

A SZIMBOLIKUS LOGIKA ÉS A FILOZÓFIA KAPCSOLATÁRÓL*

V. A. SZMIRNOV – V. P. TAVANYEC

BEVEZETÉS

A szimbolikus logikát napjainkban széles körben alkalmazzák metodológiai problémák kutatására és megoldására a deduktív és az empirikus tudományokban, az ismeretelméletben és a filozófia más területein. A szimbolikus logika fejlődése létrehozta a maga sajátos, speciális problematikáját is. Ezért gyakran hallhatjuk mind a szimbolikus logika specialistáitól, mind a szélesebb profilú filozófusoktól, hogy a szimbolikus logika mintha a filozófiai gondolkodás alapvető medrétől eltérően jött volna létre, és a legjobb esetben is csak egy korábban kidolgozott apparátusnak bizonyos filozófiai problémák megoldásához való felhasználásáról beszélhetünk. Emellett tekintetbe kell venni, hogy logikai módszerek alkalmazása filozófiai problémák kutatására csupán az utóbbi két-három évtized műve.

De az ilyen elképzelés nem felel meg a szimbolikus logika keletkezési és fejlődéstörténetének.

A szimbolikus logika (olyan mesterséges nyelvek felépítésének módszereivel, melyeknek szabatosan rögzített szintaxisuk és szemantikájuk van) a filozófiai gondolkodás alapvető eszméinek sodrában keletkezett, és mindenekelőtt mint eszköz, amely segít a filozófia fundamentális problémáinak megoldásában.

A XIX. század filozófiai gondolkodása elutasította a felvilágosodás filozófiájának azt az eszméjét, hogy az ember tabula rasa, és azt is, hogy az ismeret annak eredménye, hogy a külső világ egyoldalúan hat az ember érzékszerveire. Kant óta gyökeret vert a filozófiai tudatban az a gondolat, hogy a tudás az aktív szubjektum és a külső világ kölcsönhatásának eredménye. A megismerő szubjektum aktivitásáról, a gyakorlatnak a megismerésében betöltött alapvető szerepéről szóló tézist legvilágosabban és legkövetkezetesebben a marxizmus fogalmazta meg.

A XIX. század filozófiájának második vezető eszméje az, hogy a felvilágosodás korában uralkodó gnoszeológiai robinzonád ellensúlyozására elismeri a tudat és a megismerés társadalmi jellegét. Az ember együttműködik a külső világgal a társadalom által felhalmozott értékek alapján, és a világot a korábban megszerzett ismeretek prizmáján keresztül ismeri meg. Ennek az eszmének a csírái szintén Kanttól származnak, és legkövetkezetesebben a marxizmus fogalmazta meg és realizálta őket.

*E tanulmány eredetileg orosz nyelven jelent meg, „O vzaimootnosenyii szimboliczeszkov logiki i filozofii” címmel, a *Filozofija v szovremennom mire – Filozofija i logika* c. kötetben (Izdatyelsztvo Nauka, Moszkva 1974, 5–34). A szögletes zárójelek közé írt számok a cikk végén található irodalomjegyzékre utalnak. A szerkesztőségtől származó lábjegyzeteket „(A szerk.)” jelzés különbözteti meg a szerzők eredeti jegyzeteitől.

Az említett eszmék a jeleknek és jelrendszereknek olyan értékeléséhez vezetnek, mely szerint ezek nemcsak az érintkezés eszközei, hanem olyan rendszerek is, melyek segítségével a gondolkodás realizálódik és létrejön a megismerés.

A gondolkodás és a nyelv egységet alkot, nincs gondolkodás nyelv nélkül. A szimbolikus logika lemond a gondolkodásnak tiszta, nyelven kívüli formában való tanulmányozásáról. A szimbolikus logika alapvető célkitűzése – a következtetés folyamatainak mesterséges nyelvek konstruálása útján való tanulmányozása – szorosan összefügg a XIX. század filozófiájának említett tendenciáival.

Ismeretes, hogy a klasszikus német filozófia eszméi jelentős hatást gyakoroltak G. Frege-re és Ch. Peirce-re, a modern szimbolikus logika megteremtőire.¹ Ezzel kapcsolatban szeretnék felhívni a figyelmet arra, hogy sok logikatörténeti mű szerzője szóvá teszi Kantnak a matematikai logika leibnizi eszméjéhez való szkeptikus viszonyát, de ritka az olyan szerző, aki megemlítené Kant filozófiájának eszmei hatását a modern matematikai logikának és a matematika filozófiájának megteremtőire a XX. században.²

A szimbolikus logika fő tárgya a deduktív következtetés. De a szimbolikus logikát már Frege és Peirce mint filozófiai problémák megoldásának és vizsgálatának eszközték építették fel, mindenekelőtt a matematika filozófiai problémáira alkalmazva.

Több mint kétezer esztendő fejlődése során a logika bonyolult és eléggé sokrétű kapcsolatba került az emberi kultúra különböző szféráival. Megfelelt azoknak az igényeknek, melyeket az ókor politikai vitáinak gyakorlata, a középkor teológiai vitái, az újkor tudománya állítottak elé. De a logika együttműködése legmélyebb és leggyümölcsözőbb a filozófiával. Ez igaz az arisztotelészi és a skolasztikus logikára éppúgy, mint a modern matematikai vagy szimbolikus logikára is.

