RÉSZECSKENYALÁBOKBAN

László András – Wigner FK Részecske- és Magfizikai Intézet NFO
Zimborás Zoltán – Wigner FK Részecske- és Magfizikai Intézet ELMO

Spinpolarizált nyalábok dinamikája mint kísérleti eszköz

A relativisztikus töltött részecskék spinpolarizált nyalábjainak dinamikája számos fizikai jelenségre érzékeny [1]. Ezt használják ki például a müon részecskék ($g-2$) mágnesesmomentum-anomáliájának mérésekor, a kvantum-elektrodinamika (QED), illetve a standard modell (SM) érzékeny tesztjeként [2]. A relativisztikus kvantummechanika mozgásegyenlete, a Dirac-egyenlet szerint egy elemi részecske dimenziótlanított spin okozta mágneses momentuma, vagyis a g (giromágneses) faktora egzaktul kettő.¹ A kvantumtérelmélet azonban ehhez sugárzási korrekciókkal járul, így például elektronok és müonok esetében a g -faktor csak közelítőleg kettő. Az

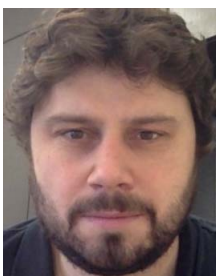
$$a = \frac{g-2}{2}$$

mennyiség, amelyet mágnesesmomentum-anomáliának szokás nevezni, egyrészt kvantumkorrekciókat tartalmaz a standard modelltől, főként annak elektrodinamikai szektorából, valamint standard modellen túli (BSM) járulékokat tartalmazhat. Összetett részecskékre, például protonokra a mágnesesmomentum-anomália jelentősen eltér a Dirac-egyenlet által

Készült a 30. Magyar Fizikus Vándorgyűlésen (Sopron, 2019. augusztus 21–24.) elhangzott előadás alapján.



László András a Wigner Fizikai Kutatóközpont tudományos főmunkatársa. PhD fokozatát 2008-ban szerezte az Eötvös Loránd Tudományegyetemen, kísérleti részecskefizika témában. Ezután posztdoktori kutatóként dolgozott a CERN-ben 2009 és 2013 között. 2014 óta a Wigner FK Nagyenergiás Fizika Osztályán, az Innovatív Detektorfejlesztő Kutatócsoportjának tagja. Elméleti területen együttműködik a pottdami Albert Einstein Institute-tal.



Zimborás Zoltán a Wigner Fizikai Kutatóközpont főmunkatársa, a BME oktatója. Doktori fokozatát 2009-ben szerezte az Eötvös Loránd Tudományegyetemen. Ezután Torinóban, Bilbaóban, Londonban és Berlinben dolgozott posztdoktorként. 2018 óta a Wigner FK Térelmélet kutatócsoportjának vezetője.

jósolt nominális értéktől, mivel belső impulzusmomentumai is vannak. A mágnesesmomentum-anomália mérése mozgó (relativisztikus) részecskékre azon az elven alapszik, hogy pont részecskelimeszben, mágneses térben haladó, mágneses momentummal rendelkező részecske spinje a mágnesesmomentum-anomáliával arányos szögsebességgel precesszál. E limeszben a teljes spindinamikát az (1) relativisztikus Newton + Thomas–Bargmann–Michel–Telegdi-egyenlet (TBMT-egyenlet) írja le (lásd a következő oldal tetején).

A müon $g-2$ kísérletekben egy kör alakú mágneses tárológyűrűben keringtetik a részecskéket, ahol a homogén mágneses görbítő mezőben a müonok spinje a mágneses térrel, valamint a mágnesesmomentum-anomáliával arányosan, a pálya síkjában precesszál, ahogy azt az 1. ábrán láthatjuk. A nyaláb transzverzális irányú együtt-tartásához szükséges elektrosztatikus fókuszáló terek precesszálató hatását úgy küszöbölik ki, hogy a mérést a

$$|\beta \gamma| = \frac{1}{\sqrt{a}} \quad (2)$$

mágikus sebességnél végzik, amikor is a fókuszálásból eredő kósza elektrosztatikus terek a precesszióhoz nem adnak járulékot.

