

### 31., Miként óvhatjuk meg a hajókat a mennykőcsapástól?

A hajókba az árbocfákat szurkos fákból szokták fagyni, azon kívül szurokkal bekenni, és hegyetlenül hagyni. Többnyire ezért vannak a mennykőütésnek jobban kitéve. A védelem érdekében az árbocfát erősen be kell mázolni szurokkal, és a felső részébe egy nagy rézkarikát kell beverni, amelyen négy bearanyozott vashegy álljon, valamivel alacsonyabban, mint az árbocfa teteje. A karikából eresszünk le egy író toll vastagságú vasvesszőt az árboc hosszában, és azt akasszuk be erősen egy vaspóznába, amely legyen átütve a hajó alján, és annak mindkét oldalán álljon ki. A pózna mindkét végében azután vas szálakból készült rojtos kötést kell leereszteni, hogy szüntelen a vízben ússzanak. Utoljára az árbocfa vitorláját bekenjük szurokkal, és rézdróttal összekötjük a rézkarikával.

### 32., Hány elfolyatóra van szükség a különféle épületek védelmére, és hogyan kell azokat elhelyezni?

Egy tornyot vagy hajót elegendőképpen megoltalmaz egyetlen elfolyató, kettő pedig elég egy olyan épületnek, amely kétszáz láb hosszú, de a két végébe kell felállítani. Két, egymással szöget bezáró épületszárny esetén három elfolyatóra van szükség, egyiknek a szög csúcsában kell állnia, kettőnek az épület két végében. A négy szögletű épület pedig négy elfolyatót kíván.

El kell vetni azonban a darabokból összerakott elfolyatókat, mert az összegyűlt elektromos folyadék az elfolyató darabjaiban hathatósan kiönti magát. Ezért a vas karok, korlátok, láncok és póznák a háznak azt a részét, ahol található megoltalmazzák ugyan, de egy szersmind a villámcsapást oda irányítják, ahol a házrészek nincsenek ilyen vas szerszámokkal felékesítve. A szalmával vagy náddal befedett parasztházak legjobban úgy oltalmazhatók meg, ha a közelben levő fákat, vagy ha ezek nincsenek, a háznaknál magasabbra állított vitorlafákat vasvesszővel megfelelő módon felfegyverzik, és alul sövényvel elkerítik, hogy a marhák ne mehessenek a közelébe.

#### Irodalom

1. Makó Pál: Dissertatio de figura Telluris. Olomucii, 1767. [http://digital.onb.ac.at/OnbViewer/viewer.faces?doc=ABO\\_%2BZ179894200](http://digital.onb.ac.at/OnbViewer/viewer.faces?doc=ABO_%2BZ179894200)
2. A' mennykőnek mivoltáról, 's eltávoztatásáról való böltsekedés, melyet deák nyelven írt, és most feles másolatokkal megjobbított Makó Pál, magyarázta pedig Révai Miklós., Pozsonyban és Kassán, Landerer Mihály költségével és betűivel / 1781, 202, [1] p., - 8°. <http://books.google.hu/books?id=dtddAAAACAAJ>
3. Paul Makó: Abhandlung vom Nordlichte. In: Beyträge zu verschiedenen Wissenschaften von einigen Oesterreichischen Gelehrten, Wien, 1775. <http://books.google.hu/books?id=YoULAQAAlAAJ>
4. Paul Makó: Physikalische Abhandlung von den Eigenschaften des Donners, und den Mitteln wider das Einschlagen (2. Auflage), Wien, 1775. <http://books.google.hu/books?id=h4k5AAAACAAJ>

## VÉLEMÉNYEK

# A VEKTORPOTENCIÁLÉRŐL (aki **A**-t mond, mondjon **B**-t is)

Mrskó Péter  
PTE Elméleti Fizika Tanszék

## A potenciálokról általában

Az Olvasó kedvéért röviden összefoglaljuk az elektromágneses potenciálok néhány fontos tulajdonságát. Ezeket természetesen az [1]-ben is meg lehet találni.

Az elektromágneses mező az **E** elektromos és a **B** mágneses mezőn keresztül fejti ki a hatását. Ez a két mező szerepel ugyanis a töltésekre ható  $e\mathbf{E}$  Coulomb-erő és az  $e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  Lorentz-erő képletében.

A számításokban azonban ezeknél a mezőknél gyakrabban használják az **A** vektorpotenciált és a  $\phi$  skalárpotenciált, amelyeket a

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad \text{és} \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \phi \quad (1)$$

képletek kapcsolnak össze az elektromágneses mezőkkel.

