

Statisztikai elemzés: a Python 2.7.12 programnyelv Scipy statisztikai függvénymodulját felhasználva, páros Wilcoxon-tesztet végeztünk a T^* és w^* küszöbértékekre, valamint a Δt időkézésre, hogy különbséget keressünk a mű zebrabőrrel bevont hordó és a szürke ló-, szürke marha-, valamint valódi zebrabőrrel bevont hordók maghőmérsékletei között, amikor az N esetszám (a pillanatnyi w és $T_{\text{lég}}$ értékekre teljesült a $w < w^*$ és $T_{\text{lég}} > T^*$ feltétel) nagyobb volt, mint 20.

Folytatás a következő számban.

Irodalom

1. A. R. Wallace: Mimicry and other protective resemblances among animals. *Westminister Foreign Quarterly Reviews* 32 (1867) 1–43.

2. C. R. Darwin: *The Descent of Man, and Selection in Relation to Sex*. John Murray, London (1871) Vol. 2, 302.
3. T. Caro: *Zebra Stripes*. University of Chicago Press, Chicago, London (2016)
4. Á. Egri, M. Blahó, G. Kriska, R. Farkas, M. Gyurkovszky, S. Ákesson, G. Horváth: Polarotactic tabanids find striped patterns with brightness and/or polarization modulation least attractive: an advantage of zebra stripes. *Journal of Experimental Biology* 215 (2012) 736–745.
5. B. Larison, R. J. Harrigan, H. A. Thomassen, D. I. Rubenstein, A. M. Chan-Golston, E. Li, T. B. Smith: How the zebra got its stripes: a problem with too many solutions. *Royal Society Open Science* 2 (2015) 140452.
6. T. Caro, A. Izzo, R. C. Jr. Reiner, H. Walker, T. Stankowich: The function of zebra stripes. *Nature Communications* 5 (2014) 3535.
7. G. Horváth, Á. Pereszlényi, D. Száz, A. Barta, I. M. Jánosi, B. Gerics, S. Ákesson: Experimental evidence that stripes do not cool zebras. *Scientific Reports* 8 (2018) 9351.

A FIZIKA TANÍTÁSA

A KIFORDÍTOTT KÖRHINTA, AMELYEN ÉLÜNK

Bokor Nándor
BME Fizika Tanszék

A sebesség illúzió, a gyorsulás nem

Képzelnék el két űrhajót, amint kikapcsolt hajtóművel elsuhannak egymás mellett a világűrben. (Az űrhajók ablakai el vannak sötétítve, nem lehet kinézni rajtuk.) Mind a két űrhajó mozog? Vagy az egyik áll, és csak a másik mozog? Ezek a kérdések önmagukban értelmetlenek. Semmivel sem jogosabb például az elsőt állónak és a másodikat mozgónak tekinteni, mint fordítva. Ha a második űrhajót hirtelen eltávolítjuk, és csak a – változatlanul ugyanúgy suhanó – első űrhajóra összpontosítjuk figyelmünket, annak jogosága is megszűnik, hogy egyáltalán mozgásról beszéljünk. Értelmetlen például az a kérdés, hogy a magára maradt első űrhajó *milyen irányban* mozog a térben. Az űrhajósok – külső viszonyítási pont híján – egy ilyen kérdésre nem tudnának mit felelni: *semmilyen irányban* nem éreznek semmi különlegeset, hiszen szabadon lebegnek az űrhajó belsejében. (Ezt az állapotot nevezzük súlytalanságnak.)



Bokor Nándor egyetemi docens a BME-n szerzett villamosmérnök-diplomát 1993-ban, majd ugyanott fizikából PhD fokozatot 1999-ben. Munkájában – az optika számos területén végzett kutatásai mellett – legszívesebben a fizika, azon belül kiemelten a relativitáselmélet oktatásának pedagógiai kérdéseivel foglalkozik. Ez utóbbi témában számos publikációja jelent meg a *Fizikai Szemlében*, valamint a *Physics Education* és a *European Journal of Physics* folyóiratokban.

Más a helyzet, ha a magányos űrhajó hajtóműve be van kapcsolva, vagy ha az űrhajót előzőleg megforgatták. Ilyenkor az űrhajósok – feltéve, hogy az űrhajóhoz képest nyugalomban vannak, azaz például be vannak csatolva az ülésükbe, vagy kapaszkodnak egy korlátba – *éreznek* valamit. Az ülés vagy a korlát *nyomja vagy búzza* őket egy bizonyos irányba, és ezt az irányt meg tudják állapítani anélkül, hogy kinéznének az ablakon. Azt mondjuk ilyenkor, hogy eredő erő hat rájuk, ami az erő irányába *gyorsítja* őket. A gyorsulás tehát olyan fajta állapot, amit – a sebességgel ellentétben – az űrhajósok ténylegesen *átélnék*, nagyságát és irányát behunyt szemmel is érzékelik. (Hasonló módon a beépített gyorsulásmérőjüket az okostelefonok „behunyt szemmel is” tudják alkalmazni, míg sebességméréshez muszáj magukat külső tárgyakhoz pozicionálni, például a GPS-vevőjükkal.)

Összefoglalva a fentieket: a sebesség relatív fogalom (csak más testekhez viszonyítva van jelentése, „nem érezzük”), a gyorsulás pedig „abszolút fogalom” („érezzük magunkon”, kimutatásához nincs szükségünk arra, hogy más testhez viszonyítsuk a helyzetünket).

A gyorsulást *erő* okozza, ezt tekinthetjük akár az erő definíciójának is. A gyorsulást érezzük, tehát a ránk ható erőt is érezzük. Érezzük, amikor valaki megrúg minket, amikor nekiütközünk egy falnak, amikor megragadják a karunkat és hirtelen odébb rántanak bennünket stb. (Egy kiterjedés nélküli, ideális tömegpont természetesen nem érezhet semmit. Az emberi érzékelés részletei – még tisztán fizikai szempontból is – bonyolultak, hiszen idegrendszerünk

végző soron a minket felépítő „tömegpontok” relatív elmozdulásait méri, és ebből következtet arra, hogy erőhatás ért bennünket. A cikk mondanivalója szempontjából azonban szükségtelen ezen részletekbe belemenni, megelégedhetünk azzal az intuitív képpel, hogy gyorsulásunkat és a ránk ható erőt valóban érezzük, sebességünket azonban nem.)

