RELATIVITÁSELMÉLETRŐL KÖZÉPISKOLÁBAN – MÁSKÉNT

Kiss Miklós
Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium

Középiskolai fizikaórákon már tanítjuk, hogy az egymáshoz képest állandó sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerek egyenértékűek. Ez a mechanikában teljesen természetesnek tűnik, és nem találunk meglepő következményeket. Más a helyzet, ha az elektromos és mágneses jelenségeket vizsgáljuk. Meglepő, hogy a vonatkoztatási rendszer megváltoztatása esetén megjelenik a mágneseses mező akkor, amikor az eredeti vonatkoztatási rendszerben csak elektromos mező volt.

Ezt a furcsa helyzetet már középiskolában is meg lehet mutatni a diákoknak, sőt arra is rávilágíthatunk, hogy ebből semmi ellentmondás sem következik. A mágneses mező létezésének vonatkoztatási rendszertől függő léte vagy nem léte az érdeklődő diákoknak azonban erősen elgondolkoztató lehet.

A vizsgálat arra is módot ad, hogy a speciális relativitáselmélet hosszúság-transzformációját felhasználjuk.

A Maxwell-egyenletek középiskolában használatos alakja és jelentése [1–3]:

1. a sztatikus elektromos mező forrásai a töltések:

$$N_E = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

2. a sztatikus mező forrásmentes, a változó mágneses mező örvényes elektromos mezőt hoz létre balkéz-szabály szerint:

$$Ö_E = 0 - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

3. a mágneses mező forrásmentes:

$$N_B = 0,$$

4. a mágneses mező örvényes, amit az áramok, illetve a változó elektromos mező hoz létre jobbkézszabály szerint:

$$Ö_B = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Psi}{\Delta t}.$$

Az egyenletekben szereplő konstansok egyrészt az elektromos permittivitás:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}}} = $$

$$= 8{,}842 \cdot 10^{-12} \ \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N\,m^2}},$$

másrészt a mágneses permeabilitás:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$$

és érvényes a

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

összefüggés.

A következőkben két, párhuzamos, egyenletesen töltött szigetelő egyenest vizsgálunk, amelyek állnak, vagy önmagukba eltolódva állandó v sebességgel haladnak.

Tehát adott két elektromosan töltött egyenes:

a) nyugvó inerciarendszerben és

b) az egyenessel párhuzamosan állandó sebességgel mozgó inerciarendszerben.

a) *Nyugvó inerciarendszer*

Maxwell első törvényéből adódik, hogy egy α lineáris töltéssűrűségű egyenestől r távolságra

$$E = \frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \frac{\alpha}{r} = 2k\frac{\alpha}{r}$$

a térerősség nagysága. A mező pedig hengerszimmetrikus és a térerősség merőleges az egyenesre.

Ha d távolságra ugyanilyen vezetőt helyezünk el párhuzamosan, akkor annak Δl hosszúságú darabjára ható *taszító* erő:

$$F = \Delta q E = \alpha \Delta l \, 2k\frac{\alpha}{d} = \Delta l \, 2k\frac{\alpha^2}{d}.$$

Ezért az egységnyi hosszúságú szigetelő darabra ható erőből adódó erősűrűséget az

$$f = \frac{F}{l} = 2k\frac{\alpha^2}{d}$$

összefüggéssel kapjuk.

b) *Mozgó inerciarendszerben*

A vonatkoztatási rendszerünkhöz képest a két vezető saját egyenesével párhuzamosan, v sebességgel mozogjon. Ekkor már két áram is jelen van, tehát az áramokra ható *vonzó* erővel kell számolnunk. A moz-

---

Kiss Miklós a Gyöngyösi Berze Nagy János Gimnázium matematika-fizika és számítástechnika tanára, a gimnázium napórájának tervezője, készítője. PhD fokozatát fizikából szerezte, kutatótanár. 24 éve szervezi a Mikola-verseny gyöngyösi döntőjét, a feladatkitűző bizottság tagja, a döntő méréseinek készítője. A Bugát Pál Természetismereti Vetélkedő zsűrijének tagja. Ericsson-, Mikola- és MTA Pedagógus Kutatói Pályadíjas. Tanít a BERZELAB-ban, a Berze Természettudományos Önképzőkör egyik szervezője.

gó szigetelőben a lineáris töltéssűrűséget jelölje α'. Ez a mozgó hossz rövidülése miatt nagyobb lesz, mint α, ezért az erő megegyezhet az előzőben adódóval.