A logika technikai alkalmazásai, felhasználása a matematikában (*a matematikában*, nem pedig a matematika filozófiájában), a nyelvészetben stb. természetesen olyan feladatokat állítanak fel, amelyek ösztönzik a logika fejlődését, de hatásuk rá lényegesen kisebb, mint a filozófia hatása.

Másrészt azok a kísérletek, hogy a filozófiát vagy annak egyes fejezeteit mint egzakt tudományt dolgozzák ki, közvetlenül összefüggnek a logika apparátusának és eszméinek az elemzett filozófiai problémákra való alkalmazásával. A filozófiai problémák kutatására más egzakt módszereket is használnak, pl. az információelmélet módszereit, de napjainkban éppen a logikai módszerek alkalmazása a legtermékenyebb.

A logika és filozófia kapcsolatának problémakomplexumából a következőket választjuk ki: a logikának és a matematika filozófiájának kapcsolata, az igazság a logikában és a filozófiában, a logika metodológiai alkalmazásai, a logika alkalmazásának lehetősége ontológiai problémák analizésére.

¹ Frege és Peirce szerepe távolról sem egyenrangú. A rendszeres fölépítés egyértelműen Frege műve. (A szerk.)

² Leibniz és Kant logikai és filozófiai koncepcióit és azok hatását a logika és a matematika filozófiájának kidolgozására A. L. Szubbotyin [20] cikke tárgyalja. A klasszikus német filozófia eszméinek Peirce-re gyakorolt hatását Ju. K. Melvil elemzi [16] könyvében.

I. A LOGIKA ÉS A MATEMATIKA FILOZÓFIÁJA

Ha visszatérünk a szimbolikus logika megalapítóinak munkásságához, láthatjuk, hogy számukra a döntő probléma éppen a matematikai megismerés természete volt: az a kérdés, hogy miként lehetséges matematikai megismerés. Bátran mondhatjuk, hogy a matematika filozófiai problémái voltak – és még elég sokáig lesznek is – a matematikai logika eredményeinek és módszereinek fő alkalmazási területei, és egyben fő forrásai a logika fejlődését ösztönző alapvető eszméknek.

A matematika filozófiája olyan szorosan összenőtt a logikával, hogy a szimbolikus logikát és a matematika filozófiáját gyakran egy diszciplínává egyesítik.

Mi korántsem szándékozunk a matematika filozófiájának bonyolult problematikáját csupán a matematika alapjaira és annak logikai problémáira visszavezetni. De éppen az utóbbi problémák tűntek a legjelentősebbeknek a matematika filozófiájában, és a leg-
öztönzőbb hatást ezek gyakorolták a logika fejlődésére.

Ismeretes, hogy az általános, szükségszerűen igaz és megalapozott tudás természetének kérdése a filozófia központi kérdéseinek egyike. Az ilyenfajta állítások közül a legfontosabbak a logika és a matematika állításai.

Leibniz elismerte a matematikai és a logikai tudás elvi rokonságát. Leibnizcel ellentétben Kant úgy tartotta, hogy a logikai és a matematikai tudás természete elvileg különböző (a logikai igazságok analitikus, a matematikaiak pedig szintetikus a priori állítások, a szemlélet tiszta formáin alapulnak). A Kantnak címzett antitézis nem a matematikainak a logikaira való visszavezetése, hanem inkább a kettő közös természetének elismerése.

A XIX. században a matematika alapjainak fejlődése a visszavezetés útján ment végbe, mégpedig a matematika összes fejezetét az aritmetikára és a halmazelméletre redukálták. Dedekind, Cantor, Weierstrass és más tudósok erőfeszítéseivel sikerült ezen a módon megalapozni az analízist. Mi több, a természetes számok aritmetikáját is sikerült visszavezetni a halmazelméletre, pontosabban, a logikára és a halmazelméletre. A klasszikus matematikának a logikára és a halmazelméletre való visszavezetése a következő két követelményt teljesíti:

- (1) minden matematikai terminus kontextuálisan definiálható logikai és halmazelméleti terminusokkal;
- (2) minden matematikai állítás halmazelméleti tétel.

Az (1) pontot tisztáznunk kell. Nem követelmény, hogy minden matematikai terminust *explicitely definiáljunk* halmazelméleti terminusokkal, csak az szükséges, hogy minden matematikai állítással össze lehessen vetni egy vele logikailag ekvivalens állítást, melyet pusztán halmazelméleti terminusokkal fogalmazunk meg.

A tiszta matematika halmazelméletre való visszavezetésének említett programját egészében ténylegesen realizáltak tekinthetjük. Ha fel is merülnének ezzel kapcsolatban bizonyos kétségek, akkor azok rendszerint megoldódnak a halmazelmélet valamilyen bővülésével.