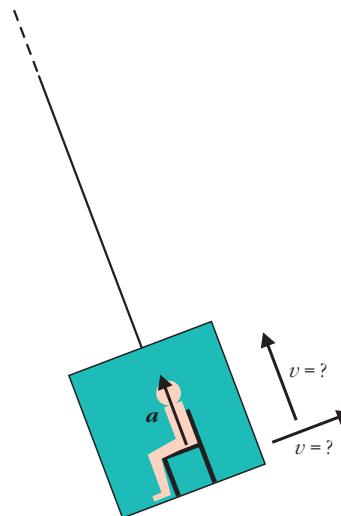
Mozog-e a Föld?

Ezek után elgondolkozhatunk azon, hogyan helyes értelmezni a *Galileinek* tulajdonított híres kijelentést: „És mégis mozog a Föld!” Mit jelent itt a „mozog” szó? (Ez nagy horderejű kérdés, kicsit drámaian azt is mondhatjuk, hogy néhány száz évvel ezelőtt emberéletek múltak rajta.) Egészen biztosan *nem* arról van szó, hogy a Földnek nullától különböző *sebessége* van a Naphoz, a bolygókhoz, a csillagokhoz képest: ez ugyan kétségtelenül igaz, de ezt korábban sem vitathatta senki. *Pontosan* ugyanilyen jogos ugyanis azt mondani, hogy ezek az égitestek mozognak a Földhöz képest. A cikk első bekezdésében láttuk, hogy a két kikapcsolt hajtóművel suhanó űrhajó között – márpedig ilyen kikapcsolt hajtóművel suhanó űrhajók a Nap, a Föld, a bolygók és a csillagok is! – nincs kitüntetett szereposztás, csak a *relatív* sebességeknek van fizikai jelentése. Nincs tehát értelme azon veszekedni, hogy a Nap és a Föld, mint tömegpontok közül melyik áll és melyik mozog, a szerepek bárhogyon kioszthatók közöttük. Még provokatívabban megfogalmazva: nem pusztán ízlés kérdése egyenrangú kijelentésnek tekinteni azt, hogy a Nap kering a Föld körül, azzal, hogy a Föld kering a Nap körül: maga a Természet nem tesz különbséget a két látásmód között. (Jogos ellenvetésnek tűnik a fentiekre, hogy a Föld és a Nap kettősére nem alkalmazható a két kikapcsolt hajtóművű űrhajó analógiája, hiszen – ellentétben az űrhajókkal – ők nagy gravitációs *erőt* fejtenek ki egymásra, és a Nap gravitációs ereje sokkal jobban *gyorsítja* a Földet, mint a Föld (ugyanakkora) gravitációs ereje a sokkal nagyobb tömegű Napot. Ez azonban nem igaz, mert – mint később látni fogjuk – a „gravitációs erő” és az általa okozott „gyorsulás” ugyanúgy illúzió, mint a sebesség: ezeket *sem érzi* senki.)

Ahhoz tehát, hogy az „És mégis mozog a Föld!” állításnak igazi tétje legyen, muszáj, hogy a „mozog” szót – ellentétben a köznapi használatával – ne a sebességre, hanem a Föld belső mérésekkel is kimutatható, átélhető mozgásjellemzőjére, azaz *gyorsulására* értsük. Fogalmazzuk meg az állítást tehát így: „És mégis gyorsul a Föld”, vagy még pontosabban – de most már egyre kevésbé elegánsan – így: „És mégis gyorsul a Földön ülő megfigyelő.” Igaz-e ez az állítás?

A körhinta

Mielőtt a kérdésre válaszolnánk, egy kis kitérő. A továbbiakban fontos szerepet fog játszani a *körmozgás* fogalma, fontos tehát, hogy körültekintően definiál-

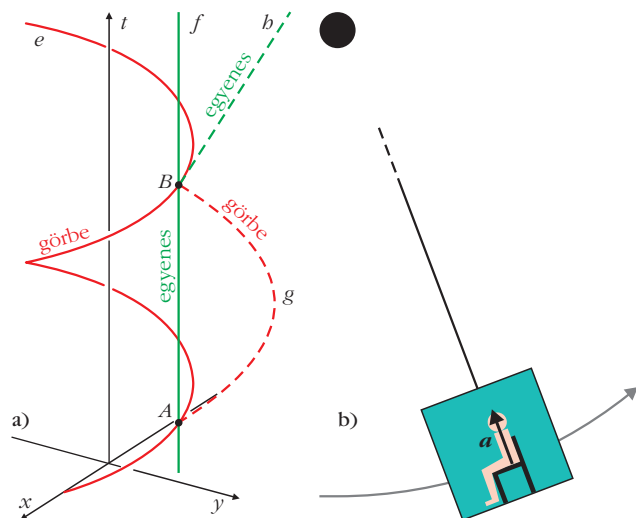


1. ábra. Kötélnél fogva gyorsított űrkabin.

juk, mit értünk alatta. (A „körmozgás” és a „körhintán utazás” kifejezéseket rokonértelműként fogom használni.) A körmozgást az előző szakaszban leírtaknak megfelelően *átélt élményként* akarom megfogalmazni, tehát a „körmozgás illúzióját” (amikor például egy korcsolyázó piruettezik, és az ő nézőpontjából a nézőtérén ülök mind „körmozgást végeznek”) nem akarom a valódi körmozgások közé sorolni. Motivációnk az, hogy olyan receptet adjunk az űrhajós kezébe, amelyet követve *lokális mérésekkel* megállapíthatja – anélkül, hogy kinézne az ablakon és saját magát kinti tárgyakkhoz pozicionálná –, hogy űrkabinja körpályán mozog-e vagy nem. Azzal, hogy „a pálya alakja kör”, nem nagyon jutunk előbbre, mert ehhez a megállapításhoz külső nézőpont kell, azonkívül a pálya kör alakja csak egy bizonyos nézőpontból igaz, amelyben például a középpont áll.

