ményről. Az EIR az algoritmust átadta a japánoknak; egy konferencián már mint EIR-JAERI termékről beszélt róla egy japán előadó.

1980-ban az IAEA ösztöndíj véget ért, hazatérésem után a VVER-1000 projektbe már a gyorsított új algoritmus került be HEXÁN néven. Itt megmutatkozott az analitikus megoldás előnye: a VVER-1000 kazetta átmérője több mint 10 szabad úthossz, mégis a megoldás pontossága alig csökkent. Szerencsém volt, személyi változás sem következett be, a stratégia sem változott meg: a diffúziós egyenlet gyors és pontos megoldására továbbra is szükség volt. Azóta az analitikus próbafüggvényeken alapuló módszerek elterjedtek a világban. Biztosan tudom, hogy Japánban, az USA-ban, Svájcban, Németországban – kisebb-nagyobb változtatásokkal – használják.

A FIZIKA TANÍTÁSA

A GRAVITÁCIÓRÓL
avagy: milyen szerepet játszanak világunkban a lovasszobrok? – 2. rész

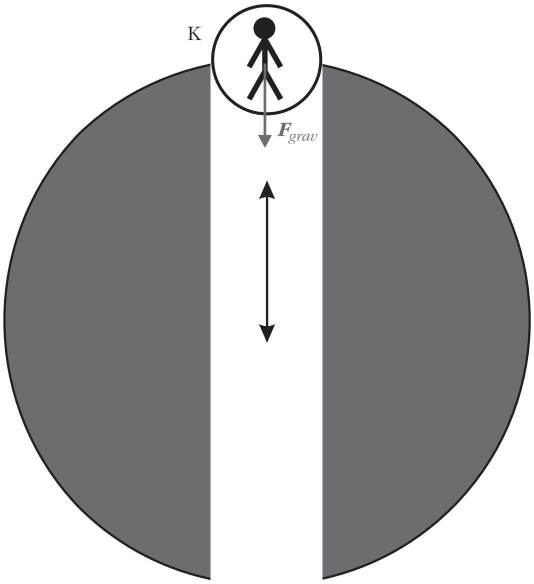
Bokor Nándor
BME Fizikai Intézet

Érzi-e *valaki* a gravitációt?

Az Einstein-elmélet szerint egy test nem úgy hat gravitációsan egy tömegpontra, hogy erőt fejt ki rá, hanem úgy, hogy begörbíti maga körül a téridőt, és a tömegpont ebben a görbült téridőben halad, a „lehető legegyenesebb” (geodetikus) világvonalon. Közben – mint a kabin tömegpontnak tekintett utasának példáin láttuk – nem érzi a gravitációt, azaz a téridő görbületét. De akkor honnan tudhatjuk, hogy egyáltalán létezik ez a görbület? Meg tudjuk-e mérni? Lehet-e olyan tapasztalatunk, érzetünk, amely kimutatja ezt a görbületet?

Képzeljük el, hogy kétdimenziós lények, „laposlények” vagyunk, akik egy gömb felületén élünk. Számunkra a gömb főkörei a geodetikus vonalak. Saját méretünk elhanyagolhatóan kicsi gömbi világunk görbületi sugarához képest. (Ez analóg azzal, hogy a fenti példákban a kabin utasát tömegpontnak tekintettük.) Hogyan tudjuk eldönteni, hogy felületvilágunk görbült-e vagy sík? Íme néhány tapasztalati módszer erre:

(1) Egy laposlény, kezében egy lándzsát tartva elindul, ügyelve arra, hogy a lándzsa se jobbra, se balra ne forduljon ki az eredeti irányából [1]. Zárt görbén



6. ábra. Gravitációval késztetett rezgőmozgás.

haladva visszajut a kiindulási pontba. Azt tapasztalja, hogy a lándzsa most másfelé mutat, mint kiinduláskor. Ebből tudni fogja, hogy görbült felületen él.

(2) Két laposlény szorosan egymás mellett párhuzamosan elindul egy irányba. Mindketten ügyelnek arra, hogy geodetikus vonalon haladjanak. Azt tapasztalják, hogy pályavonalaik között csökken a távolság. Ebből megtudják, hogy (pozitív görbületű) görbült felületen élnek.

