VÉNUSZ A HÁLÓSZOBÁBAN

Bokor Nándor
BME Fizikai Intézet

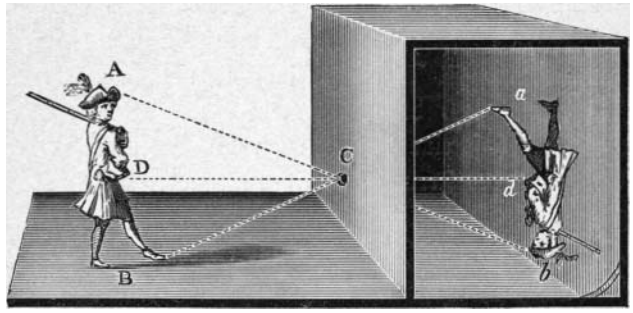
A camera obscuráról (*1. ábra*) fennmaradt legrégibb feljegyzések csaknem 2500 évesek. A sötét szobába bevetített kép látványa a szemlélőt technológiailag nem épp ingerszegény korunkban is joggal lenyűgözi, pedig ennél egyszerűbb optikai eszközt aligha lehet elképzelni. Mindössze egy ablaktalan helyiség és az egyik falba fúrt apró lyuk kell hozzá. Mivel a sötét szobának csupán az a szerepe, hogy a környező szórt fényt kitakarja a bevetített halvány kép elől, nem is feltétlenül van rá szükség: ha nem az utcán játszódó jeleneteket, hanem egy erős fényforrás, például a Nap képét akarjuk kivetíteni, akkor a kép elég intenzív lesz ahhoz, hogy elsötétítés nélkül is lássuk. Ilyenkor akár egyetlen kartonlapba vágott kis lyuk (ez a camera obscura végletekig letisztult formájának tekinthető) is elég a megfigyeléshez. Az ernyő szerepét pedig a járda aszfaltja vagy egy ház fala is betöltheti.

A lyuk nem tökéletes leképező eszköz. Minél pontszerűbb, annál élesebb képet alkot, viszont ilyenkor a kép fényereje – ami a lyuk területével arányos – is nullához tart. Fényesebb képhez nagyobb lyukméret kell, ami viszont a kép elmosódottságához vezet. Ezt a jelenséget a *2. ábra* szemlélteti. A szabálytalan alakú lyuk minden egyes pontja külön ideális lyukkameraként működik, és létrehozza a fényforrás tökéletesen éles képét, a megfelelő pozícióba eltolva. Inkoherens fényforrás esetén (mint amilyen a Nap) az ernyőn látható eredő fényintenzitás-eloszlás az egyes eltolt éles képek intenzitáseloszlásának összege, ahol az egyes éles képek eltolási pozíciói összességében a lyuk alakjának megfelelő területet fedik le. Az ernyőn egy olyan elmosódott képet látunk tehát, amely a lyuk alakját és a fényforrás alakját egyaránt „magában hordozza”. A fentieket matematikai nyelven megfogalmazva: az ernyőkép a lyuk alakjának és a fényforrás térbeli intenzitáseloszlásának a *konvolúciójaként* számolható:

$$e(x, y) \propto \int\int l(X, Y)\ f(x-X, y-Y)\, \mathrm{d}X\, \mathrm{d}Y, \qquad (1)$$

ahol $e(x, y)$ az ernyő adott (x, y) koordinátájú pontjában adódó fényintenzitás, $l(x, y)$ a lyuk alakját leíró függvény – $l(x, y) = 1$ a lyuk területén belül és 0 azon kívül – $f(x, y)$ pedig a fényforrás tökéletesen éles képének intenzitáseloszlása az ernyőn. Ha például a – homogén intenzitással sugárzó – Napkorong képét akarjuk az ernyőre kivetíteni, akkor $f(x, y)$ egy origó középpontú, $D_{forrás}$ átmérőjű körön belül 1, azon kívül 0 értéket vesz fel.