Tudjuk, hogy az (egyenletes) körmozgás során a tömegpont gyorsulása állandó nagyságú és merőleges a sebességre. Ez már részben segítség, hiszen a körpályán keringő űrhajós *érzi* ezt az állandó gyorsulást. A sebességet viszont nem, és így azt sem, hogy a gyorsulás minden pillanatban a sebességnek csak az irányát változtatja-e (egyenletes körmozgás), csak a nagyságát (egyenestől, egyenletesen gyorsuló mozgás), esetleg mindkettőt (görbe vonalú, egyenletesen gyorsuló mozgás). (Megjegyzés: A cikkben szereplő körhinták *nagy méretűek*, azaz a pálya sugarához képest az űrhajóst elhanyagolható méretűnek tekintem. Ekkor az űrhajós egyes tömegpontjainak gyorsulásvektora mind párhuzamos és egyforma nagyságú; az űrhajós „nem szédül”, és számára az egyenletes körmozgás valóban olyannak érződik, mint egy egyenletesen gyorsuló egyenes vonalú mozgás.)

Tegyük fel például, hogy egy űrkabinhoz kívülről hosszú kötélen van erősítve, amely megfeszül, bent az űrhajós pedig érzi, hogy a testét alulról egyenletes erővel nyomja az űrkabin ülése. Ez jelentheti például azt is, hogy (1) a kabin a kötélnél fogva egy űrhajó egyenletesen gyorsulva húzza előre, vagy azt is, hogy



2. ábra. Körhinta.

(2) egy hatalmas űrbázis nagy sugarú körpályán pörgeti (1. ábra). Az űrhajós belső mérésel miként derítse ki, hogy melyik eset igaz? A megoldás: fogjon a kezébe egy tömegközéppontjában alátámasztott pörgettyűt (lehet elemmel működő, motoros változat is, hogy a súrlódási lassulás miatt ne kelljen aggódni), állítsa a pörgettyű forgástengelyét a gyorsulásvektor irányába, és figyelje, hogy a forgástengely és a gyorsulásvektor egymással bezárt szöge hogyan változik. Ha a pörgettyű forgástengelye állandó szögsebességgel elfordul a gyorsulásvektorhoz képest, akkor az űrhajós tudni fogja: körhintán ül. További dolgokat is megállapíthat:

1. A körpálya középpontja arra van, amerre a gyorsulásvektor mutat (ezt mostantól centripetális gyorsulásnak hívhatjuk),

2. A körmozgás szögsebessége akkora, amekkora a pörgettyű forgástengelyéé¹ az űrkabinban, csak ellenkező irányú.

3. A centripetális gyorsulás mért nagyságából és a mért szögsebességből megállapíthatja a körpálya sugarát is.

A 2.b ábra az űrbázist (fekete kör) és az űrbázis által kötélén megpörgetett űrkabint (négyzet alakú szoba) mutatja, a 2.a ábra pedig e mozgás 3D tér-idő-diagramja, az űrbázishoz rögzített inerciarendszerből nézve. E vonatkoztatási rendszerben az űrbázis nyugalomban van az origóban, tehát világvonala a tér-idő-diagram t tengelye. A keringő űrkabin világvonala a t tengelyre felcsavarodó, e jelű spirálvonal. A 2.a ábrára néhány további világvonalat is berajzoltam. Az f jelű vonal egy olyan űrkabint ábrázol, amely szabadon, az űrbázishoz képest mozdulatlanul lebeg, és szabályos időközönként találkozik a körpályán keringő űrkabinnal (például az A és B eseményekben). A g

görbe egy olyan, hajtóművel ellátott űrszonda mozgását ábrázolja, amely a keringő űrkabin mellől indul (A esemény), előbb eltávolodik tőle, majd lefékez, visszafordul és gyorsulva ismét találkozik vele (B esemény). Végül a b világvonal azt mutatja, hogy a tér-időben milyen utat követ egy olyan labda, ami a keringő űrkabin külső falához volt ragasztva, de a ragasztó a B eseményben hirtelen elengedett: a labda nem gyorsul tovább, érintőirányban indulva egyenletes mozgással távolodik az űrbázistól. Másképp megfogalmazva: a továbbra is körpályán keringő űrhajóshoz képest a pálya közepe (t tengely) és az elengedett labda (b világvonal) egymással *átellenes oldalra* kerül.

Egy világvonalat definíció szerint *egyenesnek* nevezünk, ha az objektum, amely az adott világvonalat követi, *nem él át gyorsulást*; ha pedig az objektum *gyorsul*, a világvonala *görbe* (a gyorsulás iránya és nagysága megadja, hogy világvonal merre görbül és milyen mértékben). Ráírtam az ábrára, hogy melyik világvonal egyenes és melyik görbe. Vigyázni kell: egy világvonal nem attól lesz egyenes, hogy az ábrán annak néz ki, hanem a két mondattal ezelőtti definíció alapján. A 2.a ábra csupán egy „térkép” a tér-idő egy adott tartományáról. Ezt a térképet most olyan szerencsésen sikerült megrajzolni, hogy rajta az egyenes világvonalak tényleg egyenesnek, a görbe világvonalak pedig tényleg görbének néznek ki, ez azonban nem szükségszerűen van így, és – mint látni fogjuk – van, amikor a térképet *nem is lehet* így megrajzolni. (Sík tér-időben viszont lehet, és a 2.a ábra éppen ilyen tér-időtartományt ábrázol. Lásd *Záró megjegyzések!*)

Most, hogy gondosan definiáltuk a körmozgást, az előző szakasz végén szereplő kérdést ebben a formában tegyük fel: körhintán utazunk-e, amikor a Föld felszínén ülünk?