Másképp áll a dolog azokkal a kísérletekkel, hogy visszavezzék az egész matematikát a logikára. Az a kísérlet, hogy a matematikát a tradicionális, Frege előtti logikára vezessék vissza, nyilvánvalóan képtelenség. Fregét logicista beállítottága szükségszerűen oda vezette, hogy a logika területén forradalmat hajtott végre, és lényeges módon kibővítette a logikai szféráját. Ismeretes, hogy a halmazelméletet magában foglaló logikai rendszer

felépítésének kísérlete ellentmondásos rendszerhez vezet, mint ahogy maga a naiv halmazelmélet is ellentmondásos. A logikai antinómiák leküzdését kétféleképpen valósították meg: a logika típuselméleti rendszerének felépítése révén (Russell) és a halmazelmélet axiomatikus felépítésével (Zermelo)³. Az első esetben már a képzési szabályok sem adnak lehetőséget Russell-antinómia típusú állítások megfogalmazására. A második esetben a fogalmak képzését korlátozzák: nem minden feltételhez lehet olyan objektumhalmazt képezni, mely megfelel ennek a feltételnek. Az absztrakciós axiómát erősen korlátozzák.⁴

De a klasszikus matematikát nem sikerül felépíteni a tiszta egyszerű típuselmélet keretein belül. Mindenekelőtt a végtelenségi axiómák szükségesek. De ezek az axiómák nem logikai jellegűek (nem minden lehetséges világban igazak).⁵

Ezért, a logicizmus programját értékelve, azt mondhatjuk, hogy csak az első része realizálódott, amely a matematikai terminusok kontextuális definiálhatóságára vonatkozik, de hibás a második része: a matematikai állítások nem vezethetők le tiszta logikai igazságokból.

Vannak mélyebb alapjai is annak, hogy a logicizmust, sőt a matematika halmazelméletre való redukcióját is bíráljuk. A Gödel-tételből tudjuk, hogy sem a típuselmélet, sem a halmazelmélet nem teljes (sőt a másodrendű predikátumkalkulus sem), azaz ezekben a rendszerekben megfogalmazható olyan zárt formula, amely se nem bizonyítható, se nem cáfolható (a negációja sem bizonyítható); mi több, ezek a rendszerek – ha a standard formalizáció szerint tekintjük őket – elvileg sem tehetők teljessé.⁶ Más szóval: sem a típuselmélet, sem a halmazelmélet nem egyértelműen meghatározott. Az egyszerű típuselmélet szemantikai jellege ismertnek feltételez egy bizonyos halmazelméletet; a halmazelméleti rendszer szemantikai jellege megadható egy gazdagabb rendszerben, mint ez A. Tarski kutatásaiból következik.

Természetesen keresünk egy olyan halmazelméleti rendszert, melyből levezethető lenne a matematika és nem következnenek belőle kellémetlen állítások, pl. ellentmondások. De hogyan keressük meg ezt a rendszert? A próbálkozások és hibák módszerével?

A naiv halmazelmélet elfogadására voltak bizonyos intuitív előfeltevések, de vannak-e ilyenek egy axiomatikus felépített halmazelmülethez? Mindenesetre, megalapozás

³ Van egy harmadik lehetőség is: a logika módosítása révén megszabadulni a halmazelmélet ellentmondásaitól. Ezen a téren a legérdekesebb eredményeket Fitch kapta.

⁴ Például a „ $\exists y \cdot \forall x \cdot (x \in y \equiv A(x))$ ”, absztrakciós axiómát helyettesíteni lehet néhány (többségében feltételes) létezési axiómával és a „ $\forall a \cdot \exists y \cdot \forall x(x \in y \equiv (x \in a \& A(x)))$ ” ún. rész-halmaz-axiómával. Az utóbbival nem pusztán a „differencia specifica” (feltétel) alapján képzünk új halmazt, hanem a „genus proximum” és a „differencia specifica” alapján, azaz az absztrakciót csak már meglévő halmazokra alkalmazzuk.

⁵ Pontosabban: a tiszta logika nem támaszkodik arra a föltevésre, hogy végtelen sok individuális objektum létezik, ám ez a föltevés a matematika típuselméleti rekonstrukciójához elengedhetetlen. A „lehetséges világokra” való utalás itt fölösleges. (A szerk.)

⁶ Bizonyos matematikai axiómarendszerek (hozzávetőlegesen körülhatárolva: azok, amelyek a természetes számok aritmetikáját magukban foglalják) a finit felépítésű logikai kalkulusok keretében szükségképpen *vagy inkonzisztensek* (ellentmondásosak), *vagy inkomplettek*, és *ebben a keretben* inkomplettégük „gyógyíthatatlan”. Egy-egy konkrét eldönthetetlen formulát ugyan mindig eldönthetővé lehet tenni pótaxióma fölvetélével, de a bővített rendszer – ha még konzisztens – ismét inkomplett lesz. (A szerk.)

nélkül nem fogadható el olyan halmazelméleti rendszer, melyben ténylegesen összefoglalható az egész klasszikus matematika.

A matematikának a logikára való visszavezetésével kapcsolatos problémák, valamint a magasabbrendű predikátumkalkulus elvi nem-teljessége következtében felvetődik a nem-standard felépítésű logikai rendszerek kérdése.

A nem-teljességi tételek, valamint a matematikának a logikából való levezethetlensége a standard felépítésű rendszerekre vonatkoznak, azaz olyan rendszerekre, melyek ábécéje véges sok szimbólumból áll, kifejezései, formulái, bizonyításai finit (véges) konstrukciók (és a mondott fogalmak eldönthetők⁷), a következtetési szabályok konstruktívák és finitek (azaz a véges számú premisszából való következtetés szabályai).