A töltött részecskék elektromos dipólmomentuma (EDM) hasonlóan érdekes mennyiség, amelynek kísérleti meghatározásához szintén a spinpolarizált nyalábok dinamikájának tanulmányozása tűnik célravezetőnek [3]. A Dirac-egyenlet nulla elektromos dipólmomentumot jósol. Kvantumtérelmélet keretében végzett standardmodell-számítások szerint is nagyon

¹A spin okozta mágneses momentum dimenziótlanított alakja a

$$g = \frac{2 m \mu}{q s}$$

kifejezés, ahol μ a részecske spin okozta mágneses momentuma, m a tömege, q a töltése, és s a spinje. Megjegyzendő, hogy a spinvektor mindig párhuzamos a mágneses momentum vektorával, ellenkező esetben a spinvetületen felül a mágneses momentum vetületéhez is tartozna külön kvantumszám, amit nem tapasztalunk. Ugyanezen érv miatt, ha egy részecskének elektromos dipólmomentuma lenne, az is a spinvektor irányába mutatna. Egy d elektromos dipólmomentumú (EDM-ű) részecske momentumát szintén jellemezni lehet egy

$$\eta = \frac{2 m d}{q s}$$

dimenziótlan számmal. Ez a szám egy Dirac-egyenletnek elegendő, belső szerkezet nélküli részecske esetén – kvantumtérelméleti korrekciókat nem tekintve – nulla.

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{dt_{\text{lab}}} = \frac{q}{m\gamma} (\mathbf{E}/c - \underbrace{(\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{E}/c)}_{\text{nulla}} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{S}_{\text{lab, együttforgó}}}{dt_{\text{lab}}} = -\frac{q}{m} \left(\underbrace{a\mathbf{B}}_{\text{mágneses tag}} + \underbrace{\left(\frac{1}{(\boldsymbol{\beta}\gamma)^2} - a \right) \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}/c}_{\text{elektromos tag}} + \underbrace{\frac{1}{2} \eta (\mathbf{E}/c + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B})}_{\text{EDM tag (amennyiben van)}} \right) \times \mathbf{S}_{\text{lab, együttforgó}}$$

ahol $\boldsymbol{\beta}$ a sebességvektor a c fénysebesség egységben, q a töltés, m a tömeg, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ a Lorentz-faktor, \mathbf{E} az elektromos, \mathbf{B} a mágneses térerősségvektor, $\mathbf{S}_{\text{lab, együttforgó}}$ a spinvektornak a $\boldsymbol{\beta}$, $d\boldsymbol{\beta}/dt_{\text{lab}}$, valamint ezek \times vektoriális szorzatára vett vetületei, $a = (g-2)/2$ a mágnesesmomentum-anomália, amiben $g = (2m\mu)/(qs)$ a már említett giromágneses faktor, itt s a spin és μ a mágneses dipólmomentum, végül $\eta = (2md)/(qs)$ az esetlegesen jelen levő elektromos dipólmomentum dimenziótlanított alakja, amiben d az elektromos dipólmomentum (ha van).

kicsi ez a mennyiség. Még az összetettnek ismert részecskék, például protonok vagy könnyű atommagok elektromos dipólmomentuma is rendkívül kicsi: bőven 10^{-30} ecm (elemi töltés · centiméter) alatt van. Számos, standard modellen túli (BSM) elmélet azonban 10^{-28} ecm körüli/fölötti értékeket jósol. Emiatt született meg az a kísérleti ötlet, hogy a BSM-modelleket úgy lehetne tesztelni, hogy töltött részecskék elektromos dipólmomentumát (EDM) körülbelül 10^{-28} ecm pontossággal megmérjük. Ha sikerül nemnulla EDM-et kimutatni – akár például protonokra vagy könnyű atommagokra –, az mindenképpen a standard modellen túli (BSM) fizikára utal. A töltött részecskék EDM-ét a $g-2$ gyűrű egy módosított elrendezésében mérik: a homogén mágneses görbítőterén felül egy hengeres, sugárirányú elektrosztatikus teret is alkalmaznak, pontosan úgy, hogy egyrészt a

körmozgás teljesüljön, másrészt a $g-2$ miatti mágneses precessziót a pálya síkjában megállítsák. A mozgásegyenletből megállapítható, hogy ez a feltétel akkor teljesül, ha

$$Er = -\text{sign}(a) \frac{m c^2}{q} \frac{(a \boldsymbol{\beta} \gamma)^2 \sqrt{a^2 + (a \boldsymbol{\beta} \gamma)^2}}{a^2 (1+a)}, \quad (3)$$