A newtoni mechanika válasza: a földfelszín kettős körhinta

A newtoni nézőpont szerint a Földön ülő megfigyelő *kettős körhintán* utazik, kétféle gyorsuló mozgást is végez. Az első körhinta a Föld *keringő* mozgása a Nap körül (a *Kepler* által megállapított ellipszispályát itt az egyszerűség kedvéért körnek veszem). A gondolatmenet szerint a körpályára kényszerítő erő a Nap gravitációs ereje, ez szolgáltatja a Föld (és a földlakók) centripetális gyorsulását. Ebben a (hibás) értelmezésben a 2. ábra tér-idődiagramján a t tengely megfeleltethető az álló Napnak, és az e világvonal érvényes módon leírhatja a keringő Földet.

A másik körhinta a Föld saját tengelye körüli *forgó* mozgásából adódik: a gondolatmenet itt az, hogy ha valaki az Egyenlítőnél egy szobában ül, akkor a Föld lefelé mutató gravitációs erejének és a szék felfelé mutató nyomóerejének a vektori eredője szolgáltatja a körmozgáshoz szükséges, a Föld forgástengelye felé mutató centripetális gyorsulást. E szerint a (megint

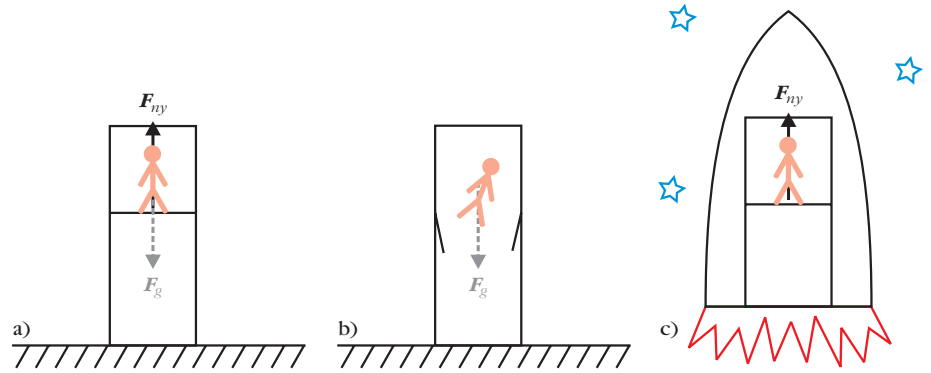
¹ Itt eltekintettem a Thomas-precessziótól [1], ami a pörgettyűnek az űrhajós által mért szögsebességét elhangolja a körmozgás szögsebességéhez képest. A Thomas-precesszió csak a fénysebességgel összemérhető kerületi sebességek – ami a vizsgált példában messze nem teljesül – esetén számottevő hatás.

hibás) értelmezés szerint a 2. ábra téridődiagramját erre a második körhíntára is használhatjuk: a t tengely most a Föld középpontjának világvonalára, és az e világvonalat követi a szobában ülő ember.

Gravitációs erő nincs

A newtoni gondolatmenettel az a baj, hogy az előző szakaszban felsorolt három erő (a Nap gravitációs vonzóereje, a Föld gravitációs vonzóereje és a szék nyomóereje) közül a széken ülő ember csak az egyiket *érzi*, a szék nyomóerejét. Az, hogy például a Föld lefelé mutató „gravitációs húzóerejét” nem érezzük [2], könnyen belátható az alábbi gondolatmenettel.

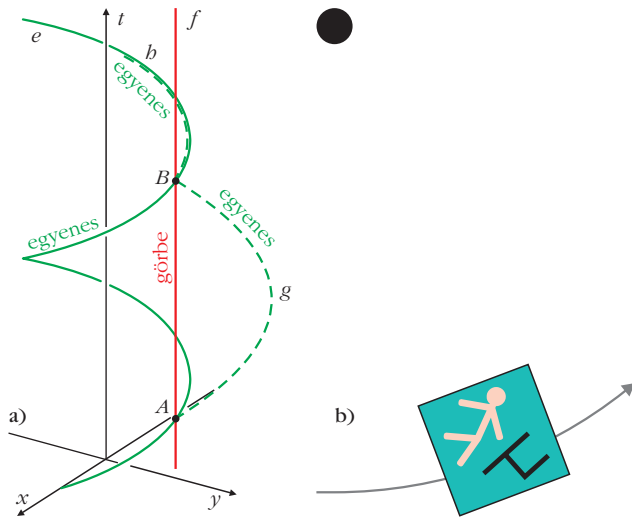
A 3.a ábra egy embert mutat, aki a Föld felszínén egy toronyszobában áll. A newtoni mechanika szerint az ábrába berajzolt két erő hat rá: a Föld F_g gravitációs ereje és a padló F_{ny} nyomóereje. Valóságos erő-e mind a kettő? Az biztos, hogy az illető nem szabadon lebeg, érzi, hogy teste hosszirányban össze van nyomva. De melyik erő okozza ezt az érzetet? A gravitációs erő, a nyomóerő, esetleg együtt a kettő? A kérdés a következőképpen dönthető el: szüntessük meg előbb az egyik erőt úgy, hogy csak a másikat hagyjuk meg, majd a másik erőt úgy, hogy csak az egyiket hagyjuk meg, és kérjük meg a toronyban levő embert, hogy behunyt szemmel számoljon be róla: a két esetben hogyan változtak meg érzetei az eredeti helyzethez képest, amikor még mindkettő erő hatott rá. Az első esetet mutatja a 3.b ábra. A toronyszoba padlója egy csapóajtó, amely hirtelen kinyílik, azaz az F_{ny} nyomóerőt sikeresen megszüntettük, míg a Föld továbbra is a helyén van, tehát F_g változatlan. Megváltoztak-e az ember érzetei? Meg bizony: behunyt szemmel most azt érzi, hogy már nem nyomja össze a testét semmi, szabadon lebeg (valójában esik a Föld középpontja felé, de a lényeg, hogy – ha a légellenállástól eltekintünk – behunyt szemmel nem érzékeli, hogy bármilyen irányban gyorsulna). *Semmilyen* erőt (húzást, nyomást stb.) nem érzékel. Ebből rögtön két következtetés adódik: egyrészt a padló nyomóereje igazi erő volt, mert amikor „kivettük a rendszerből”, érzetünk rögtön megváltozott. Másrészt kénytelenek vagyunk megállapítani, hogy a Föld gravitációs „ereje” fizikailag nem valóságos, fiktív fogalom, mert amikor elvileg csak az hat ránk (3.b ábra), akkor nem érezzük, hogy bármilyen erő hatna ránk. Az ellenkező szereposztással lefolytatott második kísérlet (3.c ábra) csak megerősít bennünket ezen következtetésekben. Itt úgy alakítjuk a körülményeket, hogy a kísérleti alanyra továbbra is hasonn a padló nyomóereje, az F_g viszont ne legyen ott. Az F_g megszüntetéséhez az kell, hogy a Földtől eltávolodjunk a világűrbe, viszont hogy az F_{ny} megmarad-



