

# SUGÁRNYALÁBOK INGADOZÁSAI ÉS KORRELÁCIÓJA A RÉSZECSEKÉP ALAPJÁN

Györgyi Géza (1930–1973)

## Bevezetés

Az utóbbi években számottevő érdeklődés fordult a koherens nyalábokban kimutatott fotonok korrelációjának problémája felé. Hazánkban *Jánossy Lajos* és munkatársai [1] végeztek koincidenca-, továbbá interferencia-kísérleteket, a fény természetének részecske- és hullámtulajdonságainak beható vizsgálatára törekedve. *E. Brannen* és *H. J. S. Ferguson* [2] ugyancsak a fundamentális kérdések iránti érdeklődéstől sarkallva végeztek később koincidenca-kísérleteket koherens fénynyalábokkal. *R. Hanbury Brown* és *R. Q. Twiss* [3] pedig gyakorlati csillagászati probléma: a csillagok szögátmérőjének interferometrikus meghatározása kapcsán vizsgálták fotonok korrelációját koherens nyalábokban.

2014. október 1-jén egykori lakóházánál (Budapest, II. Szilágyi Erzsébet fasor 79.) emléktáblát avattak *Györgyi Géza* tiszteletére, aki egyebek között a *Fizikai Szemle* Szerkesztőbizottságának is aktív tagja volt. Idézzük fel emléktét egy 53 éve megjelent – *Fiz. Szemle* 12 (1962) 146–152. –, aktualitását azóta sem veszett írásával.



Ezekben a kísérletekben szűk, közel monokromatikus sugárnyalábot ( $s$ ) ejtettek egy  $T$  féligáteresztő tükörrre, amelyen a nyaláb részben visszaverődött, részben áthaladt. Az így előállított  $s_1$ ,  $s_2$  koherens fénynyalábok az  $F_1$ , illetve az  $F_2$  felfogóberendezésekre estek. Az  $F_1$ -hez és  $F_2$ -höz csatlakozó  $K$  berendezés rendeltetése az volt, hogy megállapítsa az  $F_1$  és az  $F_2$  fotoelektron-sokszorozó által adott időköz folyamán kimutatott fotonok számának ingadozásainak korrelációját (1. ábra). A korrelációt koincidenca-kísérletek segítségével lehetett vizsgálni. A  $K$  koincidenca-számláló jelzése alapján megállapítható volt, ha egy-egy foton  $F_1$ -et és  $F_2$ -t adott  $\tau_f$  (= felbontási idő) hosszúságú időközön belül szólaltatta meg.

A koherens résznyalábokban észlelt fotonok korrelációjának megállapítására végzett, fent említett kísérletek eredményeit a következőkben foglalhatjuk össze. Mindaddig, míg a  $\tau_f$  felbontási idő nagy a vizsgált nyaláb  $\Delta\nu$  frekvenciaszélességének reciprokához, a  $\tau = 1/\Delta\nu$  mennyiségéhez viszonyítva:

$$\frac{\tau_f}{\tau} \gg 1, \quad (1)$$

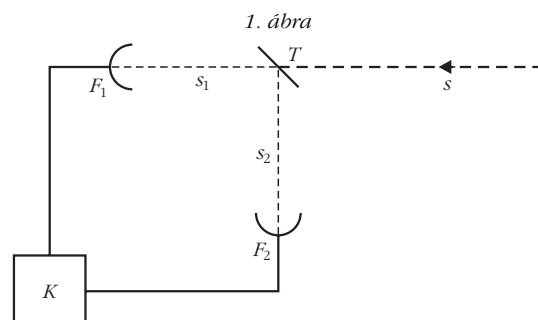
az  $F_1$  és  $F_2$  fotoelektron-sokszorozók által jelzett fotonok között nem tapasztalhatók szisztematikus koincidenca-kísérletek; az  $F_1$  és  $F_2$  által kimutatott fotonok között nem tapasztalnak korrelációt [1, 2]. Ha azonban a  $\tau_f$  felbontási idő a  $\tau$  reciprok vonalszélesség nagyságrendjébe esik:

$$\tau_f \approx \tau, \quad (2)$$

szisztematikus koincidenca-kísérletek észlelhetők; az  $F_1$  és  $F_2$  által kimutatott fotonok (intenzitások) ingadozásai között pozitív korreláció lép fel [3]. Ezt a korrelációt első ízben *R. Hanbury Brown* és *R. Q. Twiss* figyelték meg.

Megfelelnek-e ezek a kísérleti eredmények az elmélet várakozásainak? Miképpen magyarázhatók a (2) esetben megfigyelt szisztematikus koincidenca-kísérletek?

A korreláció eltűnése, amelyet az időrendben korábban az (1) feltétel mellett elvégzett kísérletekben



figyeltek meg, legegyszerűbben a fény leegyszerűsített részecskemodellje alapján, a klasszikus részecske-kép keretei között értelmezhető. Ha ugyanis a fénynyalábot mint klasszikus tömegpontokhoz hasonlatos részecskék áramát gondoljuk el (amint azt például annak idején *Newton* tette), úgy természetes a feltevés, hogy a nyalábban haladó fényrészecskék statisztikailag függetlenek. Egy ilyen nyalábból féligáteresztő tükör segítségével előállított résznyalábok nyilvánvalóan függetlenek lesznek. Eszerint tehát a résznyalábokhoz tartozó részecskeszámok ingadozásainak korrelációja el kell hogy tűnjék.

Az előzőekben alapul vett klasszikus részecske-kép természetesen szélsőségesen leegyszerűsített képe a fénynek. Ismeretes például, hogy a hőmérsékleti sugárzás spektrumára a klasszikus részecske-kép keretei között levezetett Wien-féle törvény kis rezgésszámok és nagy hőmérsékletek ( $h\nu/kT \ll 1$ ) mellett egyáltalán nem egyezik a megfigyelésekkel, illetve a megfigyeléseket helyesen leíró Planck-féle törvény-nyel. Ugyanígy a klasszikus részecske-kép korlátozottságát mutatja a (2) feltétel mellett megfigyelt pozitív korreláció.