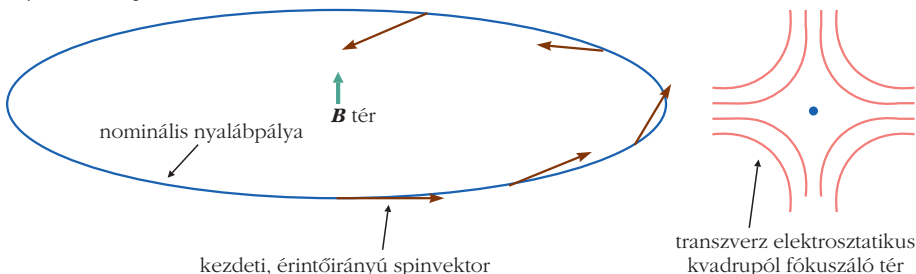
$$Br = \frac{m c}{q} \frac{(a \boldsymbol{\beta} \gamma) (a - (a \boldsymbol{\beta} \gamma)^2)}{a^2 (1+a)},$$

ahol r a pálya sugara és c a fénysebesség. Ebben az elrendezésben, ha van nemnulla EDM (η), akkor az a spint kiforgatja a pálya síkjából, amely egy igen jól detektálható szignatúra. A szóban forgó elrendezést *befagyasztott spinű* (frozen spin) tárológyűrűnek nevezik, és a 2. ábra szemlélteti.

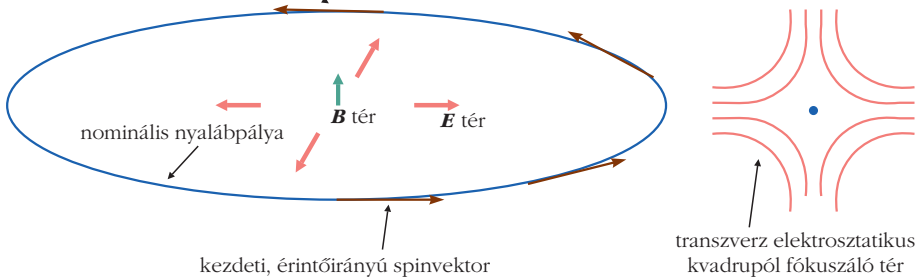
Egy befagyasztott spinű tárológyűrű, amennyiben az említett 10^{-28} ecm EDM érzékenységet célozzuk meg, mindenféle háttéreffektusra is érzékeny lesz. Egy tipikus elrendezésben a szóban forgó EDM érzékenység 10^{-9} rad/s precessziós érzékenységet jelent, azaz egy kezdetben érintőirányú spin ilyen rátával emelkedne ki a pálya síkjából. Kiderül, hogy – többek között az általános relativitáselmélet következtében – a földi gravitációs tér is szisztematikus járulékot ad a fent említett EDM jelhez. Eredetének megértéséhez célszerű az (1) egyenletet relativisztikusan, szembeszökően kovariáns alakban felírni.

1. ábra. Relativisztikus töltött részecskék g -faktorát úgy mérik, hogy egy homogén mágneses mezőt tartalmazó kör alakú tárológyűrűben keringtetik őket. Ebben a situációban a spin a $\gamma\omega$ szögsebességgel a pálya síkjában precesszál, ahol „ a ” a mágnesesmomentum-anomália, ω a keringés körfrekvenciája és γ a Lorentz-faktor. A $\gamma\omega = qB/m$ segédösszefüggés miatt az „ a ” mágnesesmomentum-anomália meghatározhatóvá válik, amennyiben a q/m töltés/tömeg arányt pontosan ismerjük, valamint pontos magnetometriánk van. A pillanatnyi spinirányt például müonok esetén annak kihasználásával mérik, hogy müonbomlás esetén a kilépő bomlási elektron iránya – a gyenge kölcsönhatás tulajdonságai miatt – korrelált a spinnel. Továbbá azt a fontos trükköt használják, hogy a keringési sebességet speciálisan állítják be: a (2) egyenletben leírt situációt igyekeznek elérni, ekkor a spinprecesszió nem lesz érzékeny a B görbítőterén felül alkalmazott elektrosztatikus fókuszáló terekre, amelyek a nyalábot transzverzális irányban fogják össze. Ezt a beállítást *mágikus lendületek* hívják (helyesebb lenne a mágikus sebesség), és ez a trükk teszi lehetővé, hogy egyáltalán esély legyen a müonok mágnesesmomentum-anomáliájának 10^{-7} alatti relatív pontosságú meghatározására.