3. ábra. Gravitációs erő nincs.

jon, a tornyot muszáj egy gyorsuló űrhajó belsejébe tennünk. Ezután kikérdezzük behunyt szemű kísérleti alanyunkat. Ő *semmilyen különbségről* nem fog beszámolni a 3.a ábrán mutatott kiindulási állapothoz képest. Ebből ismét arra kell következtetnünk, hogy ha egy „erő” kitörlése a rendszerből nem jár semmiféle érzetváltozással, akkor az az „erő” eleve nem létezett.

A mechanikában máshol is használunk fiktív „erőket”: amikor nem inerciarendszerbeli nézőpontból írunk le mozgásokat. Ilyen vonatkoztatási rendszerben Newton 2. törvénye nem érvényes, de mégis változatlan matematikai alakban szeretnénk használni. Ahhoz, hogy ezt megtehesük – és mégse kapjunk hamis eredményt –, a vizsgált tárgyra ténylegesen ható erők mellé további algebrai tagokat is oda kell írunk. Ezeket a plusz tagokat tehetetlenségi „erőknek” nevezzük (transzlációs tehetetlenségi „erő”, Coriolis-„erő”, centrifugális „erő”, Euler-„erő”). Ebben a bekezdésben az „erő” szót nem véletlenül tettem kényszeresen annyiszor idézőjelbe, ezzel azt akarom kihangsúlyozni, hogy a tehetetlenségi „erők” fizikailag nem léteznek, rajtuk nincs mit érezni. (Képzeljünk el, hogy valaki egy szobában guggológyakorlatokat végez, és ezért a levegőben egyhelyben zümmögő méhecskét fel-le mozogni látja. Természetesen elemézheti a méhecske mozgását a saját, nem inerciarendszeréből nézve – ilyenkor első „csalásként” felírja Newton 2. törvényét, második „csalásként” pedig a méhecskére ható erők közé nem létező tehetetlenségi „erőket” is felsorol –, de senki sem gondolhatja, hogy ezeket a fel-le mozgásért felelős tehetetlenségi „erőket” a méhecske ténylegesen érzi.) Pontosan ilyen szempontból kell a gravitációs erőt is az idézőjeles „erők” közé sorolni. A matematikai képletek is árulkodók. A tehetetlenségi „erők” mindegyikének képletében szerepel az m , a test tehetetlen tömege (ezért is hívjuk őket tehetetlenségi erőknek). A gravitációs „erő” képletében ugyan egy másik jelentésű m betű, a test gravitációs töltése, más néven „súlyos tömege” szerepel, viszont gondos mérésekből úgy tűnik, hogy minden testre a kétféle m ugyanaz a szám (tehát jogos őket azonos szimbólummal jelölni). A matematikai képletek ezen összhangja is erősen utal arra, hogy a gravitációs „erő” a fiktív tehetetlenségi „erőkkel” azonos kategóriába tartozik.



4. ábra. Nem körhinta.

A Föld: kifordított körhinta

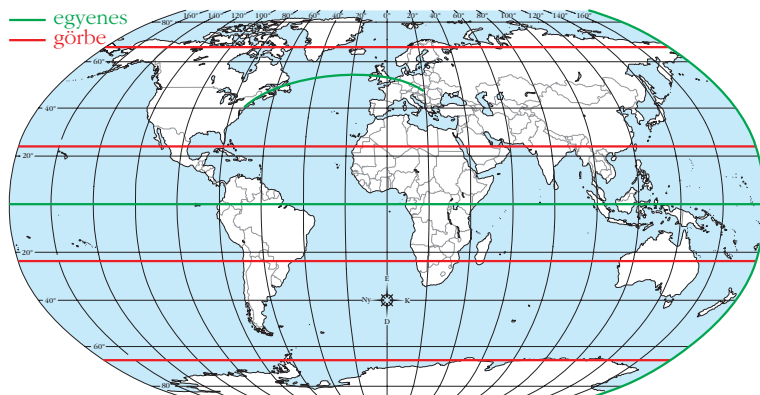
Láttuk, hogy a newtoni gondolatmenet szerint a földfelszín „kettős körhinta”-jellegű mozgásának első eleme a Nap körüli keringés. Ez egy speciális „körmozgás”-fajta, amelyben a „centripetális gyorsulást” teljes egészében a gravitációs „erő” okozza. Ez azonban *nem körmozgás* abban a szűkebb értelemben, ahogy a cikkben a mozgást *átélhető jelenségként*, gyorsulásként definiálom. A Föld tömegközéppontja – mivel a gravitációs „erő” nem erő – gyorsulásmentesen halad a téridőben. Ez követhető a 4. ábrán. Gondolhatunk a 4.a ábra téridődijagramjára például úgy, hogy az a Naphoz rögzített vonatkoztatási rendszerben mutatja a Nap világvonalát (t tengely), és a Föld Nap körüli keringő mozgását (e világvonal). Egy másik példa (amelyben a Nap – Föld szereposztást átveszi a Föld – Nemzetközi Űrállomás szereposztás, de a lényeg ugyanaz): a 4.a ábra a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben ábrázolja a Föld körül kikapcsolt hajtóművel keringő Nemzetközi Űrállomás mozgását, ekkor a t tengely a Föld világvonala, és az e vonal ábrázolja a körülötte keringő Nemzetközi Űrállomást. Ehhez az utóbbi példához illeszkedik a 4.b ábra is, ahol a kis fekete kör jelképezi a Földet, a négyzet