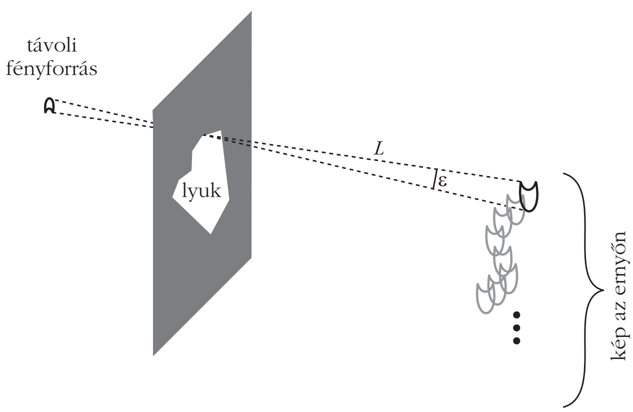
A számítás kulcsmozzanata, hogy az $f(x, y)$ függvény méretskáláját a lyuknak az ernyőtől való L távolsága határozza meg, hiszen ettől a távolságtól függ a pontszerű lyuk által alkotott kép mérete. A fenti példában $D_{forrás} = L\varepsilon$, ahol $\varepsilon \approx 0{,}0093$ radián a Nap látszó szögátmérője.

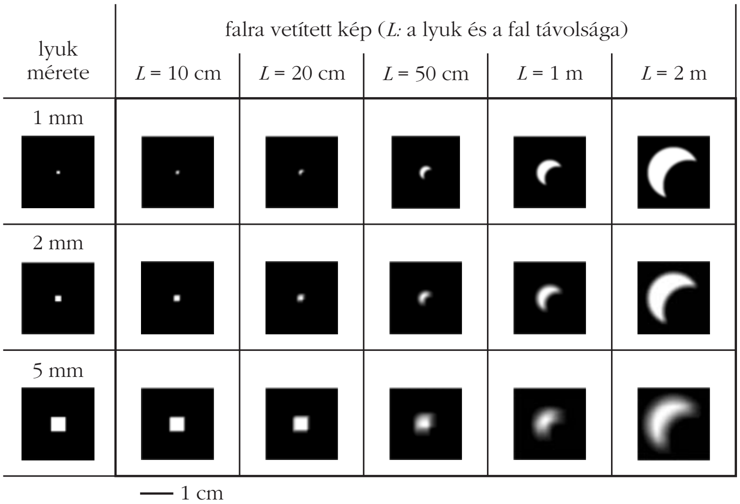


1. ábra

A $D_{forrás}$ jelölést nem kör alakú fényforrás esetén is érdemes megtartani az $f(x, y)$ függvény karakterisztikus méretére, az ε-t pedig a fényforrás karakterisztikus szögkiterjedésére. Ekkor a $D_{forrás} = L\varepsilon$ kifejezés továbbra is igaz. (Az L és ε mennyiségek jelentése a *2. ábrán* is leolvasható.) Hasonlóképpen, az $l(x, y)$ függvény karakterisztikus méretét is leírhatjuk egyetlen D_{lyuk} számmal (például kör alakú lyuknál ez a lyuk átmérője, négyzet alakú lyuknál a lyuk oldalhosszúsága stb.). Az (1) konvolúciós összefüggés lényeges tulajdonsága, hogy az eredményül kapott $e(x, y)$ kép az integrál belsejében levő két függvény, $l(x, y)$ és $f(x, y)$ közül annak a látványát adja vissza inkább, amelyik a kettejük közül a nagyobb területet foglalja el az (x, y) síkon. Ha az $l(x, y)$ jóval nagyobb területre terjed ki, mint az $f(x, y)$ – azaz, ha $D_{lyuk} \gg D_{forrás}$ –, akkor az ernyőn a lyuk alakját látjuk körvonalazódni. Ha $D_{lyuk} \ll D_{forrás}$, akkor a fényforrás képe rajzolódik ki az ernyőn. Képzeljük el, hogy a kiinduló helyzetben az ernyőt közvetlenül a lyuk mögé helyezzük. Ekkor a lyuk alakjának árnyékát, éles sziluettjét látjuk megjelenni az ernyőn. Ez a fentiek alapján érthető, hiszen ekkor $D_{forrás} = L\varepsilon \ll D_{lyuk}$. Ha most folyamatosan távolítjuk a lyuktól az ernyőt, akkor $D_{forrás}$ egyre növekszik, és a keletkező képben csak egyre elmosódottabban kivehető a lyuk alakja, majd a kép homályosan a fényforrás körvonalát kezdi kirajzolni, végül – amikor már az $L \gg D_{lyuk}/\varepsilon$ feltétel teljesül – az ernyőn csak a fényforrás éles képét látjuk, és a lyuk alakjára már szinte semmi sem utal.