A $g-2$ mérő-tároló gyűrűk elve: vertikális mágneses térben a spin a pálya síkjában ($a\gamma\omega$) rátával precesszál



Befagyasztott spinű gyűrűkben a mágneses precessziót elektromos térrel kompenzálják: a spin mindig érintőirányú a pályára



2. ábra. Relativisztikus töltött részecskék EDM-jét úgy mérik, hogy egy homogén mágneses mezőt és hengeres elektromos mezőt tartalmazó, kör alakú tárológyűrűben keringtetik őket. A két görbítőteret úgy állítják be, hogy egyrészt a körmozgás feltétele teljesüljön, másrészt, hogy a $g-2$ miatti pálya síkjában történő spinprecessziót éppen kompenzálják. Ezt az elrendezést nevezik befagyasztott spinű (frozen spin) tárológyűrűnek. Ezen elrendezésben, ha az EDM (η) nem nulla, akkor az kiforgatja a spint a pálya síkjából. Transzverzális irányban – hasonlóan egy $g-2$ gyűrűhöz – szintén elektrosztatikus kvadrupól térrel fogják össze a nyalábot.

Spines töltött pont részecske (általános) relativisztikus dinamikája

Relativisztikusan egy (γ, w^a) párral tudunk jellemezni egy spines pont részecskét, ahol γ egy időszerű világvonala, w^a pedig egy a γ világvonal mentén értelmezett négyesvektormező, amely a spin pillanatnyi irányát írja le. A γ világvonal u^a négyessebességének definíciójából adódóan a világvonal minden pontjában teljesül az $u_a u^a = 1$ kényszer, valamint kvantummechanikai okokból, a spin definíciójából eredően a $w_a w^a = -1$ és az $u_a w^a = 0$ kényszereknek is teljesülniük kell, ahogyan azt a 3. ábra szemlélteti.

Az (1) Newton+TBMT-egyenletek alakja szembevetve kovariáns formalizmusban az alábbi

a) Newton-egyenlet a Lorentz-erővel:

$$u^a \nabla_a u^b = -\frac{q}{m} F^{bc} u_c \quad (4.a)$$

és b) TBMT-egyenlettel:

$$D_u^F w^b = -\frac{\mu}{s} \left(F^{bc} - u^b u_d F^{dc} - F^{bd} u_d u^c \right) w_c + \frac{d}{s} \left(\star F^{bc} - u^b u_d \star F^{dc} - \star F^{bd} u_d u^c \right) w_c, \quad (4.b)$$

ahol F_{ab} az adott külső elektromágneses tér térerősségtenzora, $\star F_{ab}$ annak a Hodge-duálisa, ∇_a a téridő szerinti kovariáns deriválás (infinitezimális parallel transzport) operátor, D_u^F pedig az u^a négyessebességgel jellemzett világvonal menti úgynevezett Fermi-Walker-deriválás operátora, amely a

$$D_u^F w^b = u^a \nabla_a w^b + w_a u^b u^a \nabla_a u^d - w_a u^d u^a \nabla_a u^b$$

formulával van értelmezve. A Fermi-Walker-deriváltoperátor definíció tulajdonsága, hogy a parallel transzportnak egy olyan minimálisan módosított változata, amely a transzport során a transzportált négyesvektorok egymáshoz viszonyított négyesszögét nem változtatja. Így a Fermi-Walker-transzport tulaj-

donképpen egy rigid, ortonormált bázis u^a menti parallel transzportját írja le. Ennél a tulajdonságánál fogva tekintik a Fermi-Walker-transzportot a relativisztikus pörgettyűmozgás modelljének (a szabad pörgettyűmozgás egyenlete $D_u^F w^b = 0$), amelyet például a Gravity Probe B [4] műholdkísérlettel is ellenőriztek általános relativisztikus esetben. Speciális relativisztikus határesetben a (4) Newton+TBMT-egyenletet számtalanszor ellenőrizték már: ezzel az egyenlettel tervezik a spinpolarizált nyalábok optikáját.

Emiatt jelenlegi ismereteink szerint a (4) Newton+TBMT-egyenlet általános relativisztikusan is érvényes modellje a töltött spines pont részecskék mozgásának adott elektromágneses és gravitációs háttérben.

Hasznos felidézni a $D_u^F w^b = 0$ szabad pörgettyű-egyenlet által leírt mozgási formák egyes speciális eseteit:

1. Szabad, azaz geodetikus mozgásokra ($u^a \nabla_a u^b = 0$) gravitációs térben:

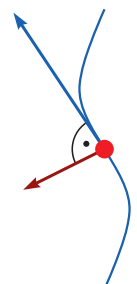
- Nem forgó test gravitációs terében (Schwarzschild-téridőben): *de Sitter*-precesszió.
- Forgó test gravitációs terében (Kerr-téridőben): *Lense-Thirring*-precesszió. (Ezt mérték ki a *Gravity Probe B* műholdas kísérlettel.)