(3) Két laposlény azonos pontból különböző irányban elindul. Mindketten geodetikus vonalon haladnak. Egy idő után azt tapasztalják, hogy pályavonalaik még egyszer metszik egymást. Ebből rájönnek, hogy görbült felületen élnek (hiszen sík felületen két egyenes legfeljebb egyszer metszheti egymást).

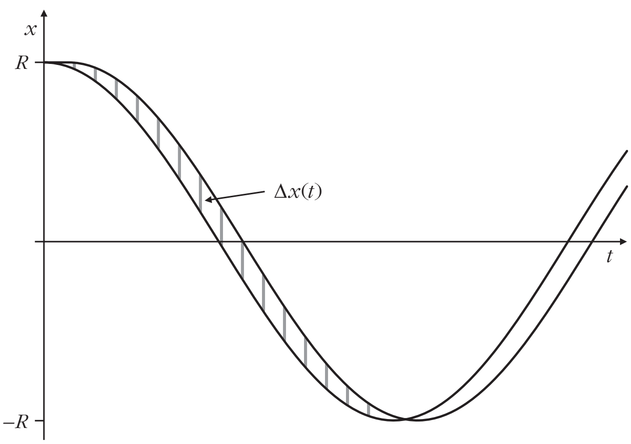
Próbáljunk meg a fenti módszerek között olyat találni, amit egy tömegpont adaptálni tud az általa lakott *téridő* görbületének kimutatására. Az (1) módszert nem használható, mert a tömegpont nem képes zárt világvonalon haladva a téridőben visszajutni a kiindulási eseményhez. Ha zárt világvonalat nem tudunk követni a téridőben, akkor – a (2) és (3) módszer analógiájára – *két világvonalra* van szükségünk a görbület kimutatásához. Ezt a két világvonalat szolgáltathatja például két különálló tömegpont, de egy kiterjedt test két részecskéje is. Nézzük a két független tömegpont esetét.

Ekkor a fenti módszereket a következőképpen alkalmazhatjuk a téridőben:

(2, téridő) Két tömegpontot egymástól kis távolságban egyszerre nyugalomból elengedünk. Mindkettő geodetikus („egyenes”, relaxált, erőmentes) világvonalat követ, amelyek párhuzamosan indulnak. Ha azt tapasztaljuk, hogy a két világvonal közötti „távolság” változik – ennek jele például az, hogy a tömegpontok közötti fizikai távolság változik a sajátidő függvényében, vagy még drámaibb módon az, ha a tömegpontok egy idő után összeütköznek –, akkor abból tudni fogjuk, hogy görbült téridő-tartományban járunk.[1]

(3, téridő) Két tömegpontot ugyanabból az eseményből elindítunk két külön geodetikuson (azaz két különböző irányban). Ha azt tapasztaljuk, hogy a két világvonal ezután is metszi egymást (esetleg többször is), akkor biztosak lehetünk benne, hogy görbült téridő-tartományban élünk.

[1] Feltettük, hogy mindkét tömegpont tömege annyira kicsi, hogy érezhetően nem görbítik be maguk körül a téridőt. A világvonalak esetleges egymáshoz közeledése tehát nem egymásra gyakorolt hatásuk következménye, hanem a téridő – valamilyen harmadik, nagy tömegű test által okozott – görbületéé.



7. ábra. A 6. ábrán látható alagútban mozgó két kabin világvonala.

Lássunk egy példát az utóbbi módszer alkalmazására. A *6. ábrán* (amelyet most megismétlünk) látható alagútban indítsunk el egyszerre két kabint szabad, erőmentes mozgással. Az egyiket az alagút szájánál nyugalomból engedjük el, a másikat néhány méterrel az alagút belsejéből, parányit az alagút szája felé lökve indítjuk el, éppen olyan kezdősebességgel, hogy az alagút szájáig jusson, mielőtt visszafordulna, és a középpont felé kezdene zuhanni. A két – tömegpontnak tekintett – kabin világvonalát a *7. ábra* mutatja.

