ha az előző számítás szolenoidtekercsét kör alakúvá hajlítottuk volna) továbbá a huzalvastagság $\delta = 10^{-2}$.

Vegyük észre, hogy a toroid belsejében a mágneses tér nem homogén (*7.* és *8. ábra*). Kifelé haladva csökken, mivel a gerjesztési törvény szerint ugyanakkora gerjesztés jut egyre nagyobb kerületre. A tekercsen kívül a mágneses tér meredeken mintegy négy nagyságrendet csökken. A menetek középpontja x = 3,18 pozíciónál van.

A tekercsen kívül a mágneses tér meredeken mintegy négy nagyságrendet csökken. A vektorpotenciálmező abszolút értéke viszont a tekercsen kívül összemérhető a tekercsen belüli értékkel (*9. ábra*). Az indukált feszültség forrása tehát semmiképpen nem lehet a mágneses tér, csak a vektorpotenciál-mező. Ennek időbeli változása okozza tehát az indukált elektromos erőteret, amelynek zárt görbére vett integrálja az indukált örvényfeszültséget adja.

SZÍNES KAMÉLEONOK FÁZISÁTALAKULÁSA

Beke Tamás
Nagyasszonyunk Katolikus Általános Iskola
és Gimnázium, Kalocsa

Néda Zoltán professzor úr az ELTE-n tartott egy előadás-sorozatot, amelyben különböző rendszerekben előforduló kollektív viselkedésekről esett szó. Az előadás végén javasolta, hogy találjunk ki olyan játékos feladatot, amelyben valamilyen kollektív viselkedés szerepel, és akár egy középiskolás diák figyelmét is fel lehet vele kelteni.

Sok egyedből álló rendszerekben olyan jelenségek is előfordulhatnak, amelyek nem direkt módon következnek a rendszert alkotó egyedek egyéni tulajdonságaiból. A jelenségeket összefoglaló néven kollektív viselkedésnek nevezzük. A fázisátalakulás, a szinkronizáció, a rajzás, a lavinák kialakulása vagy a térbeli mintázatképződés olyan kollektív jelenségek, amelyek nemtriviális módon jelennek meg az adott rendszerben. Ezek a jelenségek olyan rendszerekben fordulhatnak elő, amelyekben – általában – nagy számú egyed található, és az egyedek között létezik valamilyen kölcsönhatás [1].

A kollektív jelenségek közül ebben a cikkben a fázisátalakuláshoz kapcsolódóan mutatok be egy játékos szimulációs modellt. A fázisátalakulás során a rendszer fizikai tulajdonságai ugrásszerűen megváltoznak: bizonyos feltételek mellett a rendezetlen állapotból rend lesz vagy fordítva. Nézzünk néhány fázisátalakulást, amelyek során a rendezetlen állapotból rendezett állapot lesz!

- *Fagyás:* tiszta anyagok hűtése esetén folyadék halmazállapotból egy adott hőmérsékleten (a fagyáspponton) szilárd halmazállapotú (kristályos) anyag keletkezik.
- *Szupravezetés:* néhány tiszta anyagnak, ötvözetnek, kerámiának hűtés közben egy adott kritikus (átmeneti) hőmérsékleten mérhetetlenül kicsivé válik az elektromos ellenállása. (Ez a kritikus hőmérséklet általában az abszolút zéruspont közelében van, bár például a magas hőmérsékletű szupravezető kerámiák kivételek.)
- *Ferromágneses rend kialakulása:* bizonyos tiszta paramágneses anyagok és néhány ötvözet is hűtés közben egy adott hőmérsékleten (a Curie-ponton) ferromágnessé válik.

Az előző példákban a rendezetlen állapotban lévő rendszerekben egy adott paraméter kritikus értékénél hirtelen rend alakult ki. Tudjuk jól, hogy a rendezetlenségből nehéz rendet teremteni. (Fordítva „megy magától” is, hiszen a termodinamika II. főtétele szerint a zárt, izolált rendszer entrópiája egyensúlyi állapotban maximális. Az entrópia a rendszer rendezetlenségének mértéke.)

A rendszer fázisátalakulását középiskolai tanulókkal is tanulmányozhatjuk. A bemutatásra kerülő modellben bizonyos paraméterértékeknél a rendezetlenségből „hirtelen” rend alakul ki. A fázisátalakulást modellező játékos szimulációs feladatban a tanulók fizikai ismeretei és modellalkotási képességei is gyarapodtak.