2. ábra





3. ábra

Ennek alapján napfogyatkozás esetén a praktikus módszer a következő: vágjunk egy D_{lyuk} méretű lyukat egy kartonpapírba. A kartonlapot olyan távolságra helyezzük el az ernyőtől (például egy ház falától), hogy teljesüljön az $L \gg D_{lyuk}/\varepsilon \approx 100\,D_{lyuk}$ feltétel. Ekkor a Nap képét fogjuk az ernyőn látni, a lyuk alakjától függetlenül. Érdemes a megfigyelést úgy végezni, hogy az ernyőt folyamatosan távolítjuk a lyuktól, és közben figyeljük, hogyan zajlik le a kép „alakváltozása” $L \sim D_{lyuk}/\varepsilon$ távolság környékén. A *3. ábra* egy ilyen méréssorozat numerikus szimulációját mutatja, különböző méretű négyzetalakú lyukakat és a napfogyatkozáskor látható Napot, mint fényforrást használva példaként. A jobb oldalon látható az $f(x, y)$ függvény, azaz a fényforrás éles képe. E függvény L-től függő megfelelő átskálázása, és az (1) konvolúciós integrálba való behelyettesítése után adódnak a falra vetített képek ábrái. A táblázatban megfigyelhető a kép alakjának átalakulása az $L \sim 100\,D_{lyuk}$ távolság környékén.

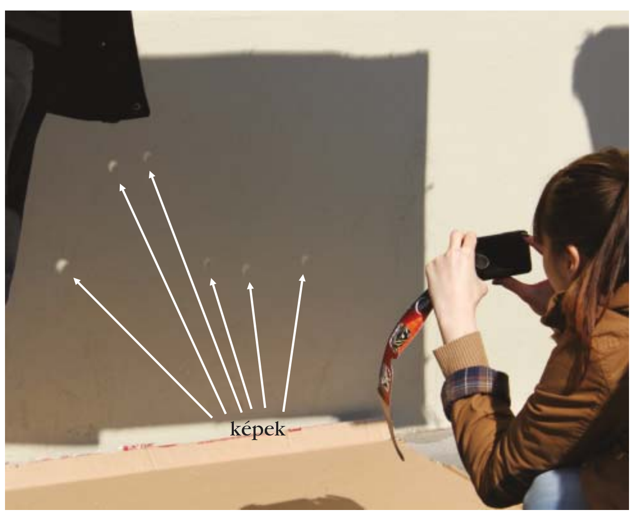
Az intenzitást a *3. ábra* számolt képeinek mindegyikén 100%-ra normáltam. A valóságban adott L ernyőtávolság mellett a kisebb lyukak – a lyuk területével arányosan – gyengébb fényerejű képet szolgáltatnak. A *3. ábra* felső sorának képei tehát egy valódi kísérletben 25-ször halványabbak lennének, mint az alsó sor képei.

Egy ilyen valódi kísérletről, a 2015. március 20-i napfogyatkozás megfigyeléséről készültek a *4–6. ábrák* fényképei. Egy nagy kartonlapra különböző méretű, szabálytalan lyukakat fúrtunk, amelyek mérete körülbelül 2 mm és 1 cm között változott. A lyukak által alkotott kép a Bakáts téri általános iskola falára vetült. (A kartonlap előkészítésében *Bokor Márk* kiscsoportos óvodás volt a segítségemre, a napfogyatkozás megfigyelésének megszervezéséért pedig köszönetet mondok a Bakáts téri általános iskola 1.b osztálya pedagógusainak.) A kartonlap és a fal távolsága körülbelül 2 m volt. A *6. ábrán* láthatók a különböző lyukak által alko-

4. ábra

5. ábra

6. ábra



7. ábra

tott – eltérő élességű és fényerejű, de azonos méretű – képek a Hold által részben kitakart Napról.