Feltesszük, hogy a téridő begörbítéséhez – kis tömegsűrűségük miatt – egyik kabin sem tud hozzájárulni. Mindketten csupán a nagy tömegű gömb által begörbített téridő passzív utasai. A gömbhöz képest mindketten szinuszos rezgőmozgást végeznek. Ebből könnyen érthető – és a *7. ábrán* közvetlenül is leolvasható –, hogy hol közelebb, hol távolabb kerülnek egymástól. Minden periódus alatt kétszer találkoznak is, azaz geodetikus világvonalaik pediódusonként kétszer metszik egymást. Adódik a kikerülhetetlen következtetés: a *6. ábrán* szereplő mozgás görbült téridőben történik.

A *Miért nem erő a gravitáció?* fejezetben láttuk, hogy ha egyetlen tömegpontot tekintünk, az nem talál semmilyen árulkodó jelet a téridő görbületéről. Mint a fenti példa mutatta, két szabad tömegpontból álló rendszer már igen. Érthető, hogy egyetlen *kiterjedt* test is (mivel több tömegpontból áll, így egyszerre több világvonallal pásztázza az adott téridő-tartományt) képes a görbület érzékelésére. A kiterjedt test tömegpont-összetevői nem tudnak erőmentes, szabad mozgást végezni, hiszen érzik a társaik által kifejtett, az egész testet összetartó erőt. Ilyenkor a téridő görbületéről a testben ébredő mechanikai feszültségek árulkodnak. Ezeket árapály-feszültségeknek nevezzük, mert a Föld óceánjai – mint hatalmas kiterjedt testek – az árapály-jelenséggel mutatják ki a téridő Hold és Nap által okozott görbületét.

A fejezetcímben feltett kérdésre most már tudunk válaszolni. A pontszerű tömeggel ellentétben a kiterjedt test *érzékeli* a gravitációt (persze csak ha a hatás nagysága eléri az ingerküszöbét). Mint látni fogjuk, ha egy test nagy magasságból a Föld – vagy egy fekete lyuk, vagy más gömbszimmetrikus, nagy tömegű objektum – felé esik, akkor „spagettizálódik”: az esés irányában megnyúlik, a merőleges irányokban összenyomódik. Az ezzel járó kellemetlen érzetnek nem valamilyen gravitációs eredetű meghúzó és összenyomó „erő” az oka, hanem az, hogy az egyes tömegpontok a görbült téridő geodetikusai mentén igyekeznek a maguk relaxált, erőmentes mozgását végezni, és a test belső rugalmas erői igyekeznek ezt a relaxált mozgást megakadályozni.

Téridő-görbület Budapesten

Budapesten minden esemény görbült téridőben zajlik. Kapásból három olyan nagy tömegű objektum jut eszünkbe, amelyek számottevően beleszólhatnak ebbe a görbületbe: az egyik a Föld, amelynek tömege $6 \cdot 10^{24}$ kg, és középpontjától 6370 km-re van Budapest. A második a $7 \cdot 10^{22}$ kg tömegű Hold, amelynek átlagos távolsága tőlünk 380 000 km. Végül pedig a tőlünk átlagosan 150 millió km távolságra levő Nap, amely $2 \cdot 10^{30}$ kg tömegével uralja naprendszerünket. Mi adja a legnagyobb járulékot a téridő-görbülethez? A Föld? A Hold? A Nap? Esetleg a Gellérthegy? Vagy éppen egy mellettünk álló teherautó vagy lovasszobor?

Első lépésként képzeljük el, hogy egy Budapest *fölött* lebegő hőlégballon kosarában állunk, és oldalra kinyújtott két kezünkből egyszerre két kis kavicsot ejtünk el. Egy másodperc múlva újabb kettőt. Hogyan mozog egymáshoz képest a négy szabadon eső kavics? A newtoni okoskodás szerint (ami most bőven elegendő pontosságú) a jelenséget legegyszerűbben a „Földhöz rögzített inerciarendszerből” nézve érthetjük meg: mind a négy kavics a Föld középpontja felé gyorsul, emiatt a jobb oldali kavicsok parányit a bal oldali kavicsok felé gyorsulnak. Ugyanakkor az először elengedett két kavics mindig éppen kicsit erősebb gravitációs térben van – így parányit nagyobb gyorsulással esik –, mint a fölötte levő másik két kavics. Függőleges irányban tehát gyorsulva nő a kavicsok közötti távolság. (A négy kavics példája érthetővé teszi, miért „spagettizálódik” valaki, ha erős gravitációs vonzócentrum felé esik.) Einsteini nézőpontból ugyanezt a kísérletet másképp értelmezzük: egyik kavicsra sem hat erő: relaxált állapotban, szabadon mozognak. Geodetikus világvonalaik fent vázolt viselkedése azt mutatja, hogy a téridő általuk bejárt tartománya görbült.