Kaméleonos feladat

A fázisátalakulási jelenségek iskolai bemutatására találtam ki egy „játékos” programot. A számítógépes szimulációt a fizika és az informatika iránt érdeklődő gimnazista diákokkal közösen, projektmunkában fejlesztettük. A szimulációs feladatot FreePascal programozási nyelven írtuk meg, mert iskolánkban a gyerekek ezt a programnyelvet tanulják. (A projektben résztvevő tanulóknak én tanítom a fizika és az informatika tantárgyat is.)

A szimulációs feladat kaméleonokról szól, amelyek különleges módon viselkedhetnek. A játékos megfogalmazás ellenére a feladat tulajdonképpen fizikai folyamatot modellez. Több „kaméleonos feladatot” is megvalósítottunk; a bemutatásra kerülő modellben a kaméleonok „egyszerű módon” képesek szimulálni a rendszer fázisátalakulását.

Egy globálisan kölcsönható rendszerben minden egyed hatással van minden másik egyedre; egy lokális

Az írás az ELTE Fizika tanítása PhD-program keretében készült, témavezető *Bene Gyula*.

rendszerben az egyes egyedek csak a velük kölcsönható szomszédoktól függnek, nem pedig az egész rendszertől. A lokális rendszerek viselkedése a bonyolultabb. A bemutatásra kerülő modellben kaméleonjaink „kvázi” lokális rendszert alkotnak, mivel nem csak közvetlen, hanem annál nagyobb, de szűk környezetüket érzékelik.

A feladat megfogalmazása

Képzeljük el, hogy van egy téglalap alakú terráriumunk, amelyben kaméleonok élnek. A kaméleonok összesen s db ($s > 1$) szín közül bármelyiket fel tudják venni. (Az s paraméter értékét magunk adhatjuk meg.) Jelöljük a kaméleonok lehetséges színeit $szín_1$, $szín_2$, …, $szín_s$ paraméterekkel!

A program indulásakor megadjuk az adott színű kaméleonok kezdeti számát, ekkor jelölje a $szín_1$ színű kaméleonok számát $N_{0,szín1}$, a $szín_2$ színű kaméleonok számát $N_{0,szín2}$, …, a $szín_s$ színű kaméleonok számát $N_{0,színs}$! A terráriumban a kaméleonok összes darabszáma tehát $N = N_{0,szín1} + N_{0,szín2} + \ldots + N_{0,színs}$. ($N$ értéke egy adott szimulációban állandó: kaméleonok nem keletkeznek és nem vesznek el, „kaméleonmegmaradás” törvénye.)

A terrárium

Ha megadtuk a különböző színű kaméleonok kezdeti számát, akkor a program a grafikus képernyőn elosztja az N db kaméleont a terráriumon belül. Mindegyik kaméleonnak van egy indexszáma (1-től N-ig számozva), a szimuláció során ez alapján tudjuk nyomon követni az egyes kaméleonokat. (A kaméleonok egyébként azonos „kinézetűek”, legfeljebb csak a színükben különböznek.)

A különböző színű kaméleonok kezdetben véletlenszerűen helyezkednek el a terráriumban. A terráriumot a számítógépes programban egy téglalap jelképezi, a különböző színű kaméleonokat pedig egy-egy r sugarú, megfelelő színű kör. A kaméleonok elhelyezkedését derékszögű koordináta-rendszerben tartjuk nyilván. Az *1. ábra* (az első belső színes borítón) egy lehetséges kiindulási állapotot mutat.

A kaméleonok ütközése

A kaméleonok mozognak a terráriumban. Az egyes kaméleonok sebességének iránya kezdetben véletlenszerű értékű; a kaméleonok sebességének nagysága a szimuláció indulásakor szintén véletlenszerű érték lehet.

A hőmérséklet

A terráriumban valamekkora hőmérséklet uralkodik (a terrárium tulajdonosa fizikus, ezért értékét abszolút hőmérsékletben fejezi ki). A terrárium hőmérsékletét a tulajdonos tetszőleges időfüggvénnyel szabályozni tudja, az persze állandó is lehet. A különleges kaméleonok elvileg „bármekkora” hőmérsékletet kibírnak; és a kaméleonok viselkedése függ a terrárium hőmérsékletétől is. A számítógépes program indulásakor beállítjuk a terrárium kezdeti T_0 hőmérsékletét.