2. Kényszerített mozgásokra ($u^a \nabla_a u^b =$ valami négyeserő):

- *Thomas*-precesszió. (Már speciális relativitáselméletben, azaz gravitáció nélkül is ad effektust.)

Fontos látni, hogy egy gyorsuló világvonal mentén transzportált szabad pörgettyű már a speciális relativitáselméletben másképp viselkedik, mint a nemrelativisztikus (newtoni) határesetben. Nemrelativisztikus esetben a pörgettyű igyekszik megőrizni eredeti irányát, így a spinvektor evolúcióját parallel transzport írja le. Relativisztikus esetben azonban a spin irányvektora a négyessebességre való ortogonalitás megőrzésére ($u_a w^a = 0$) törekszik. Emiatt, gyorsuló világvo-

3. ábra. Egy relativisztikus töltött spines pont részecske téridőbeli evolúciója egy időszerű világvonallal, valamint egy a mentén értelmezett, reá négyes-ortogonális spinirányú egységvektorral jellemezhető.



u^a a négyessebesség-mező a világvonal pontjaiban

w^a a spin négyesirányvektor a világvonal pontjaiban

(kényszerek: $u_a u^a = 1$, $w_a w^a = -1$, $u_a w^a = 0$)

nal mentén ($u^a \nabla_a u^b \neq 0$) a spin irányvektorának fejlődését a Fermi–Walker-transzport írja le a paralell transzport helyett, és ugyanezen ok miatt a spin irányvektora úgynevezett *Thomas-precessziót* kénytelen elszenvedni. Amennyiben a részecske mágneses momentummal is rendelkezik, akkor a spinre az külön forgatónyomatékkal hat, amelyet *Larmor-precesszió-nak* neveznek. Összességében tehát egy mágneses momentummal bíró spines pont részecskére a kinematikai eredetű (Thomas, 5. egyenlet bal oldala okozza) precesszió és elektromágneses eredetű (Larmor, 5. egyenlet jobb oldala okozza pluszban) precesszió eredője hat:

$$D_u^F w^b = -\frac{\mu}{s} \left(F^{bc} - u^b u_a F^{dc} - F^{bd} u_a u^c \right) w_c. \quad (5)$$

Általános relativisztikus korrekciók földi tárológyűrűkben

A földi tárológyűrűs kísérletek a földkérgen ülnek és nem szabadon propagálnak az égitestek gravitációs terében, ezért ezen elrendezések elvileg érzékenyek lehetnek a földi gravitációs tér hatásaira. (Az ekvivalenciaelv eleve nem ejti ki a földi gravitációs járulékot.) Az elmúlt években néhány szerző felvetette [5], hogy akár műion $g=2$ kísérletekben számottevő szisztematikus járulékot adhat a Föld. Konkrét számolás [6] azt mutatja, hogy ha a tárológyűrű vízszintesen ül a földkérgen, akkor a szóban forgó általános relativisztikus korrekció mind a Thomas-, mind a Larmor-precesszióra nyalábradiális irányú lesz. Emiatt pedig a $g=2$ kísérletekhez az általános relativisztikus járulék eleve kicsi, másodrendű lesz, konkrétan $\approx 10^{-21}$ nagyságrendű relatív hibát okozva. A befagyasztott spinű (EDM-mérő) tárológyűrűkhöz azonban koherensen hozzáadódó járulékot okoz a földi gravitációs tér: egy hamis EDM-szerű jelet indukál, nevezetesen a spint az EDM-hez hasonlóan kitekeri a pálya síkjából, $-a\beta\gamma g/c$ szögsebességgel, ahol g a Föld felszínén mért gravitációs gyorsulás. Mivel $g/c \approx 33$ nrad/s, és amennyiben az $|a\beta\gamma| \approx 1$ nagyságrend elérhető, akkor a szóban forgó hamis EDM jel az elérni kívánt EDM érzékenységnek körülbelül tízszerese lesz, tehát igencsak mérhetőnek várjuk. A kísérlet tényleges elvégzéséhez az egyik legjelentősebb problémát az okozza, hogy a (3) értelmében az általános relativisztikus jel intenzitását jellemző $|a\beta\gamma|$ mennyiség függvényében a befagyasztott spinű állapot eléréséhez szükséges elektromos E görbítő tér $\sim O(|a\beta\gamma|^3)$ módon nő és $\sim O(|a|^{-2})$ módon csökken $|a|$ függvényében. Észszerű, azaz például tíz méter nyalábgörbületi sugarat, és megvalósítható elektrosztatikus görbítő teret (maximum 8 MV/m) feltételezve az adódik [7], hogy csak nagy mágnesesmomentum-anomáliájú (nagy $|a|$ -jú) részecskék jöhetnek szóba. Ilyeneket szerencsére találunk: spinpolarizált proton, trícium vagy hélium-3 atommagnyalábokkal megvalósíthatónak tűnik egy ilyen mérés, amelyet az általános