Gödel és Tarski felfedezése óta a logikában olyan rendszereket is vizsgálnak, melyekben bizonyos pontokon eltekintenek a finitség feltételeitől. Pl. lemondhatunk arról, hogy minden egyes predikátum végeshelyű legyen, megengedhetünk végtelen sok premisszára épülő következtetési szabályokat, magukat a következtetéseket és formulákat már nem tekintve véges objektumoknak. A formális rendszerek ilyen kibővítésekor szerintünk két aspektust fontos megkülönböztetnünk: (1) a finitségről való lemondást és (2) a konstruktivitásról való lemondást. Míg a nyelvek és a logikai rendszerek felépítésében a finitségről való lemondás összhangban van a nyelv és a gondolkodás egységéről szóló tézissel, addig a konstruktivitásról való lemondás a szintaxis felépítésében meglehetősen misztikusnak tűnik.⁸

Még visszatérünk ezekre a kérdésekre. Itt csak annyit jegyzünk meg, hogy nem-finit, de konstruktív nyelvekben előfordulhat, hogy bizonyos állítások (pl. a végtelenségi axiómák), melyek a finit nyelvekben nem logikai állítások, itt logikai igazságok lesznek. A nem-finit nyelvek vizsgálata új lehetőségeket nyújt a logicista szemlélet számára.

Az a törekvés, hogy a matematikát a logikából és a halmazelméletből vezessék le, nagy hatást gyakorolt a logika fejlődésére:

- (1) az arisztotelészi logikánál lényegesen gazdagabb logikai rendszert építettek föl;
- (2) kidolgozták az új fogalmak bevezetésének technikáját (kontextuális definíciók, deskripciók);
- (3) a logikai és szemantikai paradoxonok felfedezésével kapcsolatban sikerült kidolgozni azok elhárításának különböző módosításait;
- (4) felfedezték a standard fölépítésű magasabbrendű predikátumkalkulus deduktív (Gödel) és szemantikai (Tarski) nem-teljességét.

A klasszikus matematika halmazelméletre való redukálása terén elért sikerek nem oldják meg magának a halmazelmélet megalapozásának kérdését. A halmazelmélet logikai és filozófiai megalapozásának kérdése, sőt egy ilyen megalapozás lehetősége is nyitott kérdés marad.

⁷ Az említett fogalmak „eldönthetősége” azt jelenti, hogy a rendszer formalizált nyelvéhez tartozó bármely jelsorozatból véges számú lépésben effektíve eldönthető, hogy formula-e, ill. hogy formális bizonyítás-e. Az „effektív eldönthetőség” fogalma is szabatossá tehető pl. a Markov-algoritmus fogalmára való hivatkozással. (A szerk.)

⁸ Nem tagadjuk annak technikai hasznosságát, hogy „végtelen hosszú” formulákat is megengedő nyelveket vagy olyan logikai rendszereket kutassanak, melyekben végtelen sok premisszás szabályok is szerepelnek. Csupán az összes szintaktikai fogalom konstruktív interpretálhatóságához ragaszkodunk.

D. Hilbert kidolgozta a matematika megalapozásának azt a programját, amely a *formalista* elnevezést kapta. Bárhoggy is értékeliük ezt, vitathatatlan, hogy jelentős hatást gyakorolt a matematika filozófiája és a logika területén folyó munka beállítottságára és jellegére. A logika tudományának egész fejezetei és irányzatai keletkeztek az e programból fakadó problémák és feladatok hatására.

A matematika – ahogy Hilbert ragyogóan felismerte – igen erős idealizációkat alkalmaz. Pl. megengedi objektumok végtelen halmazainak képzését. A Cantor-féle halmazelmélet megmutatta, hogy bizonyos idealizációk még ellentmondásokhoz is vezethetnek, azaz lényegében tönkretethetik az egész elméleti felépítést. A halmazelmélet paradoxonaitól függetlenül is elkerülhetetlenül felmerül az elfogadott idealizációk jogosultságának, megengedhetőségének kérdése. Hilbert hitt abban, hogy a klasszikus matematika és a logika által elfogadott idealizációk általában jók. A feladat éppen jogosultságuk megalapozásában áll.

Hilbert a matematika állításait két osztályra tagolja: reálisakra és ideálisakra. A reális ($2 + 2 = 4$ típusú) állítások jelentése világos, rájuk vonatkozóan elvileg eldönthető igazságuk vagy hamisságuk. A reális állításokat finit gondolkodásrendszerben fogalmazzuk meg, és sem ők maguk, sem a körükbe tartozó fogalmak nem tesznek lehetővé kétes idealizációkat. Természetesen finit állítások megfogalmazásakor is megengedettek bizonyos idealizációk (mai nyelven szólva, pl. az azonosítás idealizációja). De nem ezek megengedhetősége képezi a megalapozás tárgyát.

Az ideális állításoknak – Hilbert szerint – nincs közvetlen értelmük; önmagukban nem értékeliük őket igaznak vagy hamisnak. Az ideális állítások tipikus példái a „minden” és „van olyan” kvantorok korlátozás nélküli alkalmazásával nyert állítások. Az ideális állítások tartalmazhatnak olyan terminusokat, melyekkel olyan fogalmak asszociálhatók, melyeket „kétes idealizációk” alkalmazása révén nyertünk.