A hőmérséklet időfüggvényével tudjuk szabályozni a kaméleonok mozgásának sebességét. Jelöljük az i-ik időpillanatban a hőmérsékletet T_i-vel, az $(i+1)$-ik időpillanatban a hőmérsékletet T_{i+1}-gyel! Ha az $(i+1)$-ik pillanatban a T_i hőmérséklethez képest növekszik a hőmérséklet, akkor a kaméleonok nagyobb sebességgel mozognak; ha csökken a hőmérséklet, akkor a kaméleonok sebessége is csökken. (A valódi kaméleonok is élénkebbé válnak a hőmérséklet emelkedésével.) A kaméleonok sebessége az abszolút hőmérséklet négyzetgyökétől függ.

Az $(i+1)$-ik pillanatban a T_{i+1} hőmérsékleten a pillanatnyi sebesség:

$$v_{i+1}(T_{i+1}) = v_i(T_i)\sqrt{\frac{T_{i+1}}{T_i}},$$

ahol $v_i(T_i)$ a kaméleonok i-ik pillanatban T_i hőmérsékleten mérhető sebessége.

Ütközések

A kaméleonok a terrárium falával és egymással is teljesen rugalmas módon ütközhetnek. A rugalmas ütközésnél a lendület-megmaradás mellett az ütköző testek mozgási energiájának összege is állandó.

Ha a kaméleonok a terrárium széléhez érnek, akkor onnan „visszafordulnak”, gyakorlatilag „rugalmasan visszapattannak” a terrárium faláról. A terrárium falával való ütközéskor a kaméleonhoz képest „végtelenül nagy tömegű” falról a kaméleon úgy pattan vissza, hogy a fallal párhuzamos sebességkomponense megmarad, a falra merőleges pedig ellentétesre változik.

A kaméleonok mozgásuk során egymással rugalmasan és centrálisan ütközhetnek. Az egyszerűség kedvéért úgy vettük, hogy a kaméleonok azonos tömegűek, ezért két kaméleon ütközése után csak meg kell cserélni az ütközés előtti sebességkomponenseket.

A kaméleonok színváltása

A kaméleonok bizonyos esetekben, a következő szabályok szerint, pillanatszerűen megváltoztatják a színüket.

Azonos színű kaméleonok találkozása

Ha a terráriumban két azonos színű kaméleon találkozik, akkor csak „rugalmasan ütköznek” egymással; ilyenkor biztosan nincs színváltás.

Különböző színű kaméleonok találkozása

Ha két eltérő színű kaméleon találkozik, akkor „megijednek” egymástól. Mivel ijedtségükben szeretnének „elbújni”, ezért körülnéznek a R ($R > r$) sugarú környezetükben, megszámolják, hogy a R sugarú környezetükben melyik színű kaméleonból van a legtöbb, és arra a színre váltanak át, hogy a lehető legjobban beleolvadjanak környezetükbe. Ha R sugarú környezetükben csak 1-1 darab különböző színű kaméleont látnak, akkor nem váltanak színt. (A R paraméter értékét mi állíthatjuk be a program elején.) Ezután „rugalmasan ütköznek” és továbbhaladnak.

Immunitás

Ha egy kaméleon színt vált, akkor bizonyos ideig „immunissá” válik a többivel szemben, azaz egy darabig nem ijed meg semelyik másik kaméleontól, és nem vált színt. Jelöljük az „immunitási” időt (esetleg nevezhetjük „relaxációs” időnek is) a $szín_1$ színre váltott kaméleonok esetén $t_{imm\_szín1}$-gyel, a $szín_2$ színre váltott kaméleonok esetén $t_{imm\_szín2}$-vel, …, a $szín_s$ színre váltott kaméleonok esetén $t_{imm\_színs}$-sel! (Az egyes „immunitási időket” a program elején beállíthatjuk; értéke lehet zéró is, ilyenkor nincs „immunitás”.)

Ha letelik a színváltás utáni „immunitási” idő, akkor ismét „ijedőssé” válnak a kaméleonok, azaz megfelelő esetekben ismételten színt válthatnak. Miért van „immunitási” idő? Ha egy kaméleon színt váltott az ijedtség következtében, akkor ehhez energiát kellett „használnia”; ettől kicsit „elfárad”, „kimerül” a kaméleon, és bizonyos ideig nem törődik a többi kaméleon színével.

A szimuláció során a grafikus képernyőn egy külön grafikonon ábrázoltuk a különböző színű kaméleonok darabszámát, minden pillanatban. Egy külön grafikonon ábrázoltuk a kaméleonok „találkozásainak” („egymással történő ütközéseinek”) számát minden pillanatban, illetve egy külön grafikonon ábrázoltuk a kaméleonok színváltásainak számát minden pillanatban.