relativisztikus jelre optimalizálhatunk. Ezen nyalábok spinpolarizált gyorsítása és polarimetriája a jelenlegi technológiák mellett már megoldható.

A gravitációs járulék értelmezéséhez érdekes megnevezni, hogy mi lenne a szóban forgó szisztematikus effektusra a jóslat nem általános relativisztikus modellben. A számolást speciális relativisztikus (Minkowski-téridős) modellben megismételve, ám a g gravitációs gyorsulást, mint külső erőt kézzel előírva a

$$-(1+a) \frac{\beta\gamma g}{c}$$

predikciót kapjuk. Ebből következik, hogy az effektus egy részét valóban szigorúan az általános relativitáselmélet okozza, a $(1+a)$ arányban, és nem írható le newtoni fizikával. Elmondhatjuk tehát, hogy egy nagy mágnesesmomentum-anomáliájú részecskével végzett befagyasztott spinű tárológyűrűs kísérlet egy eddig nem tesztelt tartományban ellenőrizhetné az általános relativitáselméletet: mikroszkopikus részecskékre, relativisztikus sebességeknél, nem-tehetetlenségi világvonalakra, és nem csupán a tömegvonzás lenne tesztelve, hanem az általános relativitáselmélet tenzori jellege is.

A befagyasztott spinű tárológyűrűkkel való mérés egyik legnagyobb nehézsége, hogy a nyalábradiális irányú, nemkívánatos maradék mágneses tér igen nagy szisztematikus háttérrel ad az EDM, illetve az általános relativisztikus jelhez képest. Jelen állás szerint ez vezető rendben orvosolható lenne egy olyan elrendezéssel, amelyben kétfajta részecskenyalábot ugyanabban a tárológyűrűben hoznak befagyasztott spinű konfigurációba [7, 8], például a proton- és a hélium-3-nyaláb párosítás alkalmas erre. Az elképzelés szerint a szóban forgó háttérrel a kétféle nyalábra mért precessziós ráta súlyozott összegéből ki lehet ejteni, amely eljárás az általános relativisztikus jeleket ráadásul konstruktívan kombinálja, tehát kiemeli. A kísérlet megvalósítására ebben az évtizedben sor kerülhet, a CPEDM kollaboráció által javasolt kísérletben.

Irodalom

1. S. R. Mane, Y. M. Shatunov, K. Yokoya: Spin-polarized charged particle beams in high-energy accelerators. *Rept. Prog. Phys.* 68 (2005) 1997.
2. J. P. Miller, E. de Rafael, B. L. Roberts: Muon ($g=2$): experiment and theory. *Rept. Prog. Phys.* 70 (2007) 795 [arXiv:hep-ph/0703049].
3. Y. Semertzidis: Storage ring EDM experiments. *Eur. Phys. J. Web. Conf.* 118 (2016) 01032.
4. C. W. F. Everitt et al: Gravity Probe B: final results of a space experiment to test General Relativity. *Phys. Rev. Lett.* 106 (2011) 221101 [arXiv:1105.3456].
5. T. Morishima, T. Futamase: Post-Newtonian effects of Dirac particle in curved spacetime – I: magnetic moment in curved spacetime. [arXiv:1801.10244, arXiv:1801.10245], arXiv:1801.10246].
6. A. László, Z. Zimborás: Quantification of GR effects in muon $g=2$, EDM and other spin precession experiments. *Class. Quant. Grav.* 35 (2018) 175003 [arXiv:1803.01395].
7. A. László: General relativity experiment with frozen spin rings. *Proceedings of Science SPIN2018* (2019) 182 [arXiv:1901.06217].
8. R. Talman: A doubly-magic storage ring EDM measurement method. [arXiv:1812.05949].