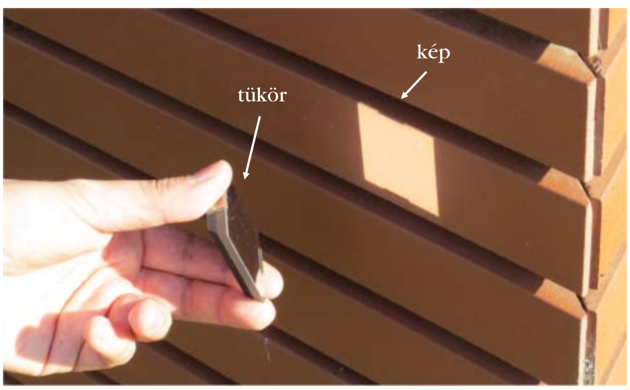
Lyukkameraként működhet akár egy síktükör is. A tükör körvonalának alakja (a kartonba vágott lyukhoz hasonló módon) tetszőleges lehet. A tükrös módszer előnye az, hogy az egész kísérlet méretskáláját megnöveli: néhány cm-es tükörrel egy 20-30 méterre levő árnyékos falra vetítve a napfényt, a Nap nagy méretű (20-30 cm átmérőjű) kivetített képét figyelhetjük meg. A *7–12. ábrákon* egy olyan kísérletsorozat követhető végig, amelyet *Jahn Kornél* kollégámmal (BME) végeztem, nem napfogyatkozáskor, hanem egy átlagos napsütéses áprilisi napon. A kísérlet során egy 4,8 cm × 4,5 cm-es téglalap alakú tükörrel (*7. ábra*) vetítettük a napfényt a Műegyetem Q épületének falára. A *8–12. ábrákon* a tükör és a fal távolsága: ~7-8 cm, ~1 m, ~4-5 m, ~15-20 m, illetve ~30-35 m.

Amint a *10. ábrán* látható, – a konvolúciós integrál fent tárgyalt tulajdonságának megfelelően – a kivetített kép itt is $L \sim 100\, D_{lyuk}$ (≈4-5 m) távolság körül mutatja a tüköralak és a Napkorong alakja közötti átmenetet.

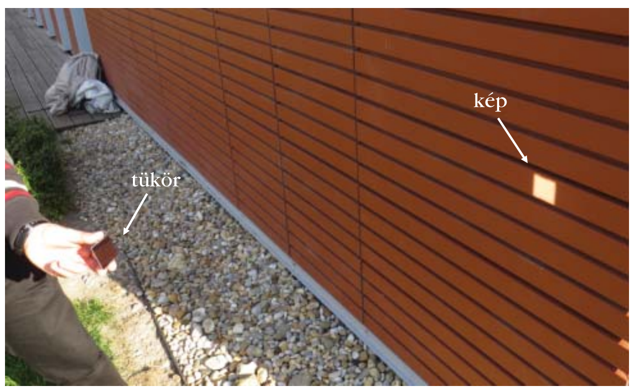
A Napkorong mindig szép látványt nyújt, de különösen érdekes akkor megfigyelni, amikor valamilyen más égitest is beúszik közénk és a Nap közé, és annak egy részét kitakarja. Naprendszerünkben 3 égitest tud közénk és a Nap közé kerülni: a Hold (ekkor van napfogyatkozás), a Vénusz és a Merkúr (az utóbbi két esetben Vénusz-, illetve Merkúr-átvonulásról beszélünk).

A Vénusz-átvonulások megfigyelésének története a tudománytörténet leglebilincselőbb fejezetei közé tartozik. Szinte bizonyos, hogy a 17. század előtt egyetlen ember sem látott ilyen jelenséget, aminek a fő oka az, hogy ezeket nehéz volt pontosan megjósolni. Napra pontos előrejelzésükhöz *Kepler* matematikai tudása és *Tycho Brahe* korábbi, precíz megfigyelései kellettek. Sajnos Kepler maga sohasem részesülhetett a szép látványban. Az 1631-es átvonulást megjósolta ugyan, de 1630-ban meghalt. (Ráadásul kortársai is lemaradtak a jelenségről, mert az Európából nem látszódott.) Az első eset, hogy valaki megfigyelhette a Nap elé bekúszó Vénusz alakját, 1639-ben történt. A fennmaradt dokumentumok szerint ekkor is mindösszesze ketten, a 21 éves *Jeremiah Horrocks* és barátja, *William Crabtree* látták a jelenséget. Mindketten táv-