pedig a Nemzetközi Űrállomást, amelybe egy szabadon lebegő űrhajóst is berajzoltam, illetve egy olyan széket is, amelyet nem rögzítettek. Az f jelű vonal ebben a példában egy olyan űrhajót jelképez, amely *bekapcsolt hajtóművel*, a Föld középpontjától azonos távolságban tartja a pozícióját, és periodikusan találkozik a Nemzetközi Űrállomással (például az A és B eseményekben). A g világvonal egy olyan kisméretű, *hajtómű nélküli* űrkabin, amelyet a Nemzetközi Űrállomásról lőnek ki (A esemény), kezdősebességét gondosan úgy megválasztva, hogy bizonyos ideig távolodjon a Földtől, majd magától megforduljon, közeledjen és éppen a B eseményben térjen vissza a Nemzetközi Űrállomáshoz. (Az f és g világvonalat követő objektumok természetesen valójában nem léteznek, csak pedagógiai okból képzeltem őket oda.) Végül a b világvonal azt mutatja, milyen utat követ a téridőben egy olyan labda, amit a Nemzetközi Űrállomáson egy űrhajós tartott a kezében, és a B eseményben elengedett.

A Föld körül keringő Nemzetközi Űrállomás belsejében szabadon lebegő (és nem forgó) űrhajós *nem* körhintán utazik, hiszen lokális mérései során nem tapasztal olyat, ami körmozgásra utalna (lásd *Körhinta* című szakasz). Semmilyen irányban nem érez gyorsulást, szabadon lebeg. Világvonala ezért *egyenes*. Az f jelű űrhajó a Föld felé irányított, bekapcsolt hajtóművel tud csak a helyén maradni, a benne levő űrhajósok ezért folyamatosan gyorsulást éreznek a Földtől elfelé mutató irányban, ők tehát *görbe* világvonalon mozognak. A g űrkabin szintén nem érez gyorsulást, tehát a világvonala *egyenes*. Végül az űrhajós kezéből elengedett labda (amely szintén gyorsulásmentesen mozog, és ezért egyenes világvonalat követ) most nem kerül az űrhajóshoz képest a keringési pálya közepével (a Föld középpontjával) átellenes oldalra, hanem szorosan az űrhajós mellett marad.

A 4.a ábra téridődijagramján a feliratok látványosan nem felelnek meg annak, amit a vonalakról ránézésre mondanánk, de nem szabad elfelejtenünk, hogy a téridődijagramok csupán térképek, amelyek sokszor torzítva ábrázolják a valóságot. Árajzolhatnánk-e úgy ezt a téridődijagramot, hogy az egyenes világvonalak valóban egyenes vonalként jelenjenek meg az ábrán? *Nem*. Az A és B eseményeket például két különböző egyenes világvonal is összeköti, ezt pedig lehetetlen az euklideszi térben ábrázolni (ahol két pont között mindig csak egy egyenes húzható). Ebből levonható a következtetés, hogy a 4. ábra nem euklideszi, *görbüлт téridőirtartományt* ábrázol. A fő tanulság itt az, hogy egy térkép kinézetét nem szabad túlságosan komolyan venni. Mindennapi életünkben is találkozunk olyan térképekkel, amelyek az egyenes és görbe vonalakat csalókan ábrázolják. Egy ilyen példát mutat az 5. ábra, amely síkon próbálja ábrázolni a Föld hosszúsági és szélességi vonalait, illetve egy New York – Budapest repülőjá-

5. ábra. Ahogy az egyenes és görbe vonalak megjelenhetnek egy térképen.

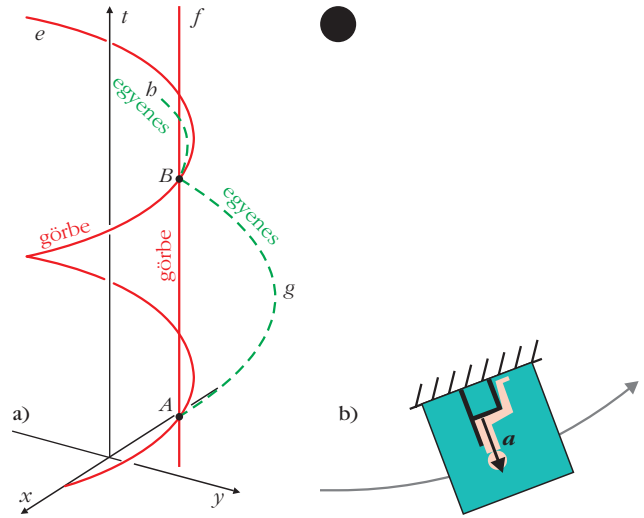


rat útvonalát. (A földgömb egyenesei a főkörök [3], minden más vonal görbe. Itt az egyeneseket természetesen nem a gyorsulásmentes mozgással definiáljuk, hiszen a Föld térképe nem téridőben ábrázol vonalakat. A leghosszabb definíció szerint az egyenes: két adott pontot összekötő vonalak közül a legrövidebb. A téridőben bejárt világvonalakra is található ezzel analóg definíció: az egyenes világvonal a két adott eseményt összekötő világvonalak közül a *legbósszabb* [2]. Megmutatható, hogy a kétféle definíció, amit a cikkben az egyenes *világvonallra* adtam – „maximális hosszúságú”, illetve „gyorsulásmentes” –, egyenértékű.)