Reflexiók Hárs György és Varga Gábor írására [1].

A potenciálokat az **E** és a **B** kiszámítását megkönnyítő segédmenyiségeknek tekintjük, mert amikor a töltésekre kifejtett hatásról van szó, mindig az (1) kombinációban fordulnak elő. A potenciálok egyértelműen meghatározzák a térerősségeket, de adott térerősségekhez végtelenül sok különböző potenciál tartozik. Ha az (1) képletben **A**-t és  $\phi$ -t olyan **A'**-vel és  $\phi'$ -vel helyettesítjük, amelyek az

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \text{grad } \chi \quad \text{és} \quad \phi' = \phi - \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (2)$$

mértéktranszformációval kaphatók meg **A**-ból és  $\phi$ -ből, akkor az **E** és a **B** mezők változatlanok maradnak.

Mivel az elektromágneses mezőről minden tapasztalati információ **E** és **B** közvetítésével jut el hozzánk, az egymástól mértéktranszformációban különböző vektor- és skalárpotenciálok közül nem tudunk kiválasztani egy „igazit”. Segédmenyiségekről

lévén szó ez egyáltalán nem hiányosság, hanem inkább előny, hiszen lehetőséget ad arra, hogy az éppen vizsgált problémához leginkább megfelelő potenciált válasszuk.

A potenciálok gyakran alkalmazott rögzítési módja az, amikor  $\mathbf{A}$ -t divergenciamentesnek választjuk és megköveteljük, hogy a végtelenben tartson nullához. Ez a *Coulomb-mérték*.

Tekintsünk most egy nagyon hosszú *ideális* szolenoidot. Mint ismeretes, egy ilyen szolenoid belsejében tengelyirányú homogén  $\mathbf{H}$  mágneses térerősséget találunk, amelynek nagysága a szolenoid egységnyi szakaszán átfolyó árammal egyenlő, a szolenoidon kívül pedig nincs mágneses mező. Ez a Stokes-tételből következik, amelynek következtében minden olyan kontúrra, amely a szolenoidot egyszeresen körülöleli

$$\oint (\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}) = \int (\text{rot} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n}) ds = \int (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) ds = \Phi. \quad (3)$$

A jelölések sztenderdek, és  $\Phi$  a mágneses fluxus értéke a szolenoid belsejében. A (3) alapján könnyen felírhatjuk a végtelenül hosszú  $R$  sugarú ideális szolenoid vektorpotenciálját Coulomb-mértékben, hengerkoordinátákban:

$$\mathbf{A} = (A_r, A_\phi, A_z) = \begin{cases} (0, \frac{r\Phi}{2\pi R^2}, 0), & \text{ha } 0 < r < R, \\ (0, \frac{\Phi}{2\pi r}, 0), & \text{ha } R < r. \end{cases} \quad (4)$$

Az [1]-ben a 2. ábra ezt az  $A_\phi$ -t mutatja az  $r$  függvényében.

A szolenoidon kívül ezen  $\mathbf{A}$  mező rotációja nulla, ezért itt  $\mathbf{B} = 0$ , ahogy lennie kell. Ebből következik, hogy hiába különbözik itt maga az  $\mathbf{A}$  nullától, nem vált ki semmilyen elektrodinamikai hatást.

## Az Aharonov–Bohm-effektusról<sup>1</sup>

A múlt század közepén *Y. Aharonov* és *D. Bohm* nagy jelentőségű felfedezést tett. Az elektronokkal végezhető kvantummechanikai kétrés-kísérletet vizsgálták, amelyben az elektronnyaláb minden egyes elektrója mindkét résen áthaladva önmagával interferál. Arra jöttek rá, hogy ha a részek közé ideális szolenoidot helyeznek el úgy, hogy a két résnyaláb közrefogja, akkor az interferenciakép  $e\Phi / \hbar$  szöggel eltolódik [2]. Ez azért nagyon meglepő, mert az elektronnyaláb teljes egészében a szolenoidon kívül helyezkedik el, ahol egyáltalán nincs mágneses mező ( $\mathbf{B} = 0$ ).

<sup>1</sup> Az [1]-ben az Aharonov–Bohm-effektusról is szó esik, de a belőle levont következtetések elfogadhatatlanok.

Aharonov és Bohm dolgozata szenvedélyes vitát váltott ki. Eleinte sokan kétségbe vonták a számítások helyességét, amikor pedig az igazuk kétségtelenül bebizonyosodott, a fáziseltolódást a vektorpotenciálnak tulajdonították, amely (4) szerint körülöleli a szolenoidot, és ezért képes közvetlenül hatni az elektron hullámfüggvényére. Az elméletből és későbbi kísérleti igazolásából azt a következtetést vonták le, hogy a kvantummechanikában nemcsak  $\mathbf{E}$  és  $\mathbf{B}$ , hanem az  $\mathbf{A}$  vektorpotenciál is a „saját jogán” megfigyelhető.

Ez az interpretáció azonban gyenge lábakon áll, ma már nem is ez a mértékadó felfogás. Először is, amikor a szolenoidot a résznyalábok nem fogják közre, semmilyen hatása sincs az interferenciaképre, bármilyen közel legyen is valamelyik résznyalábhhoz. Másodsor, továbbra is érvényben marad az az érv, hogy a potenciálok mértéktranszformációval megváltoztathatók anélkül, hogy ez bármilyen hatással lenne a fizikai jelenségekre, az Aharonov–Bohm-effektust is beleértve.

A vektorpotenciál ezek szerint – az [1] állításával ellentétben – az Aharonov–Bohm-effektusban sem válik önállóan mérhető mennyiséggé. A kvantummechanikai jelenség újdonsága abban áll, hogy a  $\text{rot} \mathbf{A}$  mellett a vektorpotenciálból képzett másik mértékinvariáns kifejezéstől, az  $\oint (\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l})$ -től függ. *A szemlélet számára* persze teljesen hozzáférhetetlen, hogy egy mennyiség integrálja úgy befolyásolja egy mérés eredményét, hogy az integrandus elemei külön-külön teljességgel kimutathatatlanok. De a szemléletnek ez a kudarca valójában már a szolenoid nélküli kétrés-kísérletben bekövetkezett.

## Az [1] gondolatmenetének bírálata

Miből vonja le mindezek ellenére Hárs György és Varga Gábor már a cikkük címében azt a következtetést, hogy a vektorpotenciál valószínűleg létező vektormező?

Az érvelésüket két koncentrikus szolenoidból álló elrendezésre alapozzák, amelyet ideális transzformátornak tekintenek. Részletes számítással megmutatják, hogy amikor a belső tekercsben egyenáram folyik, a külső tekercs helyén a mágneses mező még nem túl ideális viszonyok között is gyakorlatilag nulla, végtelen hosszú, ideális szolenoid körül pedig (4) következtében pontosan nulla. Ez a helyzet akkor is fennmarad, amikor a két szolenoid transzformátor üzemmódban működik, vagyis  $\Phi$  periodikusan függ az időtől: „...a primer tekercsen kívül, a szekunder tekercs helyén gyakorlatilag nincsen mágneses tér, így a mágneses fluxus és annak változása is csak a primer tekercs belsejére korlátozódik”. A belső (primer) szolenoid eszerint anélkül hoz létre indukált feszültséget a külső (szekunder) tekercsben, hogy ott megjelenne mágneses térerő.

Ez, mint állítják, lehetetlen lenne, ha a külső tekercs helyén nem lenne ott a (4) vektorpotenciál. Az

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

képlet alapján *ennek, a már ott lévő vektorpotenciálnak* a változása hozza létre azt az elektromotoros erőt a külső tekercsben, amelynek a valóságos megléte ily módon a vektorpotenciál realitásának a kézzelfogható bizonyítéka.

Figyeljük meg jól, a szerzők nem tagadják, hogy  $\mathbf{A}$  mindig az  $\mathbf{E}$ -n (és persze a  $\mathbf{B}$ -n) keresztül hat. Arra mutatnak rá, hogy ahol ez a hatás bekövetkezik, nincs se  $\mathbf{E}$ , se  $\mathbf{B}$ , csak  $\mathbf{A}$  van. Ebből vonják le azt a következtetést, hogy a vektorpotenciál valóságosan létező vektormező.

Mi a baj ezzel az első látásra kifogástalan érveléssel? Ha egy kicsit jobban elgondolkozunk rajta, magát azt a *kritériumot* kezdjük egyre gyanúsabbnak találni, amely szerint egy fizikai vektormezőnek csak ott lehet időbeli deriváltja, ahol ez a mező *már eleve ott volt*. Az olyan szubsztanciális közegek, mint a víz vagy a levegő, valóban csak ott jöhetnek rezgésbe, ahol már ott voltak. De az  $\mathbf{E}$ -nek, a  $\mathbf{B}$ -nek vagy akár az  $\mathbf{A}$ -nak egyáltalán nem kellett eleve „ott lennie”, ahol hatást gyakorolnak, hiszen érkezhettek máshonnan is, például a belső szolenoid felől.