8. ábra



9. ábra



10.a ábra

10.b ábra

11.a ábra

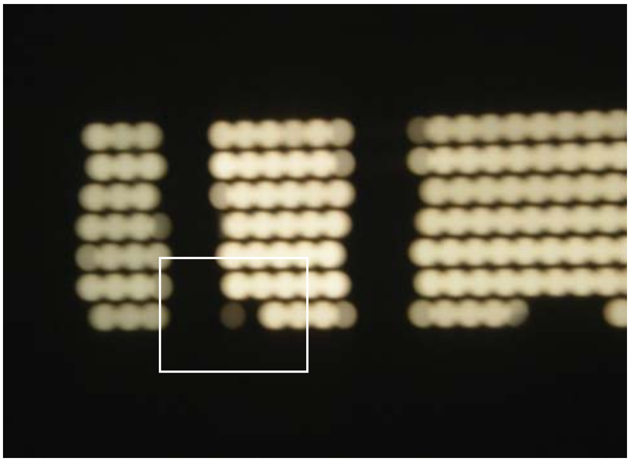
11.b ábra

12.a ábra

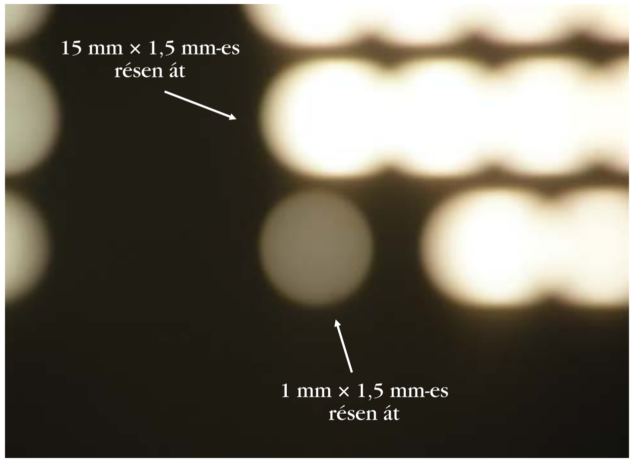
12.b ábra

csővel vetítették ki a Nap képét egy ernyőre. (Azt hihetnénk, hogy a távcső 1608-as feltalálása előtt amúgy is esélytelen lett volna a megfigyelés, hiszen a Nap előtt elhaladó Vénusz parányi korongja legfeljebb távcsővel kivehető. Mint azonban alább látni fogjuk, lyukkamerával is sikeresen elvégezhető a kísérlet.) Különösen izgalmasak a következő, 1761-es és 1769-es Vénusz-átvonulásokhoz kapcsolódó történetek. Elsőként *Edmund Halley* említendő, aki a 17. század végén zseniális módszert írt le arra, hogy a Vénusz napárnyékba való belépésének és kilépésének másodperc pontos méréséből hogyan lehet a Nap–Föld-távolságot meghatározni. Nagy hatású felhívásban buzdította az utókort, hogy az 1761-es és 1769-es átvonuláskor a nagy cél érdekében minél több helyre szervezzenek megfigyelő expedíciókat – jól tudva, hogy az ő életéből ez az égi jelenség sajnos kimarad. A Vénusz-átvonulások ugyanis sajátos periodicitást mutatnak (8, 105,5, 8, 121,5 stb. évenként követik egymást), és Halley pontosan egy 121,5 éves „üresjáratnak” viszonylag az elején, 1656-ban született. Az utókor azonban megfogadta tanácsát, és a két 18. századi Vénusz-átvonulás részletes megfigyelésére számos expedíció indult a Föld különböző pontjaira. Nevezetes többek között *Mihail Lomonoszov* (1761, Szentpétervár), *James Cook* kapitány (1769, Tahiti) és a *Hell Miksa–Sajnovics János* páros (1769, Valdö) Vénusz-megfigyelése. A tudományos összefogás sok fontos eredményhez vezetett. Addig elképzelhetetlen pontossággal sikerült a Nap–Föld-távolságot meghatározni; Lomonoszov – a Nap elé belépő Vénusz megremegő körvonalának látványából vonva le a következtetést – felfedezte, hogy a Vénusznak légköre van; Sajnovics János pedig több hónapos lappföldi tartózkodása alatt feltárta a lapp és magyar nyelv rokonságát, és a Vénusz-expedícióról visszatérve megírta a finnugor nyelvrokonság tudományos elméletét útnak indító *Demonstratio. Idioma ungarorum et lapporum idem esse* című művét. Újabb 105,5 éves üresjárat után következett az 1874-es Vénusz-átvonulás, amely filmtörténeti jelentőséggel bír. *Pierre Janssen* francia csillagász, akinek a hélium felfedezésében is döntő érdemei voltak, 1873-ban találta fel a mozikamera ősének