Az áramerősség

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\alpha' \, \Delta l}{\Delta t} = \alpha' \, v.$$

A kialakuló mágneses mező nagysága

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha' \, v}{r}.$$

Ebben a mezőben egy I áram l hosszúságú d távolságra lévő szakaszára ható mágneses eredetű F erő nagysága:

$$F = B\,I\,l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha' \, v}{d} \alpha' \, v \, l =$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha'^2}{d} v^2 \, l.$$

Ebből az erősűrűségre

$$f_m = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha'^2}{d} v^2$$

adódik. Ezért

$$f_m = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha'^2}{d} v^2.$$

Ugyanakkor az elektromos taszítás miatt fellép az

$$f_e = 2\,k \frac{\alpha'^2}{d}$$

erősűrűség is.

A vonatkoztatási rendszertől nem függhet az erő nagysága, ezért az $f = f_e - f_m$ összefüggésnek teljesülnie kell. Így

$$f = 2\,k \frac{\alpha^2}{d} = 2\,k \frac{\alpha'^2}{d} - \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha'^2}{d} v^2,$$

vagy a konstansok más jelölésével

$$\frac{1}{2\pi\,\varepsilon_0} \frac{\alpha^2}{d} = \frac{1}{2\pi\,\varepsilon_0} \frac{\alpha'^2}{d} - \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\alpha'^2}{d} v^2.$$

Ebből

$$\frac{\alpha^2}{\varepsilon_0} = \frac{\alpha'^2}{\varepsilon_0} - \mu_0 \, \alpha'^2 \, v^2.$$

Ezt átalakítva a feltétel

$$\frac{\alpha^2}{\varepsilon_0} = \frac{\alpha'^2}{\varepsilon_0} - \mu_0 \, \alpha'^2 \, v^2 = \alpha'^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \mu_0 \, v^2 \right)$$

alakban írható.

Itt most hivatkozhatunk a Lorentz-transzformációra (vagy ebből levezethetjük azt):

$$l' = l \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\ .$$

Mivel a hosszúságok rövidülése miatt az l hosszúságra eső q töltés most l' hosszon helyezkedik el,

$$\alpha' = \frac{q}{l'} = \frac{q}{l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ebből

$$\alpha'^2 = \frac{\alpha^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\alpha^2 \, c^2}{c^2 - v^2}$$

adódik. Ezt az

$$\frac{\alpha^2}{\varepsilon_0} = \alpha'^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \mu_0 \, v^2 \right)$$

egyenletbe beírva kapjuk az

$$\frac{\alpha^2}{\varepsilon_0} = \frac{\alpha^2 \, c^2}{c^2 - v^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \mu_0 \, v^2 \right)$$

kifejezést, amiből:

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \left(c^2 - v^2 \right) = c^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \mu_0 \, v^2 \right).$$

Ezt átalakítva

$$\frac{1}{\varepsilon_0} c^2 - \frac{1}{\varepsilon_0} v^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} c^2 - \mu_0 \, c^2 \, v^2$$

egyenletet kapjuk, amiből adódik, hogy

$$\frac{1}{\varepsilon_0} v^2 = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} c^2 \, v^2,$$

vagyis

$$\frac{1}{\varepsilon_0} = \mu_0 \, c^2 = \mu_0 \frac{1}{\varepsilon_0 \, \mu_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}.$$

Ezzel beláttuk, hogy az erőhatás – annak ellenére, hogy a mozgó vonatkoztatási rendszerben mindkét mező jelen van, míg az álló vonatkoztatási rendszerben csak az elektromos mező – a várakozásnak megfelelően mindkét inerciarendszerben ugyanakkora.

Irodalom

1. Holics László (szerk.): *Fizika 1–2*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
2. Holics László: *Fizikai összefoglaló*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989.
3. Holics László: *Fizika III.* Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 1983.