Amikor az ember ezen ellenvetés megalapozottságát kezdi egyre meggyőzőbbnek találni, hamar ráébred arra is, hogy a cikk érvelése szempontjából a külső tekercs léte tulajdonképpen teljesen lényegtelen. Mondjunk is le róla és helyette rögzítsünk le a belső szolenoidtól valamilyen távolságban egy pontszerűnek tekinthető dipólt, amely az elektromos mező hatására képes polarizálódni. A cikk érvelését megismételhetjük, és eljuthatunk arra – a most már tényleg egyre kétségesebb – következtetésre, hogy amikor a szolenoidban váltóáram indul be, a (4) időfüggő  $\Phi$ -vel érvényben marad, ezért a szolenoidon kívül  $\mathbf{B}$  továbbra sem jön létre, a dipól helyén eleve ott lévő vektorpotenciál viszont változni kezd, ezáltal létrehoz elektromos mezőt, amely képes polarizálni a dipólt. Mivel pedig a tapasztalat szerint a dipól tényleg rezgésbe jön, ezzel beigazolódik a vektorpotenciál fizikai realitása.

De miért ne érkezhette ez a hatás a szolenoidból sugárzás formájában? A cikk számítási módja szerint valóban nem érkezhett, mert a

$$\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (5)$$

egyenlet csonkított (kvázistacionárius) rot  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$  változatát használták. Ha ebben a  $\mathbf{B}$ -t helyettesítjük rot  $\mathbf{A}$ -val, Coulomb-mértékben a  $\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}$  Poisson-egyenletre jutunk, amelynek megoldása minden időpillanatban a tér minden pontjában meghatározza  $\mathbf{A}$ -t és  $\mathbf{B}$ -t az áram *ugyanabban a pillanatban* érvényes értéke alapján.

Ha így számolunk, valóban nincs sugárzás, amit – talán – úgy is értelmezhetünk, hogy minden marad ott, ahol volt. Egy transzformátornál ez a kvázistacionárius közelítés teljesen elegendő minden olyan kérdés megvizsgálásához, amely a transzformátor működése szempontjából érdekes lehet. De az a kérdés, hogy amikor a transzformátor primer tekercsét áram alá helyezzük, kell-e valaminek már eleve ott lennie a szekunder tekercs helyén ahhoz, hogy benne feszültség indukálódjon – ez a kérdés nem tartozik a transzformátor tervezőjét érdeklő problémák közé.

Amikor azonban mégis éppen ez az, ami érdekel, nem használhatjuk az (5) csonkított változatát, mert ezzel ahelyett, hogy a problémát vizsgálni kezdenénk, már el is döntöttük. A csonkítatlan (5) egyenletet kell alapul venni, amely a vektorpotenciállal kifejezve hullámegyenlet:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

A (4) vektorpotenciál ezen egyenletnek időfüggő  $\Phi$ -vel sem megoldása, mert az egyenlet az  $\mathbf{A}$  véges sebességű *terjedését* írja le.

Az a lehetőség, hogy a külső tekercset az érvelés sérülése nélkül pontszerű dipóllal helyettesíthetjük arra utal, hogy az elrendezést kifejezetten félrevezető primer és szekunder tekercset tartalmazó transzformátornak tekinteni. A kérdésfeltevésnek sokkal inkább megfelel, ha úgy nézünk rá, mint egy rádióadóra és egy rádióvevőre. Ekkor számítások nélkül is tudhatjuk, hogy semminek se kell eleve ott lenni a vevőnél ahhoz, hogy miután az adó működni kezd, a vevő (kis késéssel) megszólaljon. Ehhez egyáltalán nem szükséges, hogy a vektorpotenciál valóságosan létező vektormező legyen.

#### Irodalom

1. Hárs Gyögy, Varga Gábor: A mágneses vektorpotenciál, mint valóságosan létező vektormező. *Fizikai Szemle* 65/1 (2015) 14–18.
2. Geszti Tamás: *Kvantummechanika*. Typotex, Budapest, 2007.



# SZÁMÍTUNK RÁD, LÉGY A FIZIKA BARÁTJA!

**Támogasd adód 1%-ával az Eötvös Társulatot!**  
**Adószámunk: 19815644-2-41**