13. ábra



14.a ábra



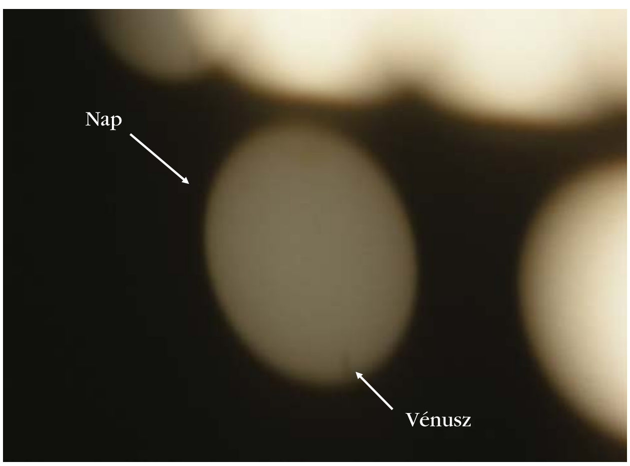
14.b ábra

tekinthető fotográf-revolvert, amellyel gyors egymásutánban sorozatfelvételeket tudott készíteni. E zseniális találmánynak és Janssen utazókedvének köszönhető, hogy ma mozgóképen csodálhatjuk meg, milyen látványt nyújtott a Nap elé bekúszó Vénusz 1874-ben, Nagaszakiból megfigyelve. (Janssen egyébként főszerepet játszik – a kongresszus elnökeként magát alakítja – *A fotográfiai kongresszus megérkezik Lyonba* című rövidke filmben, amelyet a Lumière-fivérek 1895-ben, a mozi „hivatalos” születési évében forgattak, és vetítették le az ámuló lyoni publikumnak.)

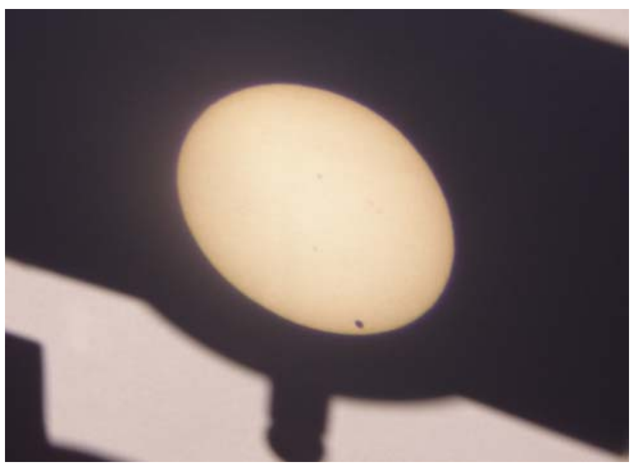
A legutóbbi, 2012. június 6-i Vénusz-átvonulás Magyarországról is látható volt. Ekkor készültek a *14–16. ábrákon* látható fényképek. Hálószobánk keleti fekvésű, így a félig felhúzott redőny (*13. ábra*) résein át aznap reggel is bevilágított a Nap. A rések 15 mm × 1,5 mm méretűek, és a szemközti falra – amely 3,75 m-re van a redőnytől – a Nap megsokszorozott képét vetítették (*14.a ábra*). A fal *14.a ábrán* fehér téglalappal jelölt részlete közelről lefényképezve a *14.b ábrán* látható. E fénykép közepén a Nap halványabb, de élesebb képe látszik. Ezt úgy kaptam, hogy az egyik redőnyrés szélességének nagy részét kitakartam, így a fény ott csak egy körülbelül 1 mm × 1,5 mm méretű résen tudott áthaladni. Ezt az élesebb képet közelebbről szemügyre véve (*15. ábra*) örömmel fedeztem fel, hogy a körülbelül 3,5 cm átmérőjű Napkorong jobb alsó részénél egyértelműen kivehető a Vénusz apró, sötétebb foltja. Itt tehát a lesötétített hálószoba az *1. ábrához* hasonló klasszikus camera obscuraként viselkedett. Igaz ugyan, hogy nem egyetlen lyuk vetítette be a külvilágot, hanem a redőny széles résein át behatoló napfény is a falra vetült, de ez utóbbiak együttes hatása sem volt olyan erős, hogy a lényeges látványt elmossa. Összehasonlításul, a *16. ábra* fényképe azt mutatja, hogy néhány perccel a hálószobában készült felvétel után milyen látványt mutatott a Vénusz egy teodolit távcsövével kivetítve. A távcsővel kivetített kép sokkal élesebb és kontrasztosabb a hálószobában készültnél, de összességében megállapíthatjuk, hogy a Vénusz átvonulása lyukkamerával is megfigyelhető.