A kavicsok egymáshoz képesti gyorsulása – ez az, ami a téridő-görbületet kimutatja – nagyon kicsi (100 méter magasból, egymástól 1 méter vízszintes távolságra egyszerre elejtett kavicsok a földet érésig körülbelül 16 μm-nyit közelednek egymáshoz). Ilyen gyenge téridő-görbület esetén, a görbület bizonyos aspektusainak tárgyalásakor valóban jogos a newtoni mechanika gondolatmenetét használni. Eszerint a kavicsok egymáshoz képesti gyorsulását a gravitációs erő gradiense okozza. Egy gömbszimmetrikus test által kifejtett gravitációs erő gradiense a (tömeg)/(távolság)^3 mennyiséggel arányos, ahol a távolság alatt a test középpontjának az adott helytől mért távolságát értjük. Az *1. táblázat* összefoglalja a Földre, Holdra és Napra vonatkozó (tömeg)/(távolság)^3 mennyiség Budapesten érvényes értékeit.

A hőlégballonból kidobott kavicsok példáját elképzelve megérthetjük, hogy Budapest felett a téridő görbületét túlnyomórészt a *Föld* okozza, hiszen a kavicsok Föld felé esésének pontos menetében a Holdnak és a Napnak csak nagyon kicsi perturbáló hatása van. Ezt a konklúziót erősítik meg az *1. táblázat* adatai.

A Föld *felszínén,* például Budapest egy forgalmas utcájában, autók és házak között már kicsit más a helyzet. Láttuk, hogy a téridő-görbületet – newtoni közelítésben – meghatározó mennyiség a gravitációs erő gradiense. Ez – olyan gömbszimmetrikus test esetén, amelyhez „hozzáérünk” – a (tömeg)/(a gömb sugara)^3 mennyiséggel arányos, ami viszont, konstans szorzótól eltekintve, a gömb *átlagsűrűsége*. Ebből következik, hogy ha például a Föld felszínén egy tömör vasgömbre száll egy légy, akkor – mivel a vas sűrűsége nagyobb, mint a Föld 5,5 kg/dm^3 átlagsűrűsége – a légy helyén (pontosabban: a „leszállási eseményben”) a téridő-görbülethez nem a Föld hatalmas tömege, hanem a *vasgömb* adja a legnagyobb – de természetesen még mindig igen-igen kicsi – járulékot. (Annak ellenére, hogy a légy, ha a levegőben lecsapjuk, a *Föld,* és nem a vasgömb közepe felé fog esni.)

Ha Földünk, vasgömböstül, lovasszobrostul, teherautóstul hirtelen eltűnne a világból, akkor az üresen maradt helyen a maradék téridő-görbületben a Hold vagy a Nap hatása-e az erősebb? A kérdés megválaszolásához nincs szükség a Föld eltüntetésére. Van egy trükk, amellyel le tudjuk választani a Föld görbületokozó hatását a Nap és a Hold hatásáról, így az utóbbi kettő függetlenül is vizsgálható. A már említett árapály-jelenségről van szó. Az óceánok egybefüggő hatalmas víztömege közelítőleg gömbszimmetrikusan veszi körbe a Föld kérgét, így – a nagy méret és a speciális geometria miatt – e víztömeg deformációjában nem a Föld által okozott téridő-görbület adja a domináns járulékot. A Föld, a Hold és a Nap relatív helyzetéről és az árapály mértékéről végzett hosszantartó, gondos megfigyelések azt mutatják, hogy a Földön (így Budapesten is) a *Hold* téridő-görbülethez adott járuléka mintegy kétszer erősebb a Napénál. Ezt megerősítik az *1. táblázat* adatai.[2]

[2] Az árapály-jelenség az itt sugallt képnél jóval bonyolultabb. Az óceánok víztömege nem gömbszimmetrikus, hiszen kontinensek szabdalják. A Gibraltári-szoros által gyakorlatilag elszigetelt Földközi-tengerben egészen kicsi szintkülönbségek tapasztalhatók; ez tévesztette meg *Galileit,* amikor *Kepler* magyarázatát a Holdnak egy ennyire „apró effektusra” kifejtett esetleges hatásáról babonának tartotta. A másik véglet a Fundy-öböl 16 méteres szintkülönbséget is elérő árapálya: itt a Hold relatív mozgása rezonál az öböl víztömegének sajátfrekvenciájára.