Néhány szó a számadatokról. Nap körüli éves keringésünk centripetális „gyorsulása” $R\omega^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Ebből nem érzünk semmit, de nem azért, mert kicsi, hanem mert nincs mit érezni rajta, nem valóságos gyorsulás. A Nemzetközi Űrállomáson utazó űrhajósok a Föld körül sokkal nagyobb, $R\omega^2 = 8,7 \text{ m/s}^2$ centripetális „gyorsulással” keringenek; ha ez valódi gyorsulás lenne, akkor az űrhajósok az űrállomás Földdel átellenes falához lennének nyomódva, majdnem akkora erővel, mintha a Földön állodogálnának. Ehelyett nem érznek semmit, szabadon lebegnek, és ha behunyják a szemüket, nem tudják, hogy merre van a Föld. Ugyanaz tehát a helyzet, mint a cikk elején említett kétűrhajós példával: az űrállomáson tartózkodók esetében sem beszélhetünk abszolút értelemben mozgásról. Ez viszont azt is jelenti, hogy a Föld Nap körüli keringéséről is kénytelenek vagyunk megállapítani, hogy az *nem valóságos* mozgás, olyan értelemben, hogy belső mérésekkel nem kimutatható, *nem érezhető*.

Nézzük most a newtoni elemzés szerinti „kettős körhinta” másik elemét: a Föld saját tengelye körüli forgását. Valóságos-e ez a mozgás? Körpályán mozgunk-e, amikor a Föld felszínén egyhelyben ülünk? Kimutathatjuk-e ezt a tengely körüli forgást belső méréssel, érzékelhetjük-e anélkül, hogy távoli égitestekhez viszonyítanánk a helyzetünket és tájolásunkat? A válasz egyértelmű *igen*. A Föld tengely körüli forgását először *Foucault* nevezetes ingakísérlete mutatta ki a 19. században, de elvileg egy súrlódásmentes lendkerék, vagy egy tömegközéppontjában felfüggesztett pörgettyű is kimutathatná [4]. Ez, a *Föld tengely körüli forgása* tehát az, ami miatt a Galileinek tulajdonított híres kijelentés abszolút értelemben igaz: nem vagyunk központi helyzetű, nyugalomban levő pont a Világegyetemben, a Földön ülő megfigyelő csakugyan *mozog*.

De vajon *körhintán* ül-e? A *6.a ábra* téridődiagramja Föld középpontjához rögzített vonatkoztatási rendszerben ábrázolja ezt a fajta mozgást. A *t* tengely a Föld középpontjának világvonala, és az *e* világvonalt követi a Föld felszínén egy szobában ülő megfigyelő (például a cikket most a kezében tartó olvasó). Az *f* világvonal most egy olyan (nem realizstikus) helikoptert ábrázol, amely az *A* eseményben közvetlenül a szoba felett lebegett, azután – végig megtartva a földfelszín feletti magasságát – egy nap alatt megke-



6. ábra. Kifordított körhinta.

rülve a Földet, a *B* eseményben ismét a szoba fölé ért. A *g* vonal egy olyan kő (a gyakorlatban szintén nehezen elképzelhető) mozgását mutatja, amelyet az *A* eseményben a szoba tetejéről dobnak el ferdén – a Föld forgásával ellentétes irányba – felfelé, és éppen egy nap múlva, a *B* eseményben esik vissza a szoba tetejére. Végül a *b* világvonal azt mutatja, milyen utat követ a téridőben egy olyan labda, amit a szobában ülő olvasó tartott a kezében, és a *B* eseményben hirtelen elengedett.

A széken ülő megfigyelő belső mérésekkel a következőket állapíthatja meg: egy tömegközéppontjában felfüggesztett pörgettyűt a kezében tartva azt tapasztalja, hogy a pörgettyű tengelye a gyorsulásvektorhoz képest elfordul, méghozzá 1 napos periódusidővel. Ebből megállapítja, hogy körmozgást végez, és a körmozgás szögsebességét is kikövetkeztetheti. Azonban nagyon furcsa, *kifordított* körmozgás ez. Igaz, hogy a széken ülő ember gyorsulást érez (*6.b ábra*), de *rossz irányban*, a körmozgás középpontjától *kifelé*. Mivel a gyorsulásvektor azt mondja meg, hogy világvonalunk mennyire és *milyen irányban* görbül, kénytelenek vagyunk levonni a következtetést, hogy az *e* világvonalt a *6.a ábrán* *kifelé*, a *t* tengelytől *elfelé* görbül! Hogyan lehetséges ez, ha egyszer az a vonal a *t* tengely *felé* látszik görbülni az ábrán? A válaszhoz megint azt kell az emlékezetünkbe idézni, hogy a téridődiagram csupán egy térkép, és ezért torzíthat. Hogy egy görbe vonal egy adott pontban milyen irányban görbül, annak kiderítéséhez be kell rajzolni a görbe vonal adott pont belüli *érintőegyenest*. Ezek után már leolvasható, hogy a görbe az érintőegyenestől erre vagy arra tér-e el. A *6.a ábrán* a *b* világvonal játssza ezt a szerepet. A *B* eseményben kezdősebesség nélkül engedték el a labdát, amely azután szabadon mozog (esés közben nem érez semmilyen gyorsulást), világvonala tehát egyenes, és – a közös indulósebesség miatt – a *B* eseményben valóban az *e* világvonal érintője. Az *e* és *b* világvonalakat összevetve most már láthatjuk, hogy a széken ülő megfigyelő világvonala valóban folyamatosan *kifelé* görbül.

A 6.b ábrán feltüntetett, az ülő megfigyelő által ténylegesen átélt gyorsulást természetesen nem nevezhetjük centripetális („központot kereső”) gyorsulásnak, mert nem a középpont felé mutat. Ráadásul nagyságra sem stimmel. A Föld felszínén a tengely körüli forgásból adódó centripetális „gyorsulás” az Egyenlítőnél $\sim 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$ (de ezt közvetlenül nem tudjuk mérni, csak – pörgettyű segítségével – a szögsebességet), míg az ülő megfigyelő által érzett, ténylegesen mérhető gyorsulás $a \approx g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Ezért (ellentétben a *Körhinta* című szakaszban leírtakkal) ezen a kifordított körhintán belső mérésekkel nem tudjuk megállapítani a körpálya sugarát, azaz (az Egyenlítőnél ülő megfigyelő esetében) a Föld sugarát.

A 6.a ábra téridődiagramján egyetlen egyenes világvonalat, a g -t húztam be az A és B események közé. Az olvasóra bízom, hogy az ábrába berajzoljon egy másik olyan egyenes világvonalat is, amely az A és B eseményeket köti össze, és ezzel igazolja, hogy a 6.a ábra is görbült téridőtartományt mutat.