Módosulnak a következtetések, ha a fénynyaláb viselkedését a klasszikus hullámkép keretei között vizsgáljuk. Itt a nyalábot nyilván az egyes atomi fénykibocsátási aktusokban keletkezett csillapított hullámvonulatokból állónak kell elgondolnunk. Míg e hullámvonulatok nem fedik egymást, a statisztikus függetlenség feltevése ezekre nézve is fenntartható. Az ilyen hullámvonulatok (amelyek egy-egy foton megismerésüknek tekinthetők) által  $F_1$ -en, illetve  $F_2$ -n okozott beütések között nincs korreláció. – Más azonban a helyzet, ha a nyalábban haladó két hullámvonulat átfedi egymást, interferál. Ilyenkor az interferencia miatt az  $F_1$ -en és  $F_2$ -n kiváltott fotoelektronok nem tekinthetők statisztikusan függetleneknek, a beütésszámok ingadozásai között korreláció lép fel. – R. H. Hanbury Brown és R. Q. Twiss ténylegesen a fény klasszikus hullámelmélete alapján vonták le a következtetésüket, amely szerint a koherens résznyalábok intenzitásingadozásai között korrelációnak kell lennie. Ez az elméleti következtetés ösztönözte őket kísérletük elvégzésére, amelyben első ízben sikerült megfigyelniük a korrelációt. Ezt követően megelégnél az érdeklődés a fénynyalábok ingadozásainak és korrelációjának elmélete iránt. Igen részletes tárgyalást adta a jelenségeknek a fény klasszikus elektromágneses hullámelmélete alapján több dolgozatában *Jánosy Lajos* [4]. Más szerzők is legnagyobbbrészt a klasszikus hullámkép keretei között vizsgálták a problémát. Ugyanakkor több hullámelméleti dolgozatban, így például *E. M. Purcell* munkájában [5] olvashatunk megjegyzéseket és megállapításokat, amelyekből kitűnik: tévedés volna azt gondolni, mintha a fény részecske-képe alapján nem volna megérthető a (2) esetben megfigyelt korreláció.

Ez nem meglepő. Ismeretes például, hogy a hőmérsékleti sugárzás Planck-féle törvénye is levezethető nemcsak a hullámkép alapján (egy tükröző falú üveg

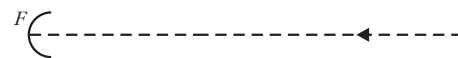
elektromágneses sajátrezgéseit szemügyre véve), de a részecske-kép alapján is (kiindulva a fotongáz statisztikai tárgyalásából). Ez a részecske-kép természetesen nem azonos a klasszikus részecske-képpel (amely, mint említettük, a Planck-törvény helyett a Wien-törvényhez vezet). Ahhoz, hogy a részecske-kép a (klasszikus modellel nem szemléltethető) kvantált elektromágneses sugárzási tér viselkedését hűen ábrázolja, tekintetbe kell vennünk egy nemklasszikus vonást: a részecskék azonosságát.<sup>1</sup>

Cikkünk célja, hogy bemutassa a fénynyalábok ingadozásainak és korrelációjának tárgyalását a részecske-kép keretei között, figyelembe véve a részecskék azonosságát.

## Sugárnyaláb ábrázolása a fázissíkon.

### Elemi fáziscellák

A koherens résznyalábok között fellépő korreláció tárgyalásának előkészítése céljából vizsgáljuk meg előbb egyetlen fénynyaláb ingadozásait, statisztikus viselkedését. Az intenzitás (a fotonok beütésszáma) és vele együtt az ingadozások jelzésére szolgáljon az  $F$  felfogóberendezés (2. ábra). Az egyszerűség ked-



2. ábra

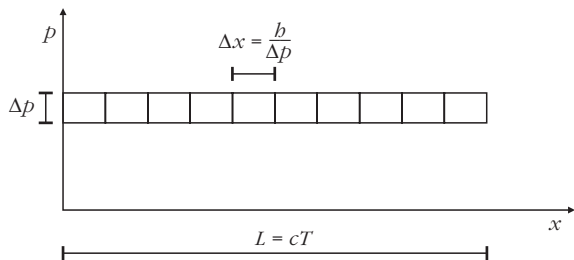
véért tegyük fel, hogy a nyalábban a  $(\nu_0 - \Delta\nu/2, \nu_0 + \Delta\nu/2)$  közbeeső frekvenciák egyenlő intenzitással vannak képviselve, e közön kívül pedig az intenzitás legyen zérus. Más szóval: feltesszük, hogy a nyaláb spektruma négyszög alakú; a spektrum szélességét  $\Delta\nu$ , a frekvencia középértékét pedig  $\nu_0$  jelöli. Mint-hogy a foton  $p$  impulzusa a  $\nu$  rezgésszámmal a  $p = h\nu/c$  kapcsolatban áll,<sup>2</sup> ez azt jelenti, hogy a nyaláb fotonjainak impulzusértékei egy  $\Delta p = h\Delta\nu/c$  nagyságú közbé esnek.

Azok a fotonok, amelyek egy megadott  $T$  hosszúságú időköz folyamán esnek rá  $F$ -re, ezen időköz kezdetén egy  $L = cT$  hosszúságú szakasz mentén helyezkednek el. E fotonok helyzetét a koordinátára vonatkozó  $0 \leq x \leq L$  egyenlőtlenség zárja közre. A sokaság fotonjainak helyzetét ( $x$ ) és mozgását ( $p$ ) jellemző pontok az  $(x, p)$  síkon, az úgynevezett fázissíkon eszerint  $L\Delta p$  területű négyszöget töltnek ki (3. ábra).