Hogyan alapozzuk meg az ideális ítéleteket, pontosabban hogyan alapozzuk meg azt a matematikai rendszert, mely a reális ítéletek mellett ideálisokat is tartalmaz, fogalmak és következtetések képzésének nem magától értetődő módszereit is alkalmazza?

Hilbert nem kívánja meg, hogy minden ideális terminust explicite definiáljunk reálisok segítségével, és hogy minden ideális ítéletet átalakítsunk reálissá, hanem sokkal gyengébb követelménnyel is megelégszik: minden reális ítélet, mely egy bizonyos rendszerben ideális ítéletek segítségével bizonyítható be (a következtetés és a fogalomképzés kiegészítő módszereinek segítségével), legyen bebizonyítható azok nélkül is. Ami nélkülözhető, az megengedett.

A matematika megalapozásának feladata annak kimutatása is, hogy az összes felhasználásra kerülő idealizációk, a következtetés és a fogalomképzés azon módszerei, melyek az ideális ítéletekkel kapcsolatosak, nem bővítik a reális ítéletek készletét; csupán megkönnyítik azok elnyerését, úgyhogy elvben boldogulhatunk nélkülük.

Programjának megvalósításához Hilbert a vizsgált matematikai elméletek formalizálását, azaz kalkulussá alakítását javasolja. A formulák is, a kalkulusok levezetései is finit objektumok, és a róluk szóló kijelentések reális ítéletek. Az ideális elemek kiküszöbölhetőségének kérdése átalakul a kalkulusra vonatkozó megfelelő problémába, és Hilbert meggyőződése szerint a gondolkodás finit rendszerén belül oldódik meg. Hilbert programjának szempontjából az ideális elemek megengedhetőségének kérdése ekvivalens a formalizált rendszer ellentmondástalanságának kérdésével.

Ezzel kapcsolatban kiemeljük, hogy Hilbert az ellentmondástalanság bizonyítását nem önmagáért követelte, hanem azért, mert az ellentmondástalanságból következik az ideális elemek (a következtetés és a fogalomképzés módszerei) megengedhetősége.⁹ Hilbert programja, egyebek között, ki akarta vonni a matematika megalapozásának problémáit a filozófia területéről, és azokat a matematika saját kutatási objektumaivá kívánta tenni.

Ismert, hogy Hilbert programja eredeti formájában nem realizálható. Gödel eredményeivel összhangban, először is: a rekurzív aritmetikát tartalmazó elméletek egyike sem formalizálható teljesen, azaz nem foglalható be egy standard felépítésű formális rendszerbe; másodsor: egy formális rendszer ellentmondástalanságának (vagyis az ideális elemek megengedhetőségének) bizonyítása nem hajtható végre e rendszer keretében formalizálható eszközökkel.¹⁰

Megsemmisítik-e Gödel eredményei Hilbertnek a matematika megalapozására irányuló programját? Nem. Módosításra csak két pontban van szükség ([13], [14]). Először, válaszolnunk kell a következő kérdésre: kutatási objektumként milyen formális rendszert válasszunk, ha a teljes formalizáció lehetetlen?

Egy sor esetben a válasz megadható. Sok matematikai rendszer formalizációjának nem-teljesége a logika, nem pedig a specifikus matematikai axiómák számlájára írható. Legyen egy másodrendű nyelvünk. Formulák egy Γ halmazát végesen (rekurzív módon¹¹) axiomatizálhatónak mondjuk, ha van olyan véges (rekurzív) Δ formulahalmaz, hogy minden Γ -beli formula logikailag következik a Δ formulahalmazból:

A logikai következményreláció itt szemantikai. A klasszikus aritmetika a mondott értelemben végesen axiomatizálható, a Peano-axiómákból logikailag következik (a másodrendű logika keretében) az aritmetika összes igaz ítélete. Most áttérhetünk az azonoságpredikátumot is tartalmazó elsőrendű rendszerre. A Δ formulahalmaz alapján kapjuk az elsőrendű formulák (nem feltétlenül véges) Δ' halmazát, mely eleget tesz a következő feltételeknek:

(1) minden, a Δ terminusaival definiálható elsőrendű terminus definiálható Δ' terminusaival is és fordítva;

(2) bármely elsőrendű A formula akkor és csak akkor vezethető le¹² Δ -ból a másodrendű predikátumkalkulusban, ha Δ' -ből levezethető A az elsőrendű predikátumkalkulusban.

⁹E. D. Szmirnova [19] cikkében a formális rendszer ellentmondástalansága és az ideális elemek megengedhetősége közti kapcsolatot vizsgálja. Arra a következtetésre jut, hogy a bizonyításelmélet céljának nem az egyszerű ellentmondástalanság kimutatását, hanem az ideális elemek kiküszöbölhetőségének bizonyítását kell tekinteni.