Záró megjegyzések

1. A test belső méréssel érzékelhető gyorsulását – azaz a test pillanatnyi nyugalmi vonatkoztatási rendszerében mért gyorsulást – *sajátgyorsulásnak* hívjuk. A cikkben a gyorsulás szót végig ebben az értelemben használtam.

2. A *Körhinta* című szakaszban és a 2. ábrán feltettem, hogy az úrbázis sokkal nagyobb tömegű, mint az úrkabin (tehát jó közelítéssel egyhelyben marad, miközben az úrkabint keringeti maga körül), ugyanakkor elég kis tömegű ahhoz, hogy a téridő maga körül ne görbítse be észrevehető mértékben. Ekkor a 2.a ábra valóban sík téridőtartományt ábrázol, és az úrbázishoz rögzített vonatkoztatási rendszer inerciarendszer.

3. Bár gravitációs erő nincs, de a gravitáció maga nagyon is létező fizikai jelenség: a téridő görbülete [5]. Ha az úrhajós érzékszervei igazán érzékenyek lennének, akkor a 3.a és 3.c ábrákon nem tökéletesen azonos érzetéről számolna be, hiszen a 3.a ábrán a Föld által okozott téridőgörbület apró árapályfeszültségeket okoz az úrhajó testében, amelyek a 3.c ábrán hiányoznak. Ezek az árapályfeszültségek azonban rendkívül kicsik, a földfelszínen egy 2 méter magas úrhajós tömegpontjai között legfeljebb $\sim 10^{-5} \text{ m/s}^2$ relatív kezdőgyorsulásnak felelnek meg. Azt a következtetést tehát a 3. ábrából nem szabad levonni, hogy a Földnek *semmilyen* hatása sincs: igenis kelt *gravitációt*, csak a gravitáció szó alatt ezeket az apró *árapályhatásokat* kell érteni, ezek azok a fizikai hatások, amelyeket a Föld ténylegesen létrehoz. A *Gravitációs erő nincs* című szakaszban nem szoltam az úrhajós testében fellépő árapályfeszültségekről, részben mert a 3.a és 3.b ábrán ezek elhanyagolhatóan kicsik, részben pedig mert nem változtatnak azon a tényen, hogy gravitációs erő nincs.

4. A cikkben leírtak semmi esetre sem jelentik azt, hogy a ptolemaioszi Földközpontú világkép éppolyan helyes, mint a kopernikuszi Napközpontú világkép. Ha csak a Föld és a Nap relatív mozgásáról beszélnének („melyik kering a másik körül”), akkor valóban nem lehetne különbséget tenni közöttük. A kétféle világkép azonban *a teljes Naprendszert és a csillagokat* illeszti egy-egy egységes rendszerbe, tehát *sok égitest* egymáshoz viszonyított mozgásáról tesz állításokat. Távcsöves megfigyelésekkel egyértelműen eldönthető, hogy a ptolemaioszi rendszer állításai nagyrészt tévesek, míg a kopernikuszi rendszer állításai közelítőleg mind igazak [5]. Érdekességképpen megemlítendő, hogy *Tycho Brahe* zseniális Földközpontú Naprendszer-modellje, amely szerint a Nap és a Hold kering az álló Föld körül, viszont a bolygók mind a Nap körül keringenek, éppolyan helyes, mint a kopernikuszi, abból a szempontból, hogy a Földnek azt a fajta „mozgását” tagadja (a Nap körüli keringést), ami valóban nem igazi mozgás, míg az égitestek egymáshoz viszonyított helyzetváltozásait helyesen írja le. A Brahe-modell egyetlen hibája, hogy a Föld másik, *valódi* mozgását, a tengely körüli forgást is tagadja, és például a csillagok szféráját is a Föld körül keringőnek feltételezi.

5. A precizitás kedvéért érdemes megjegyezni, hogy azért a Nap és a Föld akkor sem lenne azonos súlyú szereplő, ha más bolygók nem lennének a Naprendszerben. A köztük levő mintegy háromezerezeres tömegkülönbség miatt jó közelítéssel azt mondhatjuk, hogy a Föld a Naprendszeren belül kis próbatömegnek tekinthető, ami a Nap által begörbített téridőben halad. A Nap ugyanakkor a galaxison belül tekinthető kis próbatömegnek, ami a galaxis magja által begörbített téridőben halad. (Ha a Nap és a Föld tömege azonos nagyságrendű lenne, akkor bonyolult kéttestproblémával állnánk szemben, amely az általános relativitáselméleten belül csak numerikusan megoldható [6]. A cikk fő állításai azonban ekkor is változatlanként lennének.)

6. Közvetlen megjegyzendő, hogy az első bekezdésben szereplő úrhajókkal és általában bármilyen tárggyal ellentétben a *fény* sebességének önmagában – más objektumokra való hivatkozás nélkül – is van jelentése. Ennek oka az a meglepő tény, hogy a fény *akármilyen* anyagi pont mellett ugyanazzal a sebességgel halad el.

A Föld egy kikapcsolt hajtóművel a világűrben lebegő, kifordított körhinta. Minden olvasónak kellesz utazást kívánnak rajta.

Irodalom

1. http://fizipedia.bme.hu/images/5/5b/Wigner_Thomas4.pdf
2. Bokor Nándor: A gravitációról – 1. rész. *Fizikai Szemle* 64/5 (2014) 165–168.
3. Bokor Nándor, Laczik Bálint: Vektorok párhuzamos eltolásának szemléltetése – 1. rész. *Fizikai Szemle* 61/7–8 (2011) 240–250.
4. Bokor Nándor, Laczik Bálint: Vektorok párhuzamos eltolásának szemléltetése – 2. rész. *Fizikai Szemle* 61/9 (2011) 310–316.
5. Bokor Nándor: A gravitációról – 2. rész. *Fizikai Szemle* 64/6 (2014) 198–203.
6. T. W. Baumgarte, S. L. Shapiro: *Numerical Relativity*. Cambridge University Press 2010.