Részecskesokaságok statisztikus tárgyalásában alapvető a következő (sokszorosan beigazolódott) feltevés: annak valószínűsége, hogy egy  $(x, p)$  fázispont a fázissík adott területű tartományába jusson, arányos e tartomány területével. Eszerint, ha a vizsgált fotonnyalábbhoz tartozó fázisnégyzöget egyenlő nagyságú cellákra osztjuk be (3. ábra), úgy egy fotont ábrázol-

<sup>1</sup> Megjegyezzük, hogy ugyanígy a hullámkép használata esetén is figyelembe veendő egy nem klasszikus vonás: a sugárzási tér saját rezgéseinek kvantáltsága.

<sup>2</sup> Itt a  $h$  a Planck-állandó,  $c$  a fénysebesség.



3. ábra

ló  $(x, p)$  fázispont egyenlő valószínűséggel kerülhet a cellák mindegyikébe.

A kvantumelmélet megadja a fázissík legfinomabb felosztásával adódó elemi cellák területét. Ha egy részecske állapotát (koordinátáját és impulzusát) a lehető legpontosabban határozzuk meg, a koordináta, illetve az impulzus határozatlanságát jellemző  $\Delta x$  és  $\Delta p$  mennyiségek szorzata a Planck-állandót kell hogy adja:  $\Delta x \cdot \Delta p = b$  (Heisenberg-féle határozatlansági összefüggés). Ez az egyenlet határozza meg egy elemi fáziscella nagyságát: egy cella területe  $b$ -val egyenlő. Ennek alapján megállapíthatjuk: az  $L\Delta p$  területű fázisnégyzögben az elemi cellák száma

$$Z_p = \frac{L\Delta p}{b} = \frac{L\Delta v}{c}. \quad (3)$$

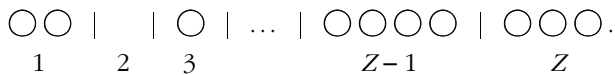
$Z_p$  a haladó mozgás szabadsági fokaihoz tartozó független fotonállapotok számát adja meg. Adott haladó mozgás esetén a foton polarizációja számára két különböző független állapot lehetséges. A független fotonállapotok teljes számát  $Z_p$  csak rögzített polarizáció (polarizált nyaláb) esetén adja meg. Ha mindkét polarizáció megengedett, az állapotok (cellák) teljes  $Z$  száma  $Z_p$  kétszerese:

$$Z = 2 \frac{L\Delta v}{c}. \quad (4)$$

## A fotonszám valószínűség-eloszlása egy elemi fáziscellában

A fénynyaláb ingadozásainak, statisztikus viselkedésének meghatározása érdekében foglalkozzunk most a következő feladattal: mi annak a valószínűsége, hogy egy kiszemelt fáziscellába pontosan  $n$  foton kerüljön?

Legyen a nyalábban haladó fotonok száma  $N$ . Hányféleképpen helyezhető el ez az  $N$  foton a  $Z$  számú cellában? Az esetek megszámlálását a fotonok azonosságának szem előtt tartásával kell elvégeznünk; két elrendezést, amelyek a fotonok felcserélésében különböznek, azonosnak kell tekintenünk. A megszámlálás így történhet [6]. A fotonokat ábrázolják körök. Először írjunk le annyi kört, ahány foton az első cellába jut, majd húzzunk egy vonalat; ezután írjuk le a második cellába került köröket, és ismét húzzunk egy vonalat és így tovább, végül a  $Z-1$ -edik vonal után írjuk le az utolsó ( $Z$ -edik) cellába jutó fotonoknak megfelelő köröket:



Az összes lehetséges elhelyezés számát úgy kapjuk meg, hogy az  $N$  foton (kör) és a  $Z-1$  vonal összes permutációinak  $(N+Z-1)!$  számát elosztjuk a  $N!$ -sal és  $(Z-1)!$ -sal, a fotonok, illetve a vonalak egymás közötti felcseréléseinek számával. A keresett szám tehát:

$$\frac{(N+Z-1)!}{N!(Z-1)!} = \binom{N+Z-1}{N}. \quad (5)$$

Ezen kívül meg kell határozni azon elhelyezkedések számát, amelyeknél a kiszemelt cellába pontosan  $n$  részecske jut. Ezen elhelyezkedések számát úgy kapjuk, hogy a fennmaradó  $N-n$  foton az összes lehetséges módon elhelyezzük a fennmaradó  $Z-1$  cellába. Az elhelyezkedések számát (5)-ből nyilván a  $N \rightarrow N-n$ ,  $Z \rightarrow Z-1$  helyettesítéssel kapjuk:

$$\binom{N+Z-n-2}{N-n}. \quad (6)$$

Annak valószínűségét kívánjuk tudni, hogy egy kiszemelt cellába pontosan  $n$  részecske jusson. E valószínűséget a „kedvező” esetek (6) s az összes esetek (5) számának hányadosa szolgáltatja:

$$\frac{\binom{N+Z-n-2}{N-n}}{\binom{N+Z-1}{N}}. \quad (7)$$

Itt feltehető, hogy  $N$  igen nagy szám, hiszen az ingadozásokra, korrelációra igen sok fotonnal elvégzett megfigyelésekből következtetnek. Elvégezhetjük tehát (7)-ben az  $N \rightarrow \infty$  határátmenetet, ugyanakkor szükséges  $Z \rightarrow \infty$  is, miután az egy cellára eső átlagos fotonszámot, a  $v = N/Z$ -t (az intenzitás spektrális sűrűségét) a kísérleti feltételek meghatározzák. A (7)-es kifejezést célszerűen átalakítva és a mondott határátmenetet elvégezve kapjuk:

$$\begin{aligned} & \frac{(N+Z-n-2) \dots (Z-1)}{(N-n)!} = \\ & \frac{(N+Z-1) \dots Z}{N!} = \\ & = \frac{(Z-1)(N-n+1)(N-n+2) \dots N}{(N+Z-1)(N+Z-2) \dots (N+Z-n-1)} = \\ & = \left(1 - \frac{1}{Z}\right) \left(v - \frac{n-1}{Z}\right) \left(v - \frac{n-2}{Z}\right) \dots \left(v - \frac{1}{Z}\right) v \rightarrow \\ & = \frac{\left(1 - \frac{1}{Z}\right) \left(1 + v - \frac{1}{Z}\right) \left(1 + v - \frac{2}{Z}\right) \dots \left(1 + v - \frac{n+1}{Z}\right)}{\left(1 + v - \frac{1}{Z}\right) \left(1 + v - \frac{2}{Z}\right) \dots \left(1 + v - \frac{n+1}{Z}\right)} \rightarrow \\ & \rightarrow v(n) = \frac{1}{1+v} \left(\frac{v}{1+v}\right)^n, \quad (8) \end{aligned}$$

ha  $N = vZ \rightarrow \infty$  ( $v = \text{const.}$ ). A kapott  $v(n)$  kifejezés

$N, Z \gg 1$  és rögzített  $v = N/Z$  esetén közelítőleg megadja annak valószínűségét, hogy egy kiszemelt fáziscellában pontosan  $n$  foton legyen jelen.<sup>3</sup>

## A valószínűség-eloszlás több elemi cellából álló fázistartományban

Ahhoz, hogy a fénynyaláb ingadozásai val. kapcsolatban feltett kérdésekre válaszolhassunk, ismernünk kell annak  $v_z(n)$  valószínűségét, hogy a fázissík egy tartományába, amely  $z$  elemi cella egyesítése útján állt elő, pontosan  $n$  foton essék. A keresett valószínűség (8)-ból a

$$v_z(n) = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_z=n} v(k_1) v(k_2) \dots v(k_z) \quad (9)$$

képlet szerint kapható. A (8) kifejezést (9)-be helyettesítve kapjuk:

$$v_z(n) = \left( \frac{1}{1+v} \right)^z \sum_{k_1+k_2+\dots+k_z=n} \left( \frac{v}{1+v} \right)^{k_1+k_2+\dots+k_z}$$

Az itt álló  $z$ -szeres összeg minden tagja ugyanakkora:

$$\left( \frac{v}{1+v} \right)^n \text{-nel}$$

egyenlő. A tagok száma pedig annyi, ahányféleképpen  $n$ -et  $z$  számú nemnegatív egész szám összegeként előállíthatjuk. E lehetőségek száma  $n$  elem  $z-1$ -edrendű ismétléses kombinációi számával,

$$\binom{n+z-1}{z-1} \text{-gyel}$$

egyenlő. Írható tehát:

$$v_z(n) = \binom{n+z-1}{z-1} \left( \frac{1}{1+v} \right)^z \left( \frac{v}{1+v} \right)^n. \quad (10)$$

Ez tehát annak valószínűsége, hogy a fázissík egy  $z$  elemi cella egyesítése útján kapott tartományában pontosan  $n$  foton legyen jelen. A (10) valószínűség ismeretében már következtethetünk a fotonnyaláb statisztikus viselkedésére. Következtetéseink levonásához azonban meg kell még határozni a kapott valószínűség-eloszlás várható értékét és szórását; szükségünk lesz továbbá a  $v_z(n)$  valószínűség  $z \rightarrow \infty$  ( $zv = \text{const.}$ ) határátmenettel adódó alakjára. Ha az olvasó a (14) és (15) végképleteket igazolás nélkül elfogadja, az apró betűs szakaszban közölt számításokat átugorhatja.

### Várható érték, szórás és a határátmenet

A  $z$  elemi cellát magában foglaló fázistartományban a fotonszám várható értékét az

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n v_z(n)$$

<sup>3</sup> A (7)-ből (8)-hoz vezető határátmenet analóg a binomiális eloszlástól a Poisson-eloszláshoz vezető határátmenettel [6].

képlet szolgáltatja. Helyettesítsük be ide (10)-et, és alkalmazzuk az  $\alpha = v/(1+v)$  jelölést:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= (1-\alpha)^z \sum_{n=0}^{\infty} n \binom{n+z-1}{z-1} \alpha^n = \\ &= \frac{(1-\alpha)^z}{(z-1)!} \sum_{n=0}^{\infty} (n+z-1)(n+z-2)\dots(n+1) n \alpha^n = \\ &= \frac{(1-\alpha)^z}{(z-1)!} \alpha \sum_{m=z-1}^{\infty} m(m-1)(m-2)\dots(m-z+1) \alpha^{m-z} = \\ &= \frac{(1-\alpha)^z}{(z-1)!} \alpha \left( \frac{d}{d\alpha} \right)^z \sum_{m=0}^{\infty} \alpha^m = \\ &= \frac{(1-\alpha)^z}{(z-1)!} \alpha \left( \frac{d}{d\alpha} \right)^z \frac{1}{1-\alpha} = \\ &= \frac{z!}{(z-1)!} \alpha \frac{(1-\alpha)^z}{(1-\alpha)^{z+1}} = \\ &= z \frac{\alpha}{1-\alpha}. \end{aligned} \quad (11)$$

Itt felhasználtuk a mértani sor összegképletét:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \alpha^m = \frac{1}{1-\alpha}.$$

Beírva (11)-be az  $\alpha = v/(1+v)$  jelölést, kapjuk:

$$\bar{n} = zv. \quad (12)$$

A  $(\overline{\Delta n})^2$  szórásnégyzetet a

$$(\overline{\Delta n})^2 = \overline{(n-\bar{n})^2} = \bar{n}^2 - \bar{n}^2 = \bar{n}(\bar{n}-1) - \bar{n}(\bar{n}-1) \quad (13)$$

képlet definiálja. Az  $\bar{n}(\bar{n}-1)$  várható értéket a (11) mintára elvégzett átalakítások segítségével kapjuk.

$$\begin{aligned} \overline{n(n-1)} &= (1-\alpha)^z \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) \binom{n+z-1}{z-1} \alpha^n = \\ &= \frac{(1-\alpha)^z}{(z-1)!} \alpha^2 \left( \frac{d}{d\alpha} \right)^{z+1} \frac{1}{1-\alpha} = (z+1) z v^2. \end{aligned}$$

Ezt az eredményt és (12)-t felhasználva, (13)-ból a szórásnégyzetre

$$(\overline{\Delta n})^2 = \bar{n} \left( 1 + \frac{\bar{n}}{z} \right) \quad (14)$$

adódik.

Érdekes végül megvizsgálni, mi a határértéke a (10) valószínűségnek nagyon sok elemi cellát tartalmazó fázistartomány vagyis  $z \rightarrow \infty$  esetén, ha eközben az  $\bar{n} = zv$  várható értéket rögzítjük. Átalakítjuk (10)-et, alkalmazva a  $\mu = zv$  jelölést:

$$\begin{aligned} v_z(n) &= \frac{(n+z-1)(n+z-2)\dots(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (z-1)} \left( \frac{1}{1+v} \right)^z \left( \frac{v}{1+v} \right)^n = \\ &= \frac{\mu^n}{n!} \left( 1 + \frac{\mu}{z} \right)^{-z} \left( \frac{n-1}{z} + 1 \right) \left( \frac{n-2}{z} + 1 \right) \dots \left( \frac{1}{z} + 1 \right). \end{aligned}$$

Bármely rögzített  $n$ , valamint rögzített  $\mu$  mellett  $z \rightarrow \infty$  esetén  $(1 + \mu/z)^{-z} \rightarrow \exp(-\mu)$ , az utolsó tényezőként álló emeletes tört határértéke pedig 1. A határátmenet eredménye tehát:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} v_z(n) = e^{-\mu} \frac{\mu^n}{n!}, \quad (15)$$

vagyis: (az átlagos fotonszámhoz képest) nagyon sok elemi cellát tartalmazó fázistartományban a fotonszám valószínűség-eloszlása Poisson-eloszlás.

## Következtetések

A levezetett eredmények birtokában megadhatjuk a választ a fényingadozással és korrelációval kapcsolatos felvetett kérdésekre.

Vegyünk először szemügyre egy nyalábot, mely essék egy felfogóberendezésre (2. ábra). A nyaláb  $l$  hosszúságú szakaszában foglalt fotonok a felfogóberendezést egy  $t = l/c$  hosszúságú időközben érik el. A nyaláb  $e$  szakaszához tartozó elemi fáziscellák száma (4) mintájára a  $z = 2l\Delta\nu/c$  alakban írható fel. Ha ide beírjuk  $l = ct$ -t és a  $\tau = 1/\Delta\nu$  reciproknak frekvenciaszélességet, az elemi cellák számát a

$$z = 2 \frac{t}{\tau} \quad (16)$$

alakban kapjuk. Ezt (16)-ba helyettesítve a szórásnégyzetre

$$\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\bar{n} \tau}{t} \right) \quad (17)$$

adódik. Ez a képlet jellemzi az  $F$  által egy  $t$  időközben kimutatott fotonszám ingadozásait. A következőkben megmutatjuk, hogy ezek az ingadozások a koherens résznyalábok között korrelációt eredményeznek.

Fordítsuk most figyelmünket a féligáteresztő tükörrel nyert résznyalábok korrelációjának vizsgálatát célzó kísérlet felé (1. ábra). Tegyük fel, hogy adott  $t$  idő alatt az  $F_1$  felfogóberendezés  $n_1$ ,  $F_2$  pedig  $n_2$  foton beérkezését mutatja. (Az egyszerűség kedvéért  $F_1$ -nek,  $F_2$ -nek és  $F$ -nek egységnyi megszólalási valószínűséget tulajdonítunk.) Alkalmazzuk (17)-et  $n_1$ -re és  $n_2$ -re:

$$\overline{(\Delta n_1)^2} = \bar{n}_1 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\bar{n}_1 \tau}{t} \right), \quad (18)$$

$$\overline{(\Delta n_2)^2} = \bar{n}_2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\bar{n}_2 \tau}{t} \right).$$

$F_1$  és  $F_2$  együtt (képzeletben egyetlen  $F$  berendezéssé egyesítve)  $t$  idő alatt összesen  $n = n_1 + n_2$  foton jelez. Ha az  $n = n_1 + n_2$ -t (17)-be helyettesítjük, és felhasználjuk (18)-at, kapjuk:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta n_1 \Delta n_2} &\equiv \overline{(n_1 - \bar{n}_1)(n_2 - \bar{n}_2)} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \overline{(\Delta n)^2} - \overline{(\Delta n_1)^2} - \overline{(\Delta n_2)^2} \right] = \\ &= \frac{\bar{n}_1 \bar{n}_2 \tau}{2t}, \end{aligned} \quad (19)$$

vagyis: a koherens résznyalábokban kimutatott fotonszámok között pozitív korreláció észlelhető. Ez a képlet fejezi ki a *Bevezetésben* leírt Brown–Twiss-effektust. Egy koincidenciakísérletben a pozitív korreláció a koincidenciák számának növekedését eredmé-

nyezi: a véletlen koincidenciák mellett szisztematikus koincidenciák jelentkeznek.

Határozzuk meg a koincidenciák számát. Legyen a koincidenciaszámláló felbontási ideje  $\tau_f$ . Ha  $F_1$  valamely adott  $t_0$  pillanatban jelez egy foton, úgy ezzel az  $n_2$  foton van koincidenciában, amely  $F_2$ -t a  $t_0 - \tau_f$ ,  $t_0 + \tau_f$  időközben éri el. Ha  $F_1$ -re  $2\tau_f$  idő alatt  $n_1$  foton érkezik, úgy  $2\tau_f$  hosszúságú időközre  $n_1 n_2$  ko incidencia esik. Itt feltesszük, hogy  $n_1$  és  $n_2$  az egynél nagyobb értékeket elenyésző valószínűséggel veszi fel, más szóval

$$\bar{n}_1, \bar{n}_2 \ll 1. \quad (20)$$

Valamely  $T (\gg 2\tau_f)$  idő alatt a koincidenciák számának várható értéke eszerint

$$k = \frac{T}{2\tau_f} \bar{n}_1 \bar{n}_2.$$

A  $t = 2\tau_f$  esetre alkalmazott (19) képlet segítségével kapjuk:

$$\begin{aligned} k &= \frac{T}{2\tau_f} \left( \bar{n}_1 \bar{n}_2 + \overline{\Delta n_1 \Delta n_2} \right) = \\ &= \frac{T}{2\tau_f} \bar{n}_1 \bar{n}_2 \left( 1 + \frac{\tau}{4\tau_f} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Leolvashatjuk: az eltűnő korreláció ( $\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} = 0$ ) esetében adódó  $k_r = (T/2\tau_f) \bar{n}_1 \bar{n}_2$  számú ko incidenciához, a véletlen ko incidenciákhoz a (19) pozitív korreláció folyamánaképpen  $k_s = (\tau/4\tau_f) k_r$  számú szisztematikus ko incidencia járul. A kétféle ko incidencia számának  $\kappa = k_s/k_r$  viszonyára (19) alapján írható:

$$\kappa = \frac{\overline{\Delta n_1 \Delta n_2}}{\bar{n}_1 \bar{n}_2} = \frac{\tau}{4\tau_f}. \quad (22)$$

Ezzel a képlettel a *Bevezetésben* idézett, az (1) és a (2) feltétel mellett elvégzett kísérletek eredményei láthatóan összhangban vannak.

Könnyen felismerhetjük az (1), (2) feltételek szemléletes jelentését. A (16) képlet mutatja, hogy a nyaláb  $t$  idő alatt beérkező szakaszához  $z = 2t/\tau$  számú elemi cella tartozik. A szisztematikus ko incidenciák relatív számát megadó (22) alatti  $\kappa$  mennyiség eszerint a  $2\tau_f$  kétszeres felbontási időnek megfelelő cellaszám reciproka. Ahhoz, hogy  $\kappa \geq 1$  legyen, a ko incidenciaszámlálónak legalábbis egy elemi cellát fel kell oldania!

Megfontolásaink és számításaink alapján egy fotonnyaláb statisztikus viselkedését, ingadozásait a következőképpen jellemezhetjük. Míg az egy cellára eső átlagos fotonszám kicsi:  $\bar{n}/z \ll 1$ , úgy a fotonszámra jó közelítésben a (15) Poisson-eloszlás érvényes. Ilyenkor (14) szerint a fotonszám ingadozásait kifejező szórásnégyzet a független eseményekre jellemző ( $\overline{\Delta n^2} = \bar{n}$ ) alakot ölti, és a koherens résznyalábokban kimutatott  $n_1$ ,  $n_2$  részecskeszámok ( $n_1 + n_2 = n$ ) korrelációja eltűnik:

$$\overline{\Delta n_1 \Delta n_2} = \frac{(\overline{\Delta n})^2 - \overline{(\Delta n_1)^2} - \overline{(\Delta n_2)^2}}{2} =$$

$$= \frac{\bar{n} - \bar{n}_1 - \bar{n}_2}{2} = 0,$$

szisztematikus koincidenciák nem jelentkeznek. A fotonok ilyenkor független részecskék módjára viselkednek, és amint arra a *Bevezetésben* is rámutattunk, alkalmazható a klasszikus részecskekép.

Általában azonban (ha tudniillik az  $\bar{n}/z \ll 1$  feltétel nem teljesül) a fotonok nem tekinthetők független részecskéknek. A fotonszámra a részecskék azonossága figyelembevételével kapott, a Poisson-eloszlástól eltérő (10) valószínűség-eloszlás érvényes, a szórásnégyzet a „normális”  $\bar{n}$  értéknél  $(1 + \bar{n}/z)$ -szer nagyobb. E „hipernormális” szórás következménye a résznyalábokba kimutatott fotonszámok pozitív korrelációja. – A szórásnégyzet  $\bar{n}$  tagjának megfelelő ingadozásokat (utalva az izzőkatódok elektronemissziójánál fellépő analóg ingadozásokra) sörétzajnak, az ehhez járuló  $\bar{n}^2/z$  tagot pedig interferencia-zajnak nevezhetjük. Megjegyezzük, hogy *Vavilov* fényingadozás-kísérleteiben [7] a sörétzajt figyelték meg.

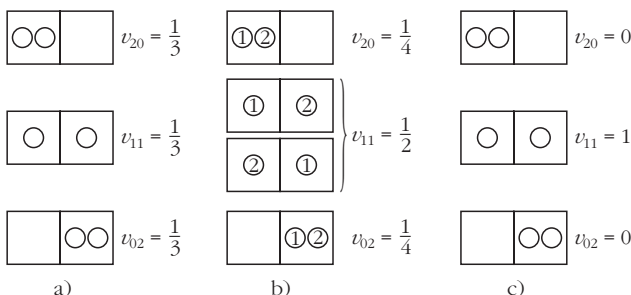
Az, hogy a  $v_z(n)$  eloszlás és a hozzátartozó,

$$\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n} + \frac{\bar{n}^2}{z}$$

szórásnégyzet alakja függ  $z$ -től, vagyis attól, hogy a nyaláb szemügyre vett szakaszához tartozó fázisstartomány hány  $b$  nagyságú elemi cellát tartalmaz, mutatja, hogy a vizsgált ingadozási és korrelációs jelenségeket – a részecskekép keretei között szemlélve – jellegzetesen kvantumos effektusnak kell tekintenünk.

Milyen szemléletes kép kapcsolható a fotonok „hipernormális” ingadozásaihoz? Könnyű belátni, hogy azonos részecskék esetében nagyobb annak a valószínűsége, hogy két (vagy több) részecske ugyanazon elemi cellába kerüljön, mint megkülönböztethető klasszikus részecskék esetén (példaként lásd a

4. ábra. a) Fotonok különböző lehetséges elhelyezkedései két kvantumcellában, a részecskék azonosságának figyelembevételével. b) Klasszikus (megkülönböztethető) részecskék lehetséges elhelyezkedései két kvantumcellában. Az a) és b) ábrákat összevetve látjuk: annak valószínűsége ( $v_{20}$ , illetve  $v_{02}$ ), hogy két részecske ugyanabba a cellába kerüljön, azonos részecskékre nagyobb, mint a klasszikus esetben. c) Elektronok esetében a részecskék azonossága mellett érvényesül a Pauli-féle kizárási elv is. Így annak valószínűsége, hogy egy cellába egynél több részecske kerüljön, eltűnik:  $v_{20} = v_{02} = 0$ .



4.a, b ábrát). A részecskék azonossága kedvez annak, hogy egy elemi cellában több foton tömörüljön: a fotonok „kedvelik” egymás társaságát. Ez a tömörülési tendencia eredményezi a hipernormális ingadozásokat.

Jobban bepillantathatunk a jelenség fizikai hátterébe, ha tekintetbe vesszük a részecskék (fotonok) hullámtermészetét: az elemi fáziscella fogalma így mélyebb szemléletes tartalmat nyer. Egy elemi cella kiterjedése a koordinátatengely mentén  $\Delta x = b/\Delta p = c/\Delta \nu = c\tau$ . A  $\tau$  reciprok vonalszélesség a fotont kibocsátó atom átlagos élettartamát, vagyis a sugárzás időtartamát jellemzi. Ennek megfelelően  $\Delta x = c\tau$  a kibocsátott hullámvonulat hosszára jellemző. A sugárnyaláb  $l$  hosszúságú szakaszához tartozó  $l\Delta p$  fázisstartomány eszerint annyi  $\Delta x\Delta p = b$  nagyságú elemi cellát tartalmaz, ahány (adott polarizációjú) hullámvonulat az  $l$  szakaszon számottevő átfedés nélkül elhelyezhető. A most felismert „cellák száma = átfedés nélkül elhelyezhető hullámvonulatok száma” kapcsolat alapján megállapíthatjuk:

Az  $\bar{n}/z \ll 1$  esetben a fotonokhoz rendelt hullámvonulatok ritkásan érkeznek, közöttük nincs számottevő átfedés. A *Bevezetésben* megállapítottuk, hogy ilyenkor a nyaláb független részecskék nyalábjaként viselkedik. Ezzel összhangban van az  $\bar{n}/z \ll 1$  határesetben talált (15) eredmény, amely szerint a fotonszámra a Poisson-eloszlás érvényes, a szórás normális, a korreláció pedig eltűnik.

Az  $\bar{n}/z \geq 1$  esetben, midőn egy cellába számottevő valószínűséggel kerülhet egynél több foton is, a hullámvonulatok jelentékeny mértékben átfedik egymást és interferencia jön létre. Ilyenkor tér el a fotonszám-eloszlás a Poisson-eloszlástól, a szórás hipernormálisá válik, és ennek folyományaképpen fellép a pozitív korreláció. Levonhatjuk ebből a következtetést: a hipernormális ingadozásokat (az interferencia-zajt) valóban az interferencia, a hullámvonulatok átfedése eredményezi.

## Függelék

Ha fotonok helyett elektronok statisztikus viselkedését vizsgáljuk, a részecskék azonosságán kívül figyelembe kell vennünk a Pauli-elvet, amely szerint egy elemi cellát legfeljebb egy részecske foglalhat el. Ekkor a részecskeszám valószínűség-eloszlására (10) helyett

$$v_z(n) = \binom{z}{n} (1-v)^{z-n} v^n, \quad (0 \leq n \leq z)$$

adódik, a szórásnégyzet pedig

$$\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n} \left(1 - \frac{\bar{n}}{z}\right). \quad (*)$$

Ha  $z v = \bar{n} = \text{const.}$  mellett elvégeztük a  $z \rightarrow \infty$  határátmenetet, most is megkapjuk a Poisson-eloszlást.

Mint (\*) mutatja, most a  $\overline{(\Delta n)^2}$  szórás kisebb, mint a „normális”  $n$  érték; ennek folyományaképpen koherens résznyalábokban kimutatott elektronok között negatív korreláció lép fel.

A magyarázat kézenfekvő. Láttuk, hogy a fotonok „szívesen” tömörülnek össze többen egy elemi cellában: ez vezetett a hipernormális ingadozásokhoz. Az elektronok esetében a Pauli-elv éppen az ilyen tömörülést tiltja meg (4.c ábra). Ha a fotonokat „társaságkedvelők”-nek nevezték, az elektronokra a „magánykedvelők”

jelző illik. Természetüknek ez a vonása magyarázza, hogy ingadozásai a normális érték alatt maradnak, és ha az *1. ábra* ko incidenciakísérletét elektronokkal végeznénk el, a (2) feltétel teljesülése mellett a függetlenség feltevése alapján várható (véletlen) ko incidenciaszámnál is kevesebb ko incidenciát kapnánk.

#### Irodalom

1. A. Ádám, L. Jánossy, P. Varga, *Acta Phys. Hung.* 4 (1955) 301; lásd még: Jánossy L., Náray Zs., *Fiz. Szemle* 8 (1958) 3.

2. E. Brannen, H. I. S. Fergusson, *Nature* 178 (1956) 481.
3. R. Hanbury Brown, R. Q. Twiss, *Nature* 177 (1956) 27; R. Q. Twiss, A. G. Little, R. Hanbury Brown, *Nature* 180 (1957) 324.
4. L. Jánossy, *Il Nuovo Cimento* 6 (1957) 111; 12 (1959) 369; G. Graff, L. Jánossy, *Acta Phys. Hung.* 10 (1959) 291.
5. E. M. Purcell, *Nature* 178 (1956) 1449.
6. Rényi A.: *Valószínűségszámítás*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1954.
7. S. I. Wawilow: *Die Mikrostruktur des Lichtes*. Akademie-Verlag, Berlin, 1954.

## HÍREK – ESEMÉNYEK

# GYÖRGYI GÉZA EMLÉKTÁBLÁJÁNAK AVATÁSÁRA

Lévai Péter

MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont

Györgyi Géza emléktáblájának 2014. október elseji avatásán (a képet lásd a 252. oldalon) számos pályatárs, tanítvány, barát, kolléga, szakmai és területi szervezet képviselője, valamint családtag vett részt. Emlékbeszédet mondott *Zawadowski Alfréd* professzor emeritus, az MTA tagja, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat leköszönő elnöke, a társulat és a barátok nevében, valamint *Lévai Péter*, az MTA levelező tagja, a Wigner Fizikai Kutatóközpont főigazgatója, Györgyi Géza munkahelye, a Központi Fizikai Kutatóintézet jogutódja képviseletében. Koszorút helyezt el az ELFT nevében *Zawadowski Alfréd* és *Kürti Jenő* főtítkárra, a Wigner FK nevében *Lévai Péter* és *Frenkel Andor*, a Bay Zoltán Alapítvány részéről *Nagy Ferenc* elnök és *Kádár György* főtítkárra, a II. kerületi önkormányzat nevében *Láng Zsolt* polgármestert képviseelve *Ötvös Zoltán* művelődési irodavezető, végezetül a család koszorúzott. Ezt követően egy közeli étteremben tartott fogadáson nagyszámú, kötetlen hangvételű megemlékezés tanúsította, hogy Györgyi Géza szellemi öröksége és emberi tartásának emléke elevenen él. Alább közöljük Lévai Péter beszédének szövegét.



Negyvenegy évvel ezelőtt búcsúzott el a magyar fizikus közösség egy tragikus hirtelenséggel eltávozott, már életében meghatározóvá vált tagjától, Györgyi Gézától. Újraolvasva a temetésen elhangzott búcsúbeszédeket, a kollégák már akkor látták és megfogalmazták, hogy mekkora szellemi nagyság távozott el, milyen nagy a veszteség, mi minden valósulhatott volna még meg, ha nem ér véget ilyen hamar egy élet. Egy olyan élet, amely hosszasan időzött a szellemi magasságokban.

Most, 41 évvel később, Györgyi Géza emléktáblájánál állva, arról szeretnék beszélni, hogy az életében is nagy formátumú fizikus miként hatott az utókorra, mennyiben befolyásolta, mennyiben változtatta meg az utána érkezettek életét.

Kezdjük talán a legszelebb körrel, egyúttal a legnagyobb hatással. Itt konkrétan a *Fizikai Szemlére* gondolok, az ott megjelent cikkeire, tanulmányaira. Az előttem szóló *Zawadowski* professzor úr a pályatárs szemével emlékezett vissza. Én azokat képviselem, akik Györgyi Gézát személyesen nem ismerheték, de találkozhattak cikkeivel a *Fizikai Szemle* korábbi példányaiban, akár már középiskolás korukban, versenyekre készülve. A 70-es években még nem volt internet, a fiataloknak nem volt olyan egyszerű kielégíteni kíváncsiságukat, mint manapság – ezért is volt kulcsszerepe többek között a *Fizikai Szemlének*. Györgyi Géza cikkeit a kvantumvilág csodáiról, az atomokról, az erős kölcsönhatásról, a szimmetriákról, a megmaradási törvényekről ott olvashattuk magyarul, egyúttal közérthetően. Olyan csodálatos dolgokról tájékozódhattunk, ami lázba tudott hozni egy fiatal, ami mélyen elgondolkoztathatta, majd befolyásolhatta pályaválasztását, s végezetül akár a természettudományos oktatás vagy a kutatás felé is fordította. Biztos vagyok benne, hogy a jelenlétük között is több ilyen egykori fiatal (és idősebb) található, akiket Györgyi Géza cikkei ihlettek meg. Györgyi Géza a betegségével dacoló éve alatt a legújabb eredményeket hozta el az olvasóihoz, felbecsülhetetlen szolgálatot téve ezzel az egész magyar tudományos közösségnek.

A következő, némileg kisebb körbe a már elkötelezett, fizikusnak jelentkező egyetemi hallgatók tartoznak. Azok, akik magyar nyelvű könyvből, jegyzetből tanulhattak. Első éves egyetemistaként Györgyi Géza *Elméleti magfizika* könyvére a Múzeum körüti antikváriumban csaptam le. A jelenlétük közül sokan ismerik a magfizika rejtelmét, azt a nagyon széles fenomenológikus, kísérleti eredményekre támaszkodó megalapozást, ami egyrészt rejtélyessé és széppé, de egyúttal nehezen követhetővé, sokszor nehezen érthetővé teszi ezt a tudományágat. Ne add föl! Igenis működhet a globális alulnézet, a tudás elemi egysé-