¹⁰A második tételt kissé pontosítva: Gödel kimutatta, hogy bizonyos követelményeknek eleget tevő formalizált axiómarendszerekben van olyan formula, amely a rendszer ellentmondástalanságát fejezi ki, de e formula a rendszerben csak akkor bizonyítható, ha a rendszer ténylegesen ellentmondásos. Ennek alapján erősen valószínű, de nem abszolút biztos, hogy a rendszer ellentmondástalansága nem bizonyítható olyan eszközökkel, amelyek a rendszeren belül formalizálhatók. (A szerk.)

¹¹Végtelen sok axióma is megengedhető, ha ezek „rekurzív módon” megadhatók; utóbbi azt jelenti, hogy a rendszer bármely formulájáról effektíve eldönthető, hogy axióma-e. Lásd a 7 jegyzetet. (A szerk.)

¹²Itt határozottan a formális levezethetőségről és nem a szemantikai következésről van szó.

Természetes, hogy az így képzett rendszer nem lesz teljes. Ha a magasabbrendű logikák nyelvein belül megfogalmazott kategorikus rendszerekre¹³ hasonló eljárást alkalmazunk, akkor nem-teljes elsőrendű rendszereket kapunk. Azonban ez az út a halmazelmélet elsőrendű rendszerének megkapásához nem járható, mivel nem ismerjük a halmazelmélet posztulátumainak kategorikus rendszerét.

Térjünk vissza Hilbert programjának második módosításához. Már az elemi elsőrendű aritmetika ellentmondástalanságának bizonyításához sem elegendők finit, azaz lényegében nominalista eszközök. De szükséges-e a bizonyításelméletben kizárólag finit eszközökre szorítkoznunk? Talán a kitűzött cél – ideális elemek megengedhetőségének bizonyítása és ezzel az ellentmondástalanság bizonyítása – elérhető valamivel erősebb, de bizonyos értelemben jó eszközökkel? P. Bernays szerint Hilbert programjában két elem szerepel: a szemléletesség (finités) és a konstruktivitás. Éppen a szemléletességtől kell elszakadnunk. A bizonyításelméletet bővítenünk kell konstruktív, de konceptuális (és ebben az értelemben nem-szemléletes, nem-finit) módszerek megengedésével. Ilyen kiegészítő nem-szemléletes módszerek segítségével sikerült bizonyítani a nem-finit módszerek megengedhetőségét és ezzel az ellentmondástalanságot az aritmetikában.¹⁴

Átfogóbb konstruktív konceptuális eszközök alkalmazása lehetővé teszi, hogy a klasszikus matematika jelentős részének – de nem a halmazelméletnek (vagy a végtelenségi axiómát tartalmazó egyszerű típuselméletnek) – ellentmondástalanságát bizonyítsuk. A bizonyításelméletben felhasznált eszközök értékelése nem triviális, hanem mélyeszántó filozófiai kérdés. A matematika megalapozásának problémáit nem lehet teljesen kivonni a filozófia gyámkodása alól. [14]

Bár az intuicisták¹⁵ (és a konstruktivizmus más irányzatainak képviselői) úgy tartották, hogy az ő matematikájuk nem kíván megalapozást, Hilbert úgy gondolta, hogy a Brouwer-féle idealizációkat éppúgy meg kell alapozni, mint a klasszikus matematika idealizációit. Érdekes megjegyezni, hogy manapság Hilbert kibővített programját intenzív módon és nagy sikerrel realizálják mind az intuicionista, mind a klasszikus rendszerek tekintetében. Bizonyították az intuicionista analízisnek és a halmazelmélet intuicionista változatának ellentmondástalanságát is. Ezek az eredmények lehetővé teszik, hogy az intuicizmus és más konstruktivista irányzatok beállítottóságát újraértékeljük.

Bizonyos értelemben azt mondhatjuk, hogy a matematikának a halmazelméletre (vagy a logikára) való visszavezetése a leibnizi eszmék megvalósítása volt. Már a XVIII. században szembenállt Kant a leibnizi logicizmussal. A XX. században a konstruktivizmus különböző iskolái állnak szemben a halmazelméleti redukcionizmussal (és a logicizmussal). Érdekes a következő részletet megemlítenünk: bár a „működő” matematikusok

¹³Egy formalizált elméletet kategorikusnak mondanak, ha összes halmazelméleti modelljei izomorfak, azaz kölcsönösen egyértelmű módon leképezhetők egymásra. Az ilyen elmélet teljes is: nem lehetnek benne eldönthetetlen formulák. (A szerk.)

¹⁴G. Gentzen 1938-ban bebizonyította a Peano-féle aritmetikai axiómarendszer ellentmondástalanságát. A bizonyításhoz nem tisztán finit, de konstruktív jellegűnek mondható eszközöket használt. (A szerk.)

¹⁵Matematikai intuicionizmus: a Jan Brouwer holland matematikus (1881–1966) kezdeményezte matematikai és matematika-filozófiai irányzat, a matematika klasszikus felfogásának fő ellenlábas a 20. században. Az irányzatnak ma több variánsa létezik, ezek egyike a szovjet konstruktivista iskola, amely lényeges pontokban szembenáll Brouwer *filozófiai* felfogásával. (A szerk.)

nagy része halmazelméleti pozíciót foglal el, a matematika filozófiájában manapság nincs túl sok híve a logícizmusnak.. Ezt A. Church is megjegyzi – egyike a keveseknek, aki kitart a logícizmus mellett. A konstruktivizmusban a helyzet fordított. A konstruktivista irányzatok egyre inkább tért hódítanak a matematika filozófiájának területén. Ez az érdeklődés valószínűleg nőni fog a továbbiakban is, a konstruktivisták egész sor mélyen-szántó eszméjének következtében.

A különböző konstruktivista irányzatok – az intuicionizmust is beleértve – új, a klasszikustól eltérő matematikát építenek fel. A konstruktivizmus különböző iskoláinak első képviselői elvetették a klasszikus matematikát mint rosszul megalapozottat, és helyette más matematikát javasoltak. Az ilyen kijelentések napjainkban liberálisabbakká és türelmesebbekké váltak. És gyakran írnak a konstruktivista matematikáról, melynek a klasszikus, halmazelméleti matematika mellett joga van a létezésre.

Míg a klasszikus matematika képviselői a természettudományokhoz közelítik a matematikát, addig a konstruktivista irányzatokat vallók a matematikát humán tudományként vizsgálják (Heyting, Markov). A konstruktivista matematika nem vezethető vissza a logikára. Az emberi intellektus gazdagságát nem vezetik vissza a következtetési képességre, azaz egyes állításoknak másokból való levezetésére. Az emberi intellektus képes megalkotni következtetésének objektumait. Mi több, a következtetés bizonyos módszereinek jogosultságát az objektumok konstruálásának elfogadott módszerei alapozzák meg. Ilyen megközelítésben a klasszikus matematika következtetéseinek nem minden módszere fogadható el.

Manapság különböző erősségű konstruktivista beállítottságok ismeretesek, kezdve Goodstein és Sanyin szüklátókörűen konstruktivista koncepciójától, mely egészen közel áll Hilbert finitista rendszeréhez (noha, Hilbertől eltérően, a konstruktivisták ezekkel az eszközökkel nem megalapozni, hanem felépíteni akarják a matematikát, hiszen ezek a rendszerek aligha szorulnak bármiféle megalapozásra) – Markov széles látókörű konstruktivizmusáig, még Brouwer és Heyting intuicionista matematikáját is beleértve. Az utóbbi, mint a klasszikus matematika is, nyilván megalapozásra szorul. Az intuicionista matematika konstruktivista megalapozásának eredményeit az olvasó megtalálja A. G. Dragalin [9] cikkében.

Az irodalomban gyakran említik Brouwer filozófiai orientációjának szélsőséges szubjektívizmusát. A szovjet filozófusok és matematikusok, különösen a konstruktivista irányzat képviselői szigorúan kritizálták Brouwer filozófiai nézeteit (N. A. Sanyin).

A konstruktivista matematika számos képviselője Brouwer szubjektív irányelveivel együtt annak egy fundamentális eszméjét is elsöpörte – a szabadon keletkező sorozat¹⁶ eszméjét. Véleményünk szerint a szabadon keletkező sorozat eszméjéhez vezető idealizáció inkább elfogadható, mint az aktuális végtelenség idealizációja. Itt az ideje, hogy átvizsgáljuk az irodalmunkban tartósan meghonosodott, a szabadon keletkező sorozat eszméjéhez való negatív hozzáállást, különösen a bizonyításelméletben kapott eredmények fényében.

¹⁶Brouwer felfogása szerint új matematikai entitások konstruálásának egyik alapvető módja: potenciálisan végtelen sorozat képzése már korábban megkonstruált matematikai entitásokból. A sorozat tagjai többé-kevésbé szabadon választhatók, ill. a választás szabadsága menet közben korlátozható. (A szerk.)

II. LOGIKA ÉS ISMERETELMÉLET

A logika alapvető feladata, hogy leírja, rendszerezze, megalapozza a következtetés módszereit. A következtetés átmenet a premisszáktól a következményhez. A következtetés módját megalapozottnak tekintjük, ha a premisszák igaz volta mellett garantálja a következmény igazságát. A következtetés helyes (megalapozott) módszereinek osztálya alapvetően függ az elfogadásra kerülő igazságfogalomtól. Különböző igazságfogalmakat véve különböző logikai rendszereket kapunk. Ezért az a kérdés, hogy a következtetés módszereinek melyik rendszerét, melyik logikát fogadjuk el, meghatározott ismeretelméleti előfeltevések elfogadásától függ.

A logika fejlődése szükségszerűen oda vezetett, hogy az ismeretelméletben kidolgozott és a tudományban felhasznált igazságfogalmakat pontosítani kellett. A klasszikus igazságfogalomra ilyen pontosítást – mint ez jól ismert – először A. Tarski adott [21].

A klasszikus igazságfogalom alapján a standard logikai nyelvekre a megfelelő metanyelvben megadható az igazság és a logikai következés fogalmának pontos meghatározása. Zárt formulára (azaz olyan formulákra, melyekben nincsenek szabad változók) a logikai következményreláció meghatározása a következő: a premisszák Γ halmazából logikailag következik az E konklúzió akkor és csak akkor, ha minden világban, melyben igazak a Γ -beli premisszák, igaz az E konklúzió is.¹⁷

A következtetés szabálya elfogadható, helyes, ha a logikai következményrelációt reprodukálja. Az igazság klasszikus fogalma (vagy inkább: a logikai igazság, az összes interpretáció szerinti igazság fogalma) determinálja a klasszikus logika következtetéseinak megengedhető módszereit.

A logikai igazság régi eszméje – az összes lehetséges világban érvényes igazság – a klasszikus logika szemantikájában nyerte el szükséges pontosítását. Természetesen nem szabad elfelejtenünk, hogy a metanyelv, melyben ezt a pontosítást megadják, elég erős, és halmazelméleti feltevéseket tartalmaz. Az analitikus igazság szélesebb problémája, valamint a logikai igazság problémája nem-extenzionális nyelvekben az utóbbi évtizedekben intenzív logikai és filozófiai kutatások tárgya volt. A legutóbbi két évtizedben e területen jelentős eredményeket értek el. Kripke, Kanger, Hintikka munkájának köszönhetően alkalmas szemantikákat ismerünk a modális logikák meghatározott típusára, a Lewis-típusú modális logikákra. Az alapeszme elég egyszerű. Nem egyszerűen az összes lehetséges világot tekintik, hanem annak figyelembevételével, hogy elérhető-e bizonyos világ az adottból vagy nem, azaz a lehetséges világokat egy bizonyos, ezen világok halmazán definiált R relációval együtt vizsgálják. Az R reláció formális tulajdonságaitól (hogy tranzitív, szimmetrikus, ill. reflexív-e vagy sem) fog függeni a modális jeleket tartalmazó igaz állítás fogalma (és ugyanakkor a logikailag igaz állításé is).¹⁸ Ezzel a módszerrel hozták létre a Lewis-típusú modális rendszerekhez az adekvát szemantikákat.

¹⁷ Itt a „minden világban” kitétel így pontosítható: „minden megengedett halmazelméleti interpretációban”; az utóbbi fogalom pedig a halmazelmélet fogalmaival pontosan leírható. A „világ” tehát itt egyszerűen egy matematikai (halmazelméleti) modellt jelent. (A szerk.)

¹⁸ Ez a függőség másképp is interpretálható. Nem szükséges azt mondani, hogy a különböző modális logikai rendszerek *különböző igazságfogalmakkal* operálnak. Lehet, sőt bizonyára helytállóbb is úgy magyarázni, hogy a különböző modális rendszerekben *a modális jelek* (és a velük kifejezett modális fogalmak: lehetőség, szükségszerűség stb.) *más-más értelemben szerepelnek*. Két ilyen rendszer többnyire összeolvasztható, s ebben az esetben csakis az utóbbi magyarázat tartható. (A szerk.)

Az analóg módszerek megfelelőnek mutatkoztak az intuicionista és konstruktivista logika különböző rendszereinek szemantikai analizésére (lásd Kripke [15], Grzegorzczyk [11], és mások műveit).

Az intuicionista és a konstruktivista logikában a klasszikustól különböző igazság-fogalomra támaszkodnak. Az igazság konstruktivista értelmezésekor tekintetbe vesszük, hogy a vizsgálati objektumok és a róluk való ismeretek egyaránt bővíülhetnek. Emellett olyan idealizációt engedünk meg, hogy az egyszer megszerzett ismeret nem tűnik el és nem változik meg. Megmutatjuk, hogyan épül fel az intuicionista kijelentéslogika szemantikája [10].

Legyen G atomi állítások nemüres halmazainak nemüres osztálya, R pedig a G -n definiált tranzitív és reflexív reláció. (Ez a reláció úgy interpretálható, mint az atomi állítások halmazai közötti tartalmazási reláció. Vagy ha az atomi állítások egy halmazát úgy tekintjük, mint adott időben ismert atomi tények összességét, akkor az R relációt mint a „nem későbbi” – azaz: „egyidejű vagy korábbi” – relációt értelmezhetjük.)

A formula felépítése szerinti indukcióval definiáljuk a következő relációt: „az A formula igaz a Γ tényekre vonatkozóan” vagy „ Γ kikényszeríti A -t”, szimbólumokkal: $\Gamma \models A$.

1. Ha A atomi formula, akkor $\Gamma \models A$ akkor és csak akkor, ha A a Γ -beli tények egyikét írja le.

2. $\Gamma \models A \ \& \ B$ akkor és csak akkor, ha $\Gamma \models A$ és $\Gamma \models B$.

3. $\Gamma \models A \vee B$ akkor és csak akkor, ha $\Gamma \models A$ vagy $\Gamma \models B$.

4. $\Gamma \models \neg A$ akkor és csak akkor, ha nincs olyan $\Delta \in G$, melyre $\Gamma R \Delta$, és Δ kikényszeríti A -t ($\Delta \models A$).

5. $\Gamma \models A \supset B$ akkor és csak akkor, ha nincs olyan $\Delta \in G$, melyre $\Gamma R \Delta$ és $\Delta \models A$, de nem áll $\Delta \models B$.

6. Ha $\Gamma \models A$ és $\Gamma R \Delta$, akkor $\Delta \models A$.¹⁹

Azt mondjuk, hogy az A formula igaz a $\langle G, R \rangle$ modellstruktúrában, ha $\Gamma \models A$ fennáll minden G -beli Γ -ra.

Az A formula érvényes, ha A igaz minden modellstruktúrában.

A logikában ma a különböző igazságfogalmak egