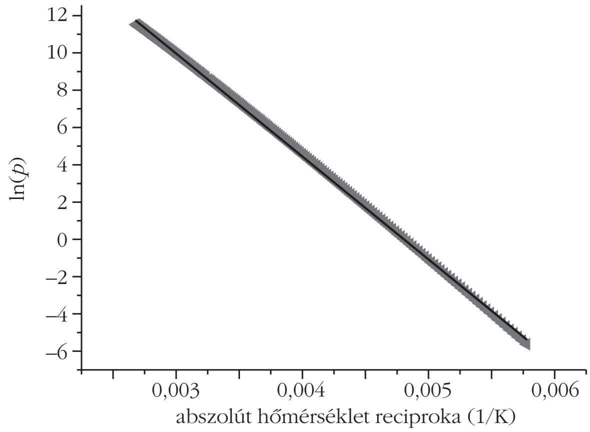


8. ábra. A gőznyomás logaritmusa az abszolút hőmérséklet reciproka függvényében.

Az egyenes b meredeksége az Origin programmal való illesztés szerint: −5520±8,5. E meredekségből az Arrhenius-egyenlethez hasonlóan kiszámítható egy molekula „párolgáshője”:

$$L_f = -b\,k_B = 5520\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23} \approx 7{,}62\cdot 10^{-20}\ \mathrm{J},$$

illetve a moláris párolgáshő:

$$L_f m = -bR = 5520\cdot 8{,}314 = 45898\ \mathrm{J/mol} \approx 46\ \mathrm{kJ/mol}.$$

A táblázatokban szereplő vízre, amelynek minden kg-ja 55,5 mol, vonatkoztatott párolgáshő pedig:

$$55{,}5\cdot 46 \approx 2550\ \mathrm{kJ/kg}.$$

E két mennyiség irodalmi értéke: $L_f m$ = 40,8 kJ/mol, illetve 2256,4 kJ/kg.

Diszkusszió: A *7. ábrá*n látható grafikon *megfelel a víz gőznyomása korábban ismertetett exponenciális hőmérsékletfüggésének*.

Továbbá sikeresen kiszámítottuk a víz párolgáshőjét (látens hő) az Arrhenius-egyenletnél számolt aktiválási energiával analóg módon. Az irodalmi értékektől való kis eltéréseket az okozza, hogy a párolgáshő valójában függ a hőmérséklettől, valamint az interneten található mérési eredményeknek van mérési hibája.

A fentiekhez hasonlóan még sok példa található a Boltzmann-eloszlással leírható jelenségekre.

Jelen írásunkban a Boltzmann-eloszlásra vonatkozó problémamegoldásokat mutattuk be. Kísérleti eredmények kiértékelésére, megvitatására és értelmezésére tettünk ajánlásokat, nem pedig hagyományos középiskolai fizika példatárakban szereplő feladatok megoldására. Az egyetemi laboratóriumi mérésekhez hasonlítható feladatokat állítottunk a tanulók elé.

Fakultációs órán történt tényleges kipróbálás tapasztalatai alapján kijelenthetjük, hogy a diákok képesek követni az újszerű feldolgozási módot, aktív részesei tudnak lenni az ilyen szemléletű tanóráknak.

A módszer segítségével a diákok bevezetést kapnak egy, a megszokott középiskolai szemlélettől eltérő felfogás elsajátításához. A tárgyalt témakör kapcsán olyan ismeretekre tesznek szert, amit egyébként az egyetemen teljesen újként, önállóan kellene megszerezniük.

Munkánk fontos célja volt az is, hogy *a középiskolai és az egyetemi szint közötti különbség* áthidalására tegyünk kísérletet az ajánlott feldolgozási folyamat segítségével. Azt szeretnénk elérni, hogy az egyetemek természettudományi karaira kerülő hallgatók fizika-, kémia-, környezettan- és földtudományszakon ne ütközzenek a szükséges szakmai alapok hiánya miatt tanulmányi problémákba. Úgy gondoljuk, hogy azok a tanulók, akik részesei voltak a cikkünkben leírt szemléletű oktatásnak, könnyebben sajátítják el olyan kurzusok tananyagát, amelyről valamilyen mélységben az egyetemi szemléletnek megfelelően már tanultak.

Ajánlott irodalom

Gulyás J., Markovits T., Szalóki D., Varga A.: *Fizika – Modern fizika.* Calibra Kiadó, Budapest, 1996.

Gallai D.: Fizika a János-hegyen. Vetélkedő gimnazistáknak. *Fizikai Szemle 63/3* (2011) 26–31.

Halász T., Jurisits J., Szűcs J.: *Fizika 10. osztályosoknak.* Mozaik Kiadó, Szeged, 2008.

Halász T., Jurisits J., Szűcs J.: *Fizika 11–12. – Közép és emelt szintű érettségire készülőknek.* Mozaik Kiadó, Szeged, 2008.

Juhász A.: *Fizikai kísérletek gyűjteménye I.* Arkhimédész Bt. – Typotex, Budapest, 2001.

Radnóti K., Nahalka I., Wagner É., Poór I.: *A fizikatanítás pedagógiája.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.

Nagy M.: *A fizikatanítás pedagógiája: Matematikai eszközök alkalmazása a fizika tanításában.* TDK-dolgozat, témavezető: Radnóti K., Budapest, 2012.

Tóth E.: *Fizika IV.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.

XVI. ORSZÁGOS SZILÁRD LEÓ FIZIKAVERSENY

Beszámoló, I. rész

Radnóti Katalin
ELTE TTK Fizikai Intézet

A Szilárd Leó Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny először 1998-ban került megrendezésre *Szilárd Leó* centenáriuma alkalmából *Marx György* professzor úr kezdeményezésére. Azóta minden évben megszervezi a versenyt az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, az Energetikai Szakközépiskola és Kollégium, valamint a Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány. A versenynek komoly hagyományai alakultak az elmúlt évek alatt. Az idén 236 fő I. kategóriás (11-12. évfolyam) és 70 fő II. kategóriás, (9-10. évfolyam és fiatalabb) tanuló jelentkezett a versenyre. Összesen 306 fő, közülük 37 lány. Ez körülbelül megfelel a korábbi évek jelentkezési adatainak. Tizennégy budapesti iskolából jelentkezett 101 tanuló, harminchárom vidéki iskolából pedig 198 fő. Idén sajnos csak egyetlen erdélyi iskolából, a székelyudvarhelyi Benedek Elek Pedagógiai Líceumból érkezett hét fő a versenyre. Felvidékről és Kárpátaljáról idén sem kaptunk nevezést.

A verseny feladatsorait egy erre a célra felállított versenybizottság tűzi ki. Az elődöntőben a versenyzőknek 10 feladatot kell megoldaniuk, erre három óra áll rendelkezésükre. Mindegyik feladat helyes megoldása egységesen 5 pontot ér, így összesen 50 pontot lehet szerezni. A döntőben a hasonló írásbeli mellett még kísérleti és számítástechnikai fordulón is összemérik tudásukat a tanulók.

Az első fordulóra (elődöntőre) 2013. február 25-én került sor a versenyzők saját iskolájában. A dolgozatok javítását a felkészítő tanárok végezték, amelyhez a példakitűző versenybizottság részletes útmutatót állított össze. A javítás után a tanárok azon tanulók dolgozatait küldték be a BME Nukleáris Technika Tanszékére, akik a juniorok közül legalább 40%-os, a 11-12. osztályosok közül pedig 60%-os eredményt értek el. Közülük kerültek ki a döntőbe jutott versenyzők.

Az alábbiakban ismertetjük mind az elődöntő, mind pedig a döntő feladatait, valamint röviden a megoldásukat.

Az elődöntő (I. forduló) feladatai és megoldásuk

1. feladat

Tudománytörténeti kérdések. Minden jó válasz fél pontot ért.

Határozzuk meg melyik állítás igaz az alábbiak közül, és melyik hamis!

1. *Henri Becquerel* édesapja *Edmond Becquerel* is a lumineszcencia ismert specialistája volt.
2. A Becquerel által észlelt sugárzás intenzitása jelentősen változott, amikor a sót megolvasztotta vagy átkristályosította.
3. A radioaktivitás elnevezés *Rutherford* nevéhez fűződik.
4. Alfa-bomlásnál a kilépő alfa-részecskék sebessége 1000-2000 km/s.
5. Nem létezik olyan sugárzó anyag, amelyik pozitront bocsát ki.
6. A béta-sugárzásnál az elektron mellett antineutrínó is kilép.
7. A Cserenkov-sugárzást okozó béta-sugarakat már 1 mm vastag Al-lemez is elnyeli.
8. A mesterséges radioaktivitás felfedezése *Marie Curie* nevéhez fűződik.
9. Van olyan – a technéciumnál kisebb rendszámú – kémiai elem is, amelynek szintén nincs stabil izotópja.
10. Becquerel soha nem ismerte el, hogy az urán alfasugárzást bocsát ki.

Megoldás

Az 1. állítás igaz, a 2., 3., 4., és 5. hamis. Majd a 6. igaz, a 7., 8. és 9. hamis, végül a 10. igaz.

2. feladat

Az egydimenziós potenciáldobozba zárt elektron (például hosszú láncmolekula π elektronrendszere) energiaszintjei a növekvő energiák felé ritkulnak. A hidrogénatomba zárt elektron energiaszintjei viszont egyre sűrűbben követik egymást. Mi a különbség oka?

Megoldás

A láncmolekulát egy egydimenziós, erőmentesnek tekinthető húrral modellezhetjük, ahol a gerjesztett állapotoknak az egyre több belső csomóponttal rendelkező állóhullámok felelnek meg. A húrt kemény kovalens kötések tartják össze, ezért a húr hossza a gerjesztések során állandó marad. A húr mentén a potenciális energia sem függ a gerjesztéstől, így a gerjesztett állapotok energiáját egyedül azok hullámhossza szabja meg.

A H-atomot azonban a Coulomb-kölcsönhatás tartja össze, amely „puhább”; azaz a gerjesztett állapotok térfogata nem állandó, a Coulomb-kölcsönhatás egyre nagyobb méretre engedi ki az egyre magasabb energiával gerjesztett állapotokat. Sőt, a Coulomb-potenciál annál laposabb – és így annál „puhább” –, minél távolabb vagyunk az atommagtól. Ezért a magasabban gerjesztett állapotok energiája egyre közelebb kerül egymáshoz.

3. feladat

Egy laboratóriumban 10 liter 20 °C-os vízbe beleejtettek egy kis darab ^{218}Po izotópot, amely alfa-sugárzó (a kismértékű béta-sugárzástól eltekinthetünk). Megfigyelték, hogy negyed óra múlva a víz háromnegyed része elforrt. Mennyi volt a polónium tömege? A veszteségektől tekintsünk el.

Adatok: Felezési idő: 3 perc, egy alfa-részecske energiája = 6 MeV.

Megoldás

10 liter 20 °C-os víz háromnegyedének elforralásához szükséges energia:

$$Q = 4{,}2\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}\cdot 10\ \mathrm{kg}\cdot 80\ \mathrm{K} + 2256\ \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\cdot 7{,}5\ \mathrm{kg} = $$
$$= 20\,280\ \mathrm{kJ}.$$

(Vegyük észre, hogy a teljes 10 kg vízmennyiséget fel kell melegíteni 80 fokkal, viszont elforralni csak 7,5 kg vizet kell.)

Egy α-részecske energiája E_α = 6 MeV = $9{,}6\cdot 10^{-13}$ J. A melegítéshez szükséges energiát tehát

$$N = \frac{Q}{E_\alpha} = \frac{20\,280\cdot 10^3\ \mathrm{J}}{9{,}6\cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}} =$$
$$= 2{,}11\cdot 10^{19}\ \text{darab}\ \alpha\text{–részecske biztosítja.}$$

Az eredeti atomszám N_0, az elbomlott atomok száma: $N = N_0 - N(t)$, azaz

$$N = N_0 - N_0\cdot 2^{-\frac{t}{T}} = N_0\left(1 - 2^{-\frac{t}{T}}\right),$$

tehát

$$N_0 = \frac{N}{1-2^{-\frac{t}{T}}} = \frac{2{,}11\cdot 10^{19}}{1-2^{-\frac{15}{3}}} = 2{,}178\cdot 10^{19}\ \text{darab.}$$

Mivel 218 gramm polóniumban $6\cdot 10^{23}$ darab atom van, $2{,}178\cdot 10^{19}$ darab atom tömege:

$$m = \frac{2{,}178\cdot 10^{19}}{6\cdot 10^{23}}\cdot 218\ \text{g} = 7{,}91\cdot 10^{-3}\ \text{g} \approx 8\ \text{mg}.$$

Tehát körülbelül 8 mg polóniumot ejtettek be a vízbe.