Lehet-e rendszerünk stabil?

A kaméleonok találkozásai következtében a terráriumban lévő kaméleonok „színeloszlása” akár pillanatonként változhat, csak a kaméleonok összes száma (N) marad állandó. Kialakulhat-e olyan állapot, hogy a terráriumban lévő kaméleonok színeloszlása nem változik tovább?

Meg kell különböztetnünk a stabil „végállapotokat” és a véletlenszerűen kialakuló „ideiglenesen stabil” állapotokat.

Stabil végállapotok

Ha a terráriumon belül a folyamat során valamikor az összes kaméleon színe megegyezik, akkor ezután már hiába találkoznak egymással, nem lesz több színváltás. Tehát stabil végállapotban az összes kaméleon színe azonos a terráriumban. A rendszerben a fázisátalakulást az jelzi, ha hirtelen kialakul a rend, azaz a stabil állapot.

„Ideiglenesen stabil” állapotok

Ha a terráriumon belül különböző színű kaméleonok vannak, de ezek úgy mozognak, hogy a különböző színű kaméleonok sohasem találkoznak egymással, akkor gyakorlatilag nem lesz színváltás, azaz marad mindegyik kaméleon olyan, mint amilyen előtte is volt.

Képzeljük el például, hogy a kaméleonok szín szerint elkülönülve, vízszintes sávokban helyezkednek el és pontosan x irányban (vagy ellentétesen) mozognak, ezért hiába ütköznek, sebességük x irányú (vagy ellentétes) marad. A példa szerint tehát valamikor (véletlenszerűen) szín szerint „szeparálódtak” a kaméleonok és utána már nem kerülnek újra kapcsolatba egymással. Ez az állapot azonban nem stabil: ha csak az egyik kaméleon sebessége kicsit is eltér az x iránytól, azaz akármilyen kicsi, de y irányú sebességkomponense is van, akkor (i) a két y irányú végfalon való ütközések következtében kiszóródik a vele azonos színűek sávjából, (ii) másik, azonos színű kaméleonnal ütközve annak átadja kis y irányú sebességét, ez a folyamat is a sávból való kiszóródáshoz vezet. Így a korábban szeparálódott kaméleonok találkozni fognak, és újra lesz színváltás. Hasonlóképpen y irányú sávokban is véletlenszerűen szeparálódhatnának a kaméleonok, ez is egy „ideiglenesen stabil” állapot lenne. (Az ilyen ideiglenesen stabil állapotok felelhetnének meg bizonyos részleges fázisátalakulásnak.)

A rendparaméter

Vezessük be rendszerünk rendezettségének jellemzésére a q rendparamétert! A rendparaméter egy 0 és 1 közötti szám. A szimuláció i-ik időpillanatában a rendparamétert q_i-vel jelöljük. A rendparaméter megmutatja, hogy rendszerünk az adott pillanatban menynyire van rendezett állapotban. (A rendparamétert bizonyos határokon belül szabadon választhatjuk meg úgy, hogy az praktikus legyen az adott feladathoz.)

Ha a terráriumban az i-ik időpillanatban az s féle lehetséges színű, összesen N darab kaméleon színeloszlása egyenletes, azaz bármely színű kaméleonok száma N/s, akkor ezt tekintjük a rend teljes hiányának (q_i = 0). Ha a terráriumban csak azonos színű kaméleonok vannak, akkor ezt tekinthetjük a teljes rendnek (q_i =1), hiszen ezután már biztosan nem lehet színváltás. Az i-ik időpillanatban a rendparamétert a következőképpen definiáltuk:

$$q_i = \frac{\left| s\,N_{i,szín1} - N \right| + \left| s\,N_{i,szín2} - N \right| + \ldots + \left| s\,N_{i,színs} - N \right|}{2\,(s-1)\,N},$$

ahol $N_{i,szín1}$ az i-ik pillanatban a $szín_1$ színű kaméleonok darabszáma, $N_{i,szín2}$ az i-ik pillanatban a $szín_2$ színű kaméleonok darabszáma, …, $N_{i,színs}$ az i-ik pillanatban a $szín_s$ színű kaméleonok darabszáma, N pedig az összes kaméleon darabszáma.

A szimuláció

A szimulációs feladatban az volt a kérdésem, hogy a különböző színű kaméleonok kezdeti számának megadása után, véletlenszerű kezdeti állapotból (hely- és sebességkoordináták) kiindulva eljuthatunk-e valamelyik stabil végállapotba?