1. táblázat

Különböző égitestek Budapestre gyakorolt gravitációs erejének gradiensét meghatározó – (az égitest tömege)/(az égitest középpontjának Budapesttől mért átlagos távolsága a köbön) – értékei

égitest	$M_{\text{égitest}}/x^3_{\text{Budapest–égitest}}$ (kg/m^3)
Föld	$2{,}3 \cdot 10^4$
Hold	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$
Nap	$6 \cdot 10^{-4}$

A Hold vagy a Nap?

Naprendszerünk összes bolygójának mozgását a központi égitest, a Nap irányítja. A Hold nemcsak hogy a távolabbi bolygók mozgásába nem szól bele, de a Földébe is alig. Furcsának érezzük: hogyan lehetséges, hogy ha a Hold téridő-begörbítő hatása erősebb a Napénál, a Föld – mint tömegpont – mégis a Nap körül kering, nem a Hold körül? Miért reagál a Föld, mint tömegpont, sokkal érzékenyebben a Nap jelenlétére, mint a Holdéra, de miért reagál az óceánok víztömege, mint kiterjedt test, kétszer annyira érzékenyen a Hold jelenlétére, mint a Napéra? Vajon nem *ugyanaz a gravitációs hatás* érvényesül a két esetben?

Az előző pontban röviden már szerepelt a newtoni mechanika válasza erre a kérdésre: A *tömegpont* mozgását inerciarendszerben Newton 2. törvénye szabja meg. Mivel a Nap gravitációs *ereje* sokkal nagyobb a Holdénál, a Föld tömegközéppontjának gyorsulását is dominánsan a Nap határozza meg. Az árapály-jelenségnél viszont arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy kiterjedt test részecskéi (vagy két tömegpont) *egymáshoz képest* hogyan gyorsulnak. Míg a hatalmas víztömeg tömegközéppontjának gyorsulását továbbra is a (Nap által dominált) eredő erő határozza meg, a víztömeg egyes részeinek *relatív gyorsulása* az eredő erő *gradiensétől* függ, abban pedig a Hold által okozott összetevő kétszer erősebb a Napénál.