4. feladat

Tudjuk, hogy H_2 molekula és H_2^+ is létezik. Vajon léteznek-e a következő molekulák, illetve molekulaionok? Adjunk indoklást is a válaszokra!

a) He_2

b) He_2^+

c) H_2^-

Megoldás

a) He_2 molekula nem létezik, mert két kötő állapotban lévő elektront és két lazító állapotban lévő elektront tartalmazna, ezért energiája azonos lenne két He-atoméval, azaz nem lenne energetikailag kedvezőbb. Így még ha létre is jönne egy pillanatra, a hőmozgás rögtön szétverné.

b) He_2^+ ion viszont létezik, mivel két elektron kerül kötő állapotba és egy pedig lazítóba, így a molekula energiája mélyebb, mint a He-atom + He^+-ion együttes energiája.

c) Létezik H_2^- is. Ebben is két kötő állapotban lévő elektron és egy lazító állapotban lévő elektron található.

5. feladat

Másodpercenként körülbelül 10^{11} darab, Napból származó neutrínó halad át testünk minden négyzetcentiméterén.

a) Vajon hány, a Paksi Atomerőműtől származó antineutrínó halad át testünk egy négyzetcentiméterén másodpercenként az erőműtől egy kilométer távolságban, amikor mind a négy blokk üzemel?

b) Miért neutrínók jönnek a Napból, és antineutrínók az atomerőműből?

Adatok: egy blokk hőteljesítménye: 1470 MW, egy hasadás során átlagosan 200 MeV energia szabadul fel, és egy hasadást átlagosan 6 béta-bomlás követ.

Megoldás

a) A négy blokk teljes hőteljesítménye $4\cdot 1470$ = 5880 MW. Ez azt jelenti, hogy másodpercenként átlagosan

$$\frac{5880\cdot 10^{6}}{200\cdot 1{,}6\cdot 10^{-13}} = 18{,}375\cdot 10^{19}$$

maghasadás történik. Mivel minden maghasadást átlagosan 6 béta-bomlás követ, és minden béta-bomlásban egy antineutrínó keletkezik, ezért másodpercenként $110\cdot 10^{19} = 1{,}1\cdot 10^{21}$ antineutrínó bocsátódik ki a négy reaktor aktív zónájából.

Ezek az antineutrínók a tér minden irányába elnyelődés nélkül egyenletesen repülnek, ezért az atomerőműtől 1 km távolságra egyenletesen oszlanak el az R = 1 km sugarú gömb $4\pi\cdot R^2$ = 12,57 km² nagyságú felszínén. Ebből tehát 1 cm²-en az antineutrínók

$$\frac{10^{-4}}{12{,}57\cdot 10^{6}} \approx 8\cdot 10^{-12}$$

része halad át. Azaz körülbelül $8{,}8\cdot 10^{9}$ antineutrínó (kevesebb, mint a Napból jövő neutrínók egytizede).

b) A Napban fúziós folyamatok zajlanak. Összesítve:

$$4\,{}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2\,e^+ + 2\,\nu.$$

Innen származnak a nap-neutrínók.

Az atomreaktorban maghasadás zajlik, amelynek során neutrongazdag atommagok keletkeznek, ezek pedig negatív béta-bomlással kerülnek alacsonyabb energiájú állapotba. Negatív béta-bomlás során viszont antineutrínók keletkeznek, hiszen egy neutron alakul át protonná az atommagban:

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}.$$

6. feladat

a) Számítsuk ki a trícium (^{3}H) és a hélium-3 (^{3}He) izotóp kötési energiáját!

b) Adjunk magyarázatot arra, hogy miért a trícium bomlik el a ^{3}He izotópra béta-bomlással, és nem fordítva?

Adatok: ^{1}H atom tömege: 1,007825 u, neutron tömege: 1,008665 u, ^{3}H atom tömege: 3,016049 u, ^{3}He atom tömege: 3,016029 u, elektron tömege: 0,0005447 u (u az atomi tömegegység, 1 u = 931,6259 MeV/c²).

Megoldás

a) Egy atommag kötési energiáját a tömeghiányból lehet meghatározni:

$$\Delta M(A,Z) = \frac{B(A,Z)}{c^2} = (A-Z)\,m_n + Z\,m_H - M(A,Z),$$

ahol $B(A,Z)$ az A tömegszámú és a Z rendszámú mag kötési energiája. Ez alapján a trícium kötési energiája:

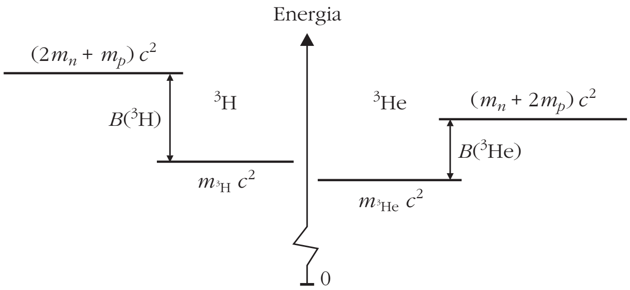
$$\Delta M\left({}^3_1\text{H}\right) = \frac{B\left({}^3_1\text{H}\right)}{c^2} = 2\,m_n + m_H - M\left({}^3_1\text{H}\right) = $$
$$= 0{,}009106\ \text{u}.$$

Ebből $B\left({}^3_1\text{H}\right)$ = 8,4834 MeV.

Hasonlóan, a hélium-3 kötési energiája

$$\Delta M\left({}^3_2\text{He}\right) = \frac{B\left({}^3_2\text{He}\right)}{c^2} = m_n + 2\,m_H - M\left({}^3_2\text{He}\right) = $$
$$= 0{,}008286\ \text{u}.$$

amiből $B\left({}^3_2\text{He}\right)$ = 7,71945 MeV.



Eredményünk szerint a trícium erősebben kötött, mint a ^{3}He! Ezért meglepő, hogy – a feladat állításának megfelelően – mégis a trícium bomlik el a „gyengébben kötött” ^{3}He-ra, és nem fordítva!

b) A bomlási folyamat irányát illetőleg meg kell határoznunk a Q bomlási energiát, amely a $^3_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + e^- + \tilde{\nu}$ negatív béta-bomlás folyamatában

$$Q_1 = \left\{\left[M\left({}^3_1\mathrm{H}\right)\Big|_{mag} + m_e\right] - \left[M\left({}^3_2\mathrm{He}\right)\Big|_{mag} + 2\,m_e\right] - m_{\tilde{\nu}}\right\} c^2 =$$
$$= (3{,}016049 - 3{,}016029)\,c^2 = 0{,}00002\,c^2 =$$
$$= 0{,}01863\ \mathrm{MeV}.$$

Vegyük észre, hogy itt a szögletes zárójelekben álló kifejezések éppen az egyes atomok tömegei (az elektronokkal együtt). Az antineutrínó tömegét elhanyagoljuk.

Fordított esetben viszont, a $^3_2\mathrm{He} + e^- \rightarrow {}^3_1\mathrm{H} + \nu$ pozitív (pozitron) béta-bomlási folyamatban:

$$Q_2 = \left\{\left[M\left({}^3_2\mathrm{He}\right)\Big|_{mag} + 2\,m_e\right] - \left[M\left({}^3_1\mathrm{H}\right)\Big|_{mag} + m_e\right] - m_{e^+} - m_\nu\right\} c^2 =$$
$$= (3{,}016029 - 3{,}016049 - 0{,}0005447)\,c^2 =$$
$$= -0{,}52609\ \mathrm{MeV}.$$

Beláthatjuk azt is, hogy nemcsak a pozitronbomlás, hanem az elektronbefogás sem mehet végbe, hiszen az elektronbefogásnál: $^3_2\mathrm{He} \rightarrow {}^3_1\mathrm{H} + e^+ + \nu$, ezért itt a bomlási energia:

$$Q_3 = \left\{\left[M\left({}^3_2\mathrm{He}\right)\Big|_{mag} + 2\,m_e\right] - \left[M\left({}^3_1\mathrm{H}\right)\Big|_{mag} + m_e\right] - m_\nu\right\} c^2 =$$
$$= (3{,}016029 - 3{,}016049)\,c^2 =$$
$$= -0{,}01863\ \mathrm{MeV}.$$

Mivel a bomlás csak akkor mehet végbe (spontán), ha $Q > 0$, ezért a természetben csak a $^3_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + e^- + \tilde{\nu}$ béta-bomlás valósul meg.

A látszólagos ellentmondás feloldása másképpen: a bomlás a *teljes* energia csökkenése irányában megy végbe. Jóllehet a ^{3}H kötési energiája valamivel nagyobb, és így „mélyebben” kellene lennie az energiaskálán, mint a ^{3}He, a teljes energiája mégis nagyobb, mivel több neutron van benne, és így a tömege nagyobb, mint a ^{3}He-nak (az $m_n > m_p$ tömegkülönbség miatt). Ebből a tömegkülönbségből adódó többletenergia túlkompenzálja a nagyobb kötési energiából adódó energiahiányt. Ezeket a viszonyokat mutatja a a balra látható *ábra* jól szemléltetve, hogy ugyan $B(^3\mathrm{H}) > B(^3\mathrm{He})$, mégis $E(^3\mathrm{H}) > E(^3\mathrm{He})$.

7. feladat

2011 szeptemberében három napkitörésre került sor és a kutatók előre ki tudták számítani – és közvetlenül követni is tudták – ezeknek a különböző bolygókra való eljutását. A Föld felé irányuló kidobódásokat először a NASA Stereo űrszondapárosa észlelte. A NOAA megfigyelő műholdjai intenzív sarki fényjelenségeket regisztráltak. Két héttel később a várakozásoknak megfelelően a lökéshullámok sarki fényt váltottak ki a Jupiteren, amit a Stereo rádiófelvételen megörökített. 9 hétre rá, novemberben, ezek a részecskeáramok végre elérték az Uránuszt.

a) Milyen sebességgel haladnak ezek a protonok?

b) Mekkora az energiájuk?

c) Mekkora hőmérsékleten ekkora a részecskék hőmozgásból származó átlagos energiája?

Adatok: Nap-Föld távolság $150 \cdot 10^6$ km, Nap-Jupiter távolság: $778{,}5 \cdot 10^6$ km, Nap-Uránusz távolság: $2877 \cdot 10^6$ km. Proton tömege: $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Megoldás

a) A sebességet két adatból is ki tudjuk számítani:

$$v_1 = \frac{(778{,}5 - 150)\cdot 10^6\ \mathrm{km}}{2\ \text{hét}} = 314{,}25 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{km}}{\text{hét}},$$

illetve:

$$v_2 = \frac{(2877 - 150)\cdot 10^6\ \mathrm{km}}{9\ \text{hét}} = 303{,}25 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{km}}{\text{hét}}.$$

Vegyük ezek átlagát, így $309 \cdot 10^6$ km/hét legyen a sebesség. Ezt már csak m/s-ra kell átváltani:

$$10^6\ \frac{\mathrm{km}}{\text{hét}} = \frac{10^9\ \mathrm{m}}{7\cdot 24 \cdot 3600\ \mathrm{s}} = \frac{10^9\ \mathrm{m}}{604\,800\ \mathrm{s}} = 1653\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A protonok sebessége: $309 \cdot 1653$ m/s = 510 777 m/s.

b) Ez még messze van a relativisztikus tartománytól, ezért az energia meghatározásához klasszikusan számolhatunk:

$$E = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = 0{,}5 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} \cdot \left(510\,777\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 =$$
$$= 2{,}18 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{J} = 1{,}36 \cdot 10^3\ \mathrm{eV} = 1{,}36\ \mathrm{keV}.$$

c) Milyen hőmérsékleten ekkora a protonok hőmozgásból fakadó átlagos energiája?

$$\frac{3}{2}\,k\,T = E,$$

amiből

$$T = \frac{2\,E}{3\,k} = \frac{4{,}36 \cdot 10^{-16}}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}} = 1{,}05 \cdot 10^7\ \mathrm{K}.$$

Tehát mintegy 10 millió K-nek felel meg.

8. feladat

A hőmérsékleti sugárzás jelenségét felhasználva becsüljük meg, mennyi lenne a Föld felszíni hőmérséklete légkör és belső hőtermelés hiányában! A Napot és a Földet tekintsük abszolút fekete testnek!

Adatok: a Nap felszíni hőmérséklete 5505 °C, átlagos sugara $R_N = 6{,}96\cdot10^8$ m, a Föld Naptól mért átlagos távolsága $D = 150\cdot10^6$ km.

Megoldás

A Föld hőmérsékletét úgy kapjuk meg, hogy feltesszük: egyensúly van, azaz a Föld által elnyelt – Napból jövő – sugárzást kiegyenlíti a Föld által kibocsátott hőmérsékleti sugárzás. A Stefan–Boltzmann-törvény értelmében az egységnyi felületen egységnyi idő alatt kisugárzott energia arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával, ezért a Föld által kibocsátott teljesítmény (időegység alatt kisugárzott energia):

$$P_F = 4\pi R_F^2 \sigma T_F^4,$$

ahol R_F a Föld sugara, T_F a Föld felszínének abszolút hőmérséklete, és σ a Stefan–Boltzmann-állandó, amelynek értéke: $5{,}6705\cdot10^{-8}$ W/(m^{2}K^4).

Hasonlóan, a Nap által kisugárzott teljesítmény: $P_N = 4\pi R_N^2 \sigma T_N^4$, ahol a megfelelő mennyiségek a Nap adataira vonatkoznak. (Itt használtuk ki, hogy ezek a testek abszolút fekete testként viselkednek.)

A Napból a Földre érkező teljesítmény:

$$P_N \frac{\pi R_F^2}{4\pi D^2},$$

ahol D a Nap-Föld távolság. A Földet melegítő teljesítménnyel a kisugárzás egyensúlyt tart:

$$P_F = P_N \frac{\pi R_F^2}{4\pi D^2}.$$

Az egyensúlyi feltételből kapjuk:

$$4\pi R_F^2 \sigma T_F^4 = 4\pi R_N^2 \sigma T_N^4 \frac{\pi R_F^2}{4\pi D^2}.$$

A megfelelő egyszerűsítések elvégzése után:

$$T_F^4 = T_N^4 \frac{R_N^2}{4D^2},$$

azaz

$$T_F = T_N \sqrt{\frac{R_N}{2D}} =$$

$$= 5778 \cdot \sqrt{\frac{6{,}96\cdot10^8}{2\cdot1{,}5\cdot10^{11}}} = 278{,}3 \text{ K}.$$

Tehát mintegy 5 °C lenne a Föld felszíni hőmérséklete.

9. feladat

Egy neutrínódetektorban több felvillanást észlelnek egy körülbelül 10 fényév távolságban bekövetkezett szupernóva-robbanás első jeleként. Utána 44 órával egy részecske érkezik, ugyanebből az irányból, 30 GeV mozgási energiával. Mekkora az érkező ismeretlen részecske nyugalmi tömege? Milyen részecske lehet ez? (A vákuumbeli fénysebesség táblázatban található pontos értékével számoljunk!)

Megoldás

Legyen s a szupernóva-robbanás távolsága (10 fényév). A neutrínók közel fénysebességgel érkeznek, ezért s/c idő alatt érnek ide. A később, t időkülönbséggel érkező részecske sebessége tehát:

$$v = \frac{s}{\frac{s}{c} + t}.$$

Mivel a részecske sebessége relativisztikus, a tömege:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Legyen $E_0 = m_0 c^2$ a részecske nyugalmi energiája és E_m a mozgási energiája. Mivel az energiákat keressük:

$$\frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = E_0 + E_m,$$

ebből

$$E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = E_m,$$

rendezve:

$$E_0 = \frac{E_m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

A számadatok behelyettesítése: 44 óra: $1{,}584\cdot10^5$ s, 10 fényév: $9{,}460529\cdot10^{16}$ m, a fénysebesség pontos értéke: 299 792 458 m/s. Számoljuk ki v értékét:

$$v = \frac{9{,}460529\cdot10^{16}\ \text{m}}{\frac{9{,}460529\cdot10^{16}\ \text{m}}{299\,792\,458\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} + 1{,}584\cdot10^5\ \text{s}} =$$

$$= 299\,642\,337\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Számoljuk ki előbb

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

értékét, amire k = 0,03164-t kapunk. Ebből az energia:

$$E_0 = \frac{E_m\, k}{1 - k} = \frac{30 \cdot 0{,}03167}{1 - 0{,}03167} = 0{,}980 \text{ GeV},$$

amiből az érkező részecske nyugalmi tömege:

$$m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{9{,}8 \cdot 10^8 \text{ eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \dfrac{\text{J}}{\text{eV}}}{9 \cdot 10^{16} \dfrac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} =$$

$$= 1{,}74 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx m_p,$$

azaz jó közelítéssel a proton tömegének felel meg.

Valószínűleg egy proton érkezett 30 GeV mozgási energiával.

10. feladat

Egy gázdiffúziós üzemben uránt dúsítanak. A ρ = $1{,}695 \cdot 10^{-3}$ g/cm^3 sűrűségű UF_6 gázt egy V = 10 cm^3 térfogatú α-detektorba vezetik, és megmérik aktivitását, ami A = 181,3 Bq-nek adódik. Mekkora a dúsítás értéke?

Adatok: a ^{235}U felezési ideje $7{,}038 \cdot 10^8$ év, a ^{238}U felezési ideje pedig $4{,}468 \cdot 10^9$ év.

Megoldás

Az UF_6 molekulák moláris tömege 349 g/mól, illetve 352 g/mól a két különböző uránizotóp esetén. Jelöljük N_{235}-tel a ^{235}U izotópot tartalmazó molekulák számát, és N_{238}-cal pedig a ^{238}U izotópot tartalmazókét.

Ekkor a detektorban lévő gáz tömege a részecskék számával kifejezve:

$$m = \frac{N_{235}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 349 \text{ g} + \frac{N_{238}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 352 \text{ g}.$$

A keverék gáz tömegére felírhatjuk, hogy

$$m = \rho\, V = 1{,}695 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 10 \text{ cm}^3 =$$

$$= 16{,}96 \cdot 10^{-3} \text{ g}.$$

A gáz α-aktivitása pedig:

$$A = N_{235} \frac{\ln 2}{T_{1/2}\left(^{235}\text{U}\right)} + N_{238} \frac{\ln 2}{T_{1/2}\left(^{238}\text{U}\right)} = 181{,}3 \text{ Bq}.$$

Látható, hogy a két ismeretlenre két (lineáris) egyenletünk van, ez könnyen megoldható. A felezési idők másodpercekben:

$$T_{1/2}\left(^{235}\text{U}\right) = 7{,}038 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 22{,}2 \cdot 10^{15} \text{ s},$$

valamint

$$T_{1/2}\left(^{238}\text{U}\right) = 4{,}468 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 140{,}9 \cdot 10^{15} \text{ s}.$$

A két egyenlet átrendezve és a mértékegységeket elhagyva kapjuk:

$$16{,}96 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 349\, N_{235} + 352\, N_{238},$$

illetve

$$181{,}3 = 31{,}22 \cdot 10^{-18} N_{235} + 4{,}919 \cdot 10^{-18} N_{238}.$$

Az egyszerűbb számolás érdekében vezessünk be két új változót: $n_5 = N_{235} \cdot 10^{-18}$ és $n_8 = N_{238} \cdot 10^{-18}$. Ezekkel kapjuk:

$$101{,}76 = 3{,}49\, n_5 + 3{,}52\, n_8,$$

illetve

$$181{,}3 = 31{,}22\, n_5 + 4{,}919\, n_8.$$

Az egyenletrendszer megoldásából kapjuk: n_5 = 1,484 és n_8 = 27,439.

A dúsítás tehát

$$d = \frac{n_5}{n_5 + n_8} = \frac{1{,}484}{1{,}484 + 27{,}439} = 0{,}0513,$$

azaz mintegy 5%.

Az elődöntő eredményei

A beküldött tanulói dolgozatokat a versenybizottság tagjaiból álló bizottság ellenőrizte és a beküldött 18-ból a legjobb 8 junior versenyzőt, a beküldött 40-ből a legjobb 22 I. kategóriás versenyzőt hívta be a paksi Energetikai Szakközépiskolában 2013. április 19–21. között megrendezett döntőre (sajnos egy junior versenyző nem tudott eljönni). A korábbi években általában 10, illetve 20 versenyzőt hívtunk be az egyes kategóriákból. Az idén azért alakult a szokásostól eltérően, mert az I kategóriában többszörös holtverseny alakult ki, a junior kategóriában pedig a 8. helyezett után volt nagyobb „szakadás” a pontszámokban.

A következő részben a döntő feladatairól, azok értékeléséről és a tanári díjak nyerteseiről számolunk be.

Szerkesztőség: 1121 Budapest, Konkoly Thege Miklós út 29–33., 31. épület, II.emelet, 315. szoba, Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: mail.elft@gmail.com
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta, egyes szám ára: 800.- Ft + postaköltség.
HU ISSN 0015–3257 (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)