A kérdésre általánosságban nem lehet válaszolni; csak a konkrét, véletlenszerűen választott kezdeti értékek ismeretében lehet „valamit” mondani. Általános esetben a feladat elején nem lehet megmondani, hogy a rendszer (a terrárium) stabil állapotba kerülhet-e véges számú lépés (találkozás) után.

A szimulációs feladatot úgy oldhatjuk meg, hogy a kezdőfeltételeknek megfelelően véletlenszerűen választunk egy kiindulási állapotot; ez lesz az $i = 0$ időpillanat. A kezdőállapotból kiindulva végrehajtunk egy „elemi lépést”, azaz az adott pillanatbeli helykoordináták és sebességek alapján kiszámítjuk, hogy a következű pillanatban melyik kaméleon hol lesz, történik-e ütközés a terrárium falával vagy a kaméleonok között, és az eltérő színű kaméleonok ütközése esetén lesz-e színváltás. Ekkor megvizsgáljuk, hogy a rendszer stabil állapotba került-e? Ha stabil állapotba került, akkor vége a feladatnak. Ha a rendszer újonnan kiszámított állapota nem stabil, akkor a szimuláció folytatódik egy újabb elemi lépéssel.

Néhány szimulációs eredmény

A könnyebb összehasonlíthatóság kedvéért a kiindulási állapot után mindegyik szimuláció 500 lépésből állt ($0 \leq i \leq 500$), és $s = 10$ lehetséges színt választottunk. Mindegyik esetben mind a 10 színre a kaméleonok kezdeti száma 50 volt, azaz a színek egyenletesen oszlottak meg a kaméleonok között. A különböző színű kaméleonok pillanatnyi darabszámát a szemléletesség érdekében halmozott oszlopdiagrammon ábrázoltuk. Mindegyik esetben a kezdeti hőmérséklet $T_0 = 300$ K volt, és a hőmérsékletet időben folyamatosan, lépésenként 0,1 K-nel növeltük.

1. eset

Az első esetben mindegyik színhez egyforma értékű, közepes immunitási időket állítottunk be, és a kaméleonok $R = 2r$ sugarú környezetüket érzékelték az ütközésük esetén. A rendparaméter értéke folyamatosan változott a zérus környékén. A *2. ábrán* (az első belső színes borítón) a szimuláció halmozott oszlopdiagrammját, míg a *3. ábrán* rendparaméter változását láthatjuk.

Ha részecskékben gondolkodunk, akkor a részecskék ebben az esetben egymással és a tárolóedény falával rugalmasan, centrálisan ütköznek. Az egyes részecskék között néha valamilyen átalakulás történhet (például fizikai, vagy kémiai reakció), ezt a színváltás jelzi. A ritka színváltások (átalakulások) nagyjából kiegyenlítetten történnek, a rendparaméter értéke 0,02 körül volt.

2. eset

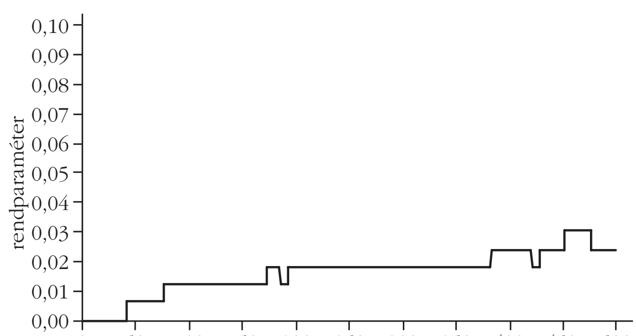
A második esetben mindegyik színhez egyforma értékű, alacsony immunitási időket állítottunk be, és a kaméleonok $R = 3{,}5r$ sugarú környezetüket érzékelték az ütközésük esetén. A *4. ábrán* (az első belső színes borítón) a szimuláció halmozott oszlopdiagrammját, míg az *5. ábrán* rendparaméter változását láthatjuk.

Most az egyes részecskék között viszonylag gyakran történik valamilyen átalakulás, amit a színváltás jelez. A szimuláció elején a színváltások (átalakulások) még nagyjából kiegyenlítetten történnek, de a fluktuációk következtében néhány színben csökkenés, másokban növekedés tapasztalható. Azok a kaméleonok, amelyekből véletlenszerűen egyre több lett, kezdték „uralni” a közvetlen környezetüket. A rendszeren belül kisebb-nagyobb tartományok alakultak ki, amelyeken belül csupa azonos színű kaméleon volt. A véletlenszerűen megerősödött nagyobb méretű tartományok egyre nagyobbra nőttek, a kisebbek gyakorlatilag eltűntek. A szimuláció végén már csak pár egyszínű, nagy tartomány maradt, az eredeti színek többsége teljesen eltűnt. A rendparaméter értéke folyamatosan növekedett, majd egy idő után – 0,75 környékén – nagyjából állandó maradt, mivel a nagyra „hízott” tartományok között egyfajta dinamikus egyensúly alakult ki. (Ezek a tartományok emlékeztetnek a ferromágneses domének kialakulására.)

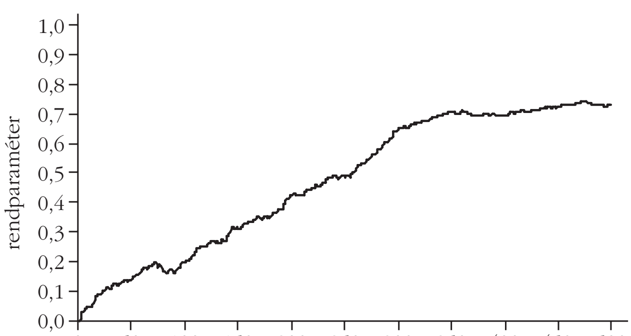
3. eset

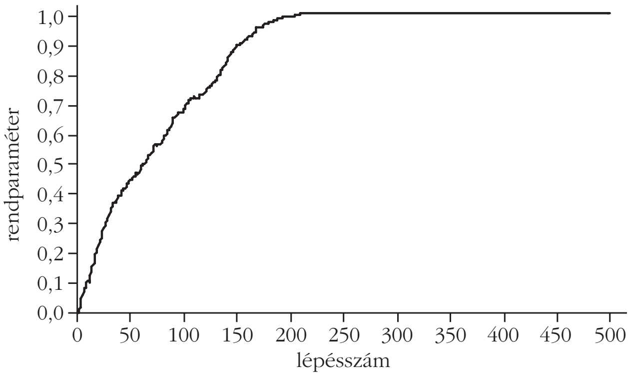
A harmadik esetben $(s-1)$ darab színhez egyforma értékű, alacsony immunitási időt választottunk, viszont egy színhez a többitől egy véletlenszámmal nagyobb értékű immunitási időt állítottunk be. Ez az egy kiemelt szín tehát „helyzeti előnyben” van a többivel

3. ábra. A rendparaméter változása a szimuláció során. Mindegyik színhez közepes immunitási idő tartozik, a kaméleonok $2r$ sugarú környezetüket érzik ütközéskor.

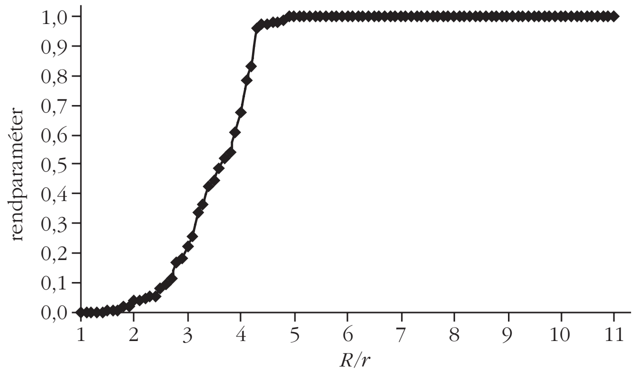


5. ábra. A rendparaméter változása a szimuláció során. Mindegyik színhez alacsony immunitási idő tartozik, a kaméleonok $3{,}5r$ sugarú környezetüket érzik ütközéskor.





7. ábra. A rendparaméter változása a szimuláció során. Mindegyik színhez – egy kivételével – alacsony immunitási idő tartozik, a kaméleonok $8r$ sugarú környezetüket érzik ütközéskor.



8. ábra. A rendparaméter értékének változása a R/r függvényében. (Minden szimuláció esetén a teljesen rendezetlen, q = 0 rendszerből indultunk ki.)

szemben, mert a hosszabb immunitási ideje miatt darabszáma az elején biztosan nem csökkenhet, illetve később is ritkábban „hajlamos” színváltásra, mint a többi. (Ehhez hasonló viselkedés elképzelhető egy sokrészecske-rendszerben is, ha valamelyik típusú részecskének jobban kedveznek az adott körülmények. Természetesen más körülmények esetén másik típusú egyedek kerülhetnek pillanatnyi helyzeti előnybe.) A kaméleonok most $R = 8r$ sugarú környezetüket érzékelték az ütközésük esetén. A *6. ábrán* (az első belső színes borítón) a szimuláció halmozott oszlopdiagrammját, míg a *7. ábrán* rendparaméter változását láthatjuk.