Einstein gravitációelmélete más válaszokat ad ugyanerre a kérdésre. A Föld, mint *tömegpont* pályáját az általános relativitáselmélet *geodetikus egyenlete* írja le. Azonban már ezen egyenlet jellege is erősen függ attól, milyen vonatkoztatási rendszerben írjuk fel. A benne szereplő mennyiségek közül egyedül az úgynevezett Christoffel-szimbólumok utalnak a téridő görbületére, de ezek alkalmas vonatkoztatási rendszerre (lokális inerciarendszerre) áttérve zérussá tehetők. Más szóval: át tudunk térni olyan téridő-koordinátákra, amelyeket használva az egyenletben nem marad nyoma a téridő görbültségének. Tekintsük például a Föld tömegközéppontjához rögzített vonatkoztatási rendszert: ebben a szabadon lebegő rendszerben a Föld középpontjának a világvonala egyenes (hiszen a középpont áll az origóban), és ebből az egy világvonalból semmilyen jel nem utal arra, hogy görbült körülötte a téridő. A Föld tömegközéppontja nem érzi a téridő görbületét. Térjünk át most egy olyan globális vonatkoztatási rendszerre, amely a téridő elég nagy tartományát lefedi ahhoz, hogy beleférjen a Nap és a Föld egy évnyi világvonala.[3] Egy ilyen vonatkoztatási rendszert alkalmas koordinátákkal ellátva – a Napot a térbeli origóba helyezve –, és a világvonalakat ábrázolva azt látnánk, hogy a Föld világvonala spirálisan a Napé „köré tekeredik”. Azt is tapasztalnánk, hogy a két világvonal periodikusan közelebb-távolabb kerül egymáshoz. Ez jelzi ugyan a téridő-görbületet, azt azonban még nem bizonyítja, hogy a Nap *erősebben* begörbíti maga körül a téridőt, mint a Föld. Ha ugyanebben a vonatkoztatási rendszerben a térbeli origóba a Földet helyezzük, akkor ugyanis a Nap világvonala tekeredik a Földé köré.[4] Azonban adjuk hozzá az egészhez például a Vénusz világvonalát is. Nem számít, hogy a három égitest közül melyiket tekintjük nyugvónak: a három geodetikus világvonalat páronként *egymáshoz képest* vizsgálva rögtön kiderül, hogy melyik kettő között lesz a „leghevesebb a tánc” (szabatosabban, de newtoni terminológiát használva: melyik kettő között lesz a legnagyobb a távolságegységre eső relatív gyorsulás): a Föld és a Vénusz között. Így tudjuk meg, hogy mi a szereposztás ebben a hármas játékban és ebben a hatalmas téridő-tartományban: a Nap által begörbített téridőben engedelmesen sodródik a (téridő-görbülethez ilyen hatalmas skálán sokkal kevésbé hozzájáruló) Föld és Vénusz. Ebben a példában, mivel a hatalmas tömegű Nap a téridő *nagyléptékű* görbületét határozza meg, két távoli „tömegpont”, a Föld és a Vénusz játszotta a próbarészecskék szerepét. Ezek ugyan maguk is begörbítik maguk körül a téridőt – mint láttuk, Budapesten épp a Föld adja a görbület domináns járulékát –, de egyik sem görbíti be számottevően a téridőt *a másik helyén*. A Föld és a Vénusz példája erős közelítésekkel és a newtoni és einsteini terminológia bizonyos fokú összemosásával próbált fényt deríteni a Nap által létrehozott nagyléptékű téridő-görbületre. Az óceánok árapály-jelensége hasonló módon (bár nem szabad tömegpontok mozgásával, hanem egy egybefüggő víztömeg deformációjával) térképezi fel, hogy a Föld által bejárt téridő-tartományban milyen átlagos görbületet okoz a Hold és a Nap. A görbület azonban igazán precízen csak egy-egy infinitezimális téridő-tartományban – egy-egy esemény közvetlen környezetében – tárgyalható. Az általános relativitáselméletben a *geodetikus deviáció egyenlete* írja le, hogy két pontszerű szabad próbatest geodetikus világvonala milyen gyorsulással közeledik egymáshoz, vagy távolodik egymástól, ha eredetileg infinitezimális téridő-távolságból indítottuk el őket. Az egyetlen tömegpont mozgását leíró geodetikus egyenlettel ellentétben – amelyben, mint láttuk, cseles vonatkoztatási rendszer választással kimutathatatlanná tehető a gravitáció – a geodetikus deviáció egyenlete eltüntethetetlenül számot ad a téridő görbületéről. E szerint az egyenlet szerint ugyanis a próbatestek világvonalának egymáshoz képesti deviációját közvetlenül a *Riemann-tenzor* határozza meg.[5] A Riemann-tenzor – a Christoffel-szimbólumokkal ellentétben – olyan *fizikai* mennyiség, amelyet nem lehet matematikai ügyeskedéssel (például koordináta-transzformációval) eltüntetni. Ha valamely vonatkoztatási rendszerben a Riemann-tenzor nem azonosan zérus, akkor hiába váltunk nézőpontot, onnan nézve sem lesz zérus. Ha például leugrunk egy magas szikláról – lokális inerciarendszerbe helyezzük magunkat –, akkor nézőpontunkból lenullázódnak a Christoffel-szimbólumok, de a Riemann-tenzor ott is eseményről eseményre kikerülhetetlenül jelzi az általunk bejárt téridő-tartomány (példánkban igen-igen kicsi) görbületét.[6]

Analógia a laposlények világából

A laposlények görbült kétdimenziós világa sokszor szolgál tanulságos analógiákkal, amikor a görbült téridő egyes aspektusait akarjuk megérteni. Az előzőekben használtunk is már ilyen analógiát. Segítségünkre lehet akkor is, amikor az előző pontban tárgyalt problémát (miért a Nap körül keringünk, amikor a Hold erősebben görbíti be a téridőt?) akarjuk vizualizálni. Képzeljünk el most egy olyan kétdimenziós világot, amely – egy domborzatos földgömb-modellhez hasonlóan – alapvetően gömbfelület, de apró hegyek-völgyek teszik változatossá. Ebben a – metaforánál nem sokkal komolyabban veendő – analógiában a téridőnek a Nap, illetve a Hold által okozott görbületkomponense felel meg a teljes gömbfelület, illetve a rajta levő dombocskák görbületének.

Az egyszerűség kedvéért a laposlények világában is nevezzük „Egyenlítőnek” és „északi iránynak” azt, amit egy magunk elé képzelt földgömb-maketten ezeknek hívunk. Induljon el két pontszerű laposlény az Egyenlítő két távoli pontjából, északi irányba. Az, ahogyan geodetikus pályáik egymáshoz közelednek, végül az északi sarkon összefutnak, majd ezután is periodikusan metszik egymást a déli és északi sarkokon, egyértelműen jelzik a két pontszerű lény számára, hogy görbült felületen élnek. Közben ugyan mindketten dombokon és völgyeken is áthaladnak – amelyek görbületi sugara lehet akár lényegesen kisebb, mint a teljes gömbé –, expedíciójuk (pályáik nagyléptékű relatív viselkedése) mégis a *teljes bejárt tartomány átlaggörbületét* jelzi számukra, amit dominánsan a gömb sugara határoz meg.

Hogyan tudják érzékelni a laposlények a dimbes-dombos táj görbületét (világuk görbületének finomabb struktúráját)? Képzeljünk el például egy körlap

[3] Ez az einsteini elmélet szerint nem lehet inerciarendszer, de ez nem kell, hogy zavarjon minket.

[4] Másképpen: csak a Nap–Föld-rendszert vizsgálva nem tudnánk igazságot tenni Ptolemaiosz és Kopernikusz rendszere között.

[5] Ezen egyenlet newtoni analógiája az árapály-gyorsulást leíró egyenlet, amelyben a gravitációs erő gradiense szerepel, mint fizikai ok.

[6] Newtoni szóhasználattal: amikor leugrunk, a gravitációs erő megszűnik számunkra, de az erő gradiensét nem tudjuk kiiktatni.

alakú, *kiterjedt* tárgyat! (Metaforánkban ez a körlap felel meg a Földnek, pereme pedig az óceánoknak.) Ez az eredetileg sík körlap rugalmas anyagú kell legyen, mert miközben halad a kétdimenziós világban, minden pontja mindig a felülethez kell simuljon. A helyzetet bonyolítja, hogy a körlap maga is begörbíti maga körül a kétdimenziós világot. Ezt például úgy képzelhetjük el, hogy amerre jár, maga is behorpasztja a felületet, amelybe belesimul.[7] Haladjon a körlap középpontja geodetikus vonal mentén. Miközben a körlap minden pontja a bonyolult domborzatú felületbe simul, a *peremében* mechanikai feszültségek lépnek fel, amit a peremen élő pontszerű laposlények megfigyelhetnek. Ezek a mechanikai feszültségek a körlap által lefedett felülettartomány átlaggörbületéről adnak információt. Ugyanakkor ez egyfajta differenciális mérési módszer: a speciális szimmetria a mért görbületnél kompenzálja a *körlap* által okozott behorpadásból származó (egyébként messze legerősebb) komponenst. Marad maga a nagy gömb és a dimbes-dombos táj járuléka, ezek eredő görbületét mutatja ki a peremben ébredő feszültség. A laposlények ezek után úgy tudják szétválasztani a nagy gömb és a domborzat görbületjárulékait, hogy keresztül-kasul hurcolják a körlapot kétdimenziós világukban, és gondosan megfigyelik, mikor milyen irányú és nagyságú deformációk jelentkeznek a peremben. Ha például egy kis domb görbületi sugara fele az egész gömb sugarának, azt a pontszerű laposlények éppúgy képesek megállapítani, ahogy mi is, jól időzített megfigyelésekkel (a Nap és a Hold változó relatív helyzetét kihasználva) tapasztalatilag alá tudjuk támasztani, hogy a Hold árapály-okozó hatása kétszer erősebb a Napénál.

[7] Az einsteini gravitációelméletben is az okozza a fő matematikai nehézséget, hogy a tömegek egyfelől tevékeny *alakítói* a téridőnek, ugyanakkor mozgásuk a téridő parancsának *engedelmeskedik*. A fentiekben többször használtam a próbatest fogalmát. Ez az idealizált fogalom olyan tömegpontot jelent, amely a neki parancsoló téridőt „készen kapja”, de ő maga – kis tömege miatt – a téridő vizsgált tartományának begörbítésébe nem szól bele.

Irodalom

1. Bokor N., Laczik B.: Vektorok párhuzamos eltolásának szemléltetése. *Fizikai Szemle 51/7–8* (2011) 240–250.

A FÖLDFELSZÍN FORGÁSA EGY ÁLTALÁNOS PONTBAN
– kiegészítés a Coriolis-hatás tárgyalásához

Woynarovich Ferenc
MTA, Wigner FK, SZFI

Nemrégiben *Fizika és földrajz határán – tanítható-e a Coriolis-erő?* címmel cikk jelent meg a *Fizikai Szemlében* [1]. Ebben a szerző bemutatja, hogyan lehet a tehetetlenségi erők fogalmának a bevezetése nélkül szemléltetni és kvantitatív vizsgálat tárgyává tenni a tehetetlenül mozgó testek eltérülését forgó koordinátarendszerben. A cikkben a szerző a legegyszerűbb esettel foglalkozik: a forgástengelytől arra merőlegesen induló, a nyugvó rendszerben egyenesen és egyenletesen mozgó pont forgó rendszerben kirajzolt pályáját elemzi. Ez a leírás, miközben jól szemlélteti a dolog lényegét, a Föld felszínén közvetlenül csak a pólusok közelében alkalmazható, hiszen a földfelszín egy általános pontjához rögzített koordinátarendszer mozgása sokkal összetettebb annál, mintha valamelyik saroknál lenne. Ezért, ha szeretnénk megérteni és megértetni, hogyan működik mindez egy $0 < \varphi < \pi/2$ szélességi körön, tehát a forgástengelytől távol, arra nem is merőleges síkban, további megfontolásokra és magyarázatokra van szükség.

A kérdés a szögsebesség vektorjellegét ismerve, és a vektoriális szorzat tulajdonságait kihasználva könnyen tárgyalható, de a középiskolások nem tanulnak sem a vektoriális szorzatról, sem a szögsebesség vektor voltáról, ezért olyan leírást kell találni, amely ezeket az eszközöket nem használja. A probléma analóg azzal, hogyan tárgyalható elemi módszerekkel a Foucault-inga síkjának forgása: az is nagyon szemléletes a pólusokon, de nem triviális a pólusoktól távol. Erre egy lehetséges értelmezést ad az „érintő kúp konstrukció” [2], amely arra épül, hogy az inga mozgása a Föld elfordulása során – a gömb felszínén értelmezhető módon – önmagával „párhuzamosan” tolódik el.

Jelen munkában egészen más oldalról, de [1] elemzéséhez jól illeszthető módon közelítünk a kérdéshez: kiválasztjuk a Föld forgásából adódó mozgás azon komponensét, amely lokálisan egy adott pont körüli forgásként érzékelhető.

Amíg a pólusok közelében a földfelszín mozgása egyetlen ω szögsebességű forgás, addig egy általános helyzetű pont környezetében a felszín mozgása három részből tehető össze:

i. az adott szélességi körön való körmozgás,
ii. a horizont $\omega\sin\varphi$ szögsebességű forgása,
iii. a horizont síkjának egy $\omega\cos\varphi$ szögsebességű „elbillenése”.

Ez jól szemléltethető az *1. ábra* segítségével. A φ szélességi körön elhelyezkedő O ponthoz illesztett koordinátarendszer x, y és z tengelye rendre keletre, északra és a zenit felé mutat. Miközben a Föld a tengelye körül ϑ szöggel elfordul, az O pont a pályáján $\vartheta R\cos\varphi$ ívet fut be. Eközben az y tengely mindvégig a tőle $R\mathrm{ctg}\varphi$ távolságra levő O' pont felé mutat, ezért a koordinátarendszer $\vartheta\sin\varphi$ szöggel elfordul az egyébként $\vartheta\cos\varphi$ szöggel kimozduló z tengely körül. Nyil-