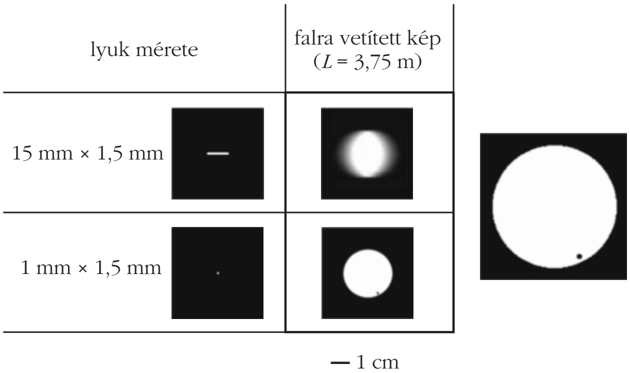
A *17. ábrán* a redőnyös kísérlet numerikus szimulációjának eredményeit mutatom be. Ezeket az (1) konvolúciós összefüggéssel számoltam, a kétféle résalakot figyelembe véve. Az $f(x, y)$ függvényt ismét a jobb oldali ábra mutatja, ahol a Vénuszt jelképező apró kör méretét úgy adtam meg, hogy összeszoroztam a bolygó átvonuláskor mérhető látszó szögátmérőjét ($\varepsilon_{Vénusz} \approx 3 \cdot 10^{-4}$ rad) és az L ernyőtávolságot. Ideális leképezésnél az $f(x, y)$ függvényhez hasonlóan kontrasztos képet kapnánk, azaz a fekete háttér előtt a Nap felülete

15. ábra

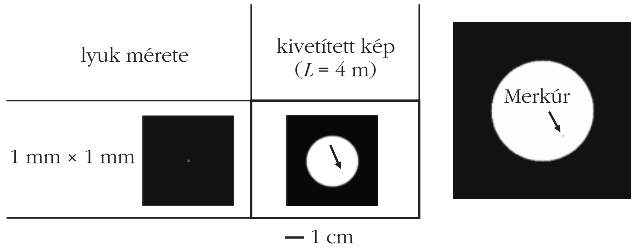


16. ábra





17. ábra



18. ábra

fehér, a Vénusz apró körlapja fekete lenne a képen. Az 1 mm × 1,5 mm-es rés által alkotott ernyőképet (a *17. ábra* táblázatának jobb alsó képét) elemezve azt kaptam, hogy a Vénuszt jelképező apró, elmosódott folt intenzitásmaximuma 25%-a a Napkorong intenzitásának, azaz nem fekete, hanem sötétszürke. A lyuk által alkotott kép a Vénusz esetében tehát nem volt tökéletesen kontrasztos, de azért jól ki lehetett venni. A konvolúciós integrálból adódó elkerülhetetlen effektus, hogy ha még kisebb objektum kúszik be a Nap elé, akkor a kép kontrasztja még rosszabb lesz. Ilyen típusú látványnál tehát elsősorban a rossz kontraszt szab korlátot a lyukkamerás megfigyeléseknek, amint azt a Merkúr példáján mindjárt látni fogjuk.

A Merkúr-átvonulások jóval gyakoribbak, mint a Vénusz Nap előtti elhaladásai (a legközelebbi 2016. május 9-én lesz), és éppen ebből a gyakoriságból ered legfőbb tudománytörténeti jelentőségük. A Merkúr pozíciója ugyanis ilyen átvonulások alkalmával mérhető a legpontosabban. A viszonylag gyakori átvonulások elegendő mérési adatot szolgáltattak a 19. században a zseniális *Le Verrier*-nek, hogy a Merkúr perihéliumelfordulását rendkívüli pontossággal kiszámolja. Így derült fény arra a kicsiny, ~43”/évszázad mértékű elfordulásjárulékra, amely *Einstein* általános relativitáselméletének megjelenéséig várt az elméleti magyarázatra.

Megfigyelhetők-e a Merkúr-átvonulások lyukkamerával? Ez a bolygó kisebb, és távolabb is van tőlünk, mint a Vénusz, így a látszó szögátmérője még akkor is nagyon kicsi ($\varepsilon_{Merkúr} \approx 5 \cdot 10^{-5}$ rad), amikor a legközelebb van a Földhöz (mint például Merkúr-átvonuláskor). A *18. ábra* jobb oldali képe mutatja, milyen látványt nyújt a Nap elé bekúszó Merkúr apró, szinte pontszerű korongja, tökéletes leképezés esetén. Ebből az $f(x, y)$ függvényből – 1 mm × 1 mm-es négyzet alakú lyukat és 4 m-es ernyőtávolságot feltételezve – az (1) konvolúciós integrál a *18. ábrán* látható képet szolgáltatja. A kiszámolt ernyőképen fekete nyíllal jelzem a Merkúr nagyon világos szürke, ezért gyakorlatilag kivehetetlen képének helyét. A képet elemezve kiderül, hogy az ernyőn a Merkúr foltjának intenzitása 94%, azaz a fehér háttértől alig megkülönböztethető. Megállapítható tehát, hogy – bár mindenképpen érdemes a 2016-os Merkúr-átvonulást figyelemmel követni, és közben a téridő görbültségén elmélkedni – erre a megfigyelésre sajnos a lyukkamera nem látszik alkalmasnak. Távcsővel kivetítve azonban továbbra is kontrasztos képet kaphatunk, mint azt az interneten fellelhető, korábbi Merkúr-átvonulásokról készült fényképek tanúsítják. Kartonpapíros-lyukkamerás kísérleteinket pedig folytathatjuk a 2022. október 25-i napfogyatkozáskor.

A ZSONGLŐRKÖDÉS FIZIKÁJA

Varga János
Székesfehérvár

Mottó: „Meggyőződésem, hogy a tudomány szakmákra, szakterületekre való felosztása az osztályozó emberi elme ugyan szükségszerű, de mesterséges terméke. A természet nem ismeri az ilyen szakosítást.”

Szalay Sándor

A matematika csupán számokkal való *zsonglőrködés,* a fizika képletekkel való bűvészkedés, a kémia meg csak kémcsövekben való kotyvasztás – hangoztatják a gondolkodni restek. E mondás a zsonglőrködést a matematikához köti. Amennyiben néhány összeadás és kivonás maga a matematika, annyiban ezt a felfogást erősíti az alábbi [1]-ből vett feladat és annak megoldása is.

F.60. *Jani és Juliska édesapja szomorúan bandukolt haza, ugyanis nem tudott venni egyebet, mint két darab tojást. Egy olyan régi fahídhoz ért, amelyre ki volt írva, hogy 70 kg-nál nagyobb tömeget nem bír el. Elgondolkozott a jó öreg:*

– Én pontosan 69,950 kg tömegű vagyok, a tojások meg egyenként 50 g tömegűek. Még ezt a két tojást sem tudom épségben hazavinni gyermekeimnek – búslakodott szomorúan.

Hamarosan azonban mentő ötlete támadt, és épen hazavitte a két tojást anélkül, hogy a híd leszakadt volna. Pontosan egyszer haladt át a hídon, és senki sem segített neki. Vajon hogy tette ezt?

Az egyik fizikaórán tanítványaimnak én is feladtam a fenti példát, mert alkalmasnak találtam *az önálló tanulói kutatásra, számolásra és mérésre*, amin az egész osztály együtt gondolkozhat és dolgozhat,