Az egyes egyedek között gyakran történik átalakulás. A szimuláció elején a színváltások (átalakulások) még nagyjából kiegyenlítetten történnek. A fluktuációk következtében néhány színben csökkenés, másokban növekedés tapasztalható; a kiemelt színben a többieknél erőteljesebb a növekedés a magasabb immunitási idő miatt. A kiemelt színű kaméleonok fokozatosan kezdik „uralni” közvetlen környezetüket. A rendszeren belül az elején a többi színből is kialakulnak kisebb tartományok, amelyeken belül csupa azonos színű kaméleon volt, de a kiemelt színű megerősödött, ez a legnagyobb méretű tartomány egyre csak „hízik”. A szimulációban nagyjából 150 lépés alatt megtörténik a hirtelen fázisátalakulás, azaz csak a kiemelt színű tartomány marad meg, a többi szín teljesen eltűnik.

Ebben a modellben „pillanatszerű fázisátalakulásnak” (hirtelen rend kialakulásának) is megvan a valószínűsége. A megfelelő paraméterek esetén, akár néhányszor tíz lépésben kialakulhat a rend.

Kritikus paraméterérték

A szimulációk indulásakor a rendparaméter értéke mindig 0 volt (minden lehetséges színből azonos számú kaméleon volt kezdetben). Egyes esetekben 500 lépés után is csak 0,01 környékén fluktuált a rendparaméter, azaz a rendszer szinte ugyanannyira rendezetlen maradt, mint az elején volt. Az előzőekben azt is láthattuk, hogy a kezdeti véletlenszerű, rendezetlen állapotból kiindulva, bizonyos paramétereknél akár néhányszor tíz lépés után (azaz viszonylag hirtelen) teljes rend alakulhat ki. A R/r érték növelésével érhetjük el, hogy a rend kialakuljon, azaz bekövetkezzen a fázisátalakulás.

Mekkora az a kritikus R/r érték, ahol számíthatunk a rend kialakulására? Ennek eldöntésére külön szimulációsorozatot készítettünk, ahol a R/r értéket fokozatosan növeltük, és azt figyeltük, hogy 500 lépés után mekkora a rendparaméter értéke. Azért választottunk ennyi lépést, mert a korábbi szimulációk 500 lépésszáma megmutatta, hogy a teljes rend kialakulásához, ennyi lépés – sőt akár jóval kevesebb is – bőven elegendő. Az összes szimuláció indulásakor a rendszer hőmérséklete (T_0 = 300 K), a hőmérséklet időfüggvénye ($T_i = T_0 + 0{,}1i$) is ugyanaz volt, mint az előzőekben. Minden esetben 10 különböző kezdőszín és mindegyik színből 50 kaméleon lett véletlenszerűen elhelyezve a terráriumban. (Eddig tehát megegyeztek az előző esetekkel.) Immunitási idők választásában viszont határozottan különbözött ez a szimulációsorozat az előzőektől, ugyanis egy (kiemelt) színnél véletlenszerűen volt valamekkora immunitási idő, míg a többinél ez végig 0 érték maradt.

Ezekkel a feltételekkel lefuttattunk 1000 db szimulációt úgy, hogy a R/r értéket 1,1-től 11-ig, 0,1-es lépésközzel fokozatosan növeltük és minden esetben 10 szimulációt hajtottunk végre ($100 \cdot 10$ db szimuláció). A végeredményt statisztikailag elemeztük. A *8. ábrán* a R/r érték függvényében a q rendparaméter átlagértéke látható.

Láthatjuk, hogy a rendparaméter értéke $R/r \approx 4$ környékén nagyon meredeken emelkedik, azaz rendszerünkben itt található az a kritikus paraméterérték, ahol a rendezetlen rendszerben kialakul a rend, vagyis bekövetkezik a fázisátalakulás.

Tapasztalatok

Az alapprogram közös elkészítése után a különböző viselkedési modellek programozása már viszonylag „egyszerűbb” feladat, ilyen átalakításokat már önállóan is végezhetnek a diákok. A dolgozatban leírt modellt én találtam ki, de a tanulók szabadon kísérleteztek különböző „viselkedésű” kaméleonok megadásával. A projektben résztvevő diákok nagyon élvezték a munkát; a tanulók az egész feladatot „játéknak” tekintették.

A projekt végén megbeszéltük, hogy a képzeletbeli kaméleonokhoz hasonlóan viselkedő rendszerek a valóságban is előfordulhatnak. Gondolhatjuk például a kaméleonokat részecskéknek, amelyek egy zárt tartályban mozognak, egymással és a tárolóedény falával rugalmasan ütközhetnek. (A szimulációban síkbeli mozgásokkal foglalkoztunk.)

A részecskék lehetnek s számú állapotban, amelyek között bizonyos valószínűséggel átmenetek fordulhatnak elő (például kémiai reakció, biokémiai folyamat vagy fizikai állapotváltozás), hasonlóan a kaméleonok színváltásához. Ahogy a terráriumban bizonyos esetekben „fázisátalakulásokat” tapasztaltunk, egy valós rendszerben is hasonlóképpen játszódhatnak le fázisátalakulások.

A kaméleonok viselkedésének játékos szimulációja során rengeteg fizikai és informatikai ismerettel bővült a tanulók tudása anélkül, hogy az elején ezt tűztem volna ki célul. Mi csupán egy „számítógépes játékot” fejlesztettünk, legalábbis ők ezt hitték az elején. Természetesen a tanárnak más cél lebeg a szeme előtt: tudja, hogy „mire megy ki a játék”, a tanulók képességeinek fejlesztésére, a kompetenciák és az ismeretek bővítésére.

Irodalom

1. Néda Z., Káptalan E: A sokaság ritmusa. *Fizikai Szemle 59/9* (2009) 301–305.

BESZÁMOLÓ A 2014. ÉVI EÖTVÖS-VERSENYRŐL

Tichy Géza – ELTE Anyagfizikai tanszék
Vankó Péter – BME Fizika tanszék
Vigh Máté – ELTE Komplex Rendszerek Fizikája tanszék

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2014. évi Eötvös-versenye október 17-én délután 3 órai kezdettel tizenöt magyarországi helyszínen[1] került megrendezésre. A versenyen a három feladat megoldására 300 perc áll rendelkezésre, bármely írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos. Az Eötvös-versenyen azok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Összesen 93 versenyző adott be dolgozatot, 18 egyetemista és 75 középiskolás.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2014. november 21-én délután került sor az ELTE Konferenciatermében. Az idei díjazottakon kívül meghívást kaptak az 50 és a 25 évvel ezelőtti Eötvös-verseny nyertesei is. Először az akkori feladatokat mutattuk be.

Az 1964. évi Eötvös-verseny feladatai

1. feladat

60°-os és 30°-os hajlásszögű lejtők egy élben találkoznak. Itt kicsiny, súrlódásmentes csigát helyezünk el. A csigán átvetett fonál végein m_1 és m_2 tömegű ládák függnek, amelyek csúszási súrlódási együtthatója $\mu = 0{,}2$. Milyen feltétel mellett maradnak a ládák nyugalomban?

2. feladat

Kilenc négyzetből álló hálózat mindegyik éle R ellenállású. A középső négyzetes mező helyébe tökéletesen vezető négyzetlapot helyezünk. Mennyi az eredő ellenállás a négyzet két átellenes csúcsa között?

3. feladat

Egy gyűjtőlencsét szemünkhöz közel helyezünk el úgy, hogy egy hengeres parafadugó homlokfelületét a tisztán látás távolságában élesen látjuk. A dugó és a lencse kölcsönös távolságát rögzítjük. Elhelyezhetjük-e szemünket úgy, hogy a dugó palástfelületét is lássuk? A henger hossztengelye és a szem tengelye mindig a lencse tengelyében legyen!

Az 1989. évi Eötvös-verseny feladatai

1. feladat

Gergő gyakran segít a háztartásban. A zacskós tejet az *ábrán* látható módon a zacskónál valamivel szűkebb keresztmetszetű, levágott tetejű és alul kilyukasztott műanyag flakonban szokták tárolni. Gergő megfigyelése szerint a szájával lefelé fordított flakonból a még felbontatlan zacskós tej magától kiesik, viszont a tetejénél megfogott tejes zacskóról még akkor sem esik le a flakon, ha alulról egy másik zacskó tejet akasztunk rá.

2. feladat

Egy keskeny, hosszú csőben (kapillárisban) 30 mm magasra emelkedik a víz a csövön kívüli szinthez képest. A víz felszíne 30°-os szöget zár be a cső falával az érintkezési vonalnál. A csövet benyomjuk a vízbe

[1] Részletek a verseny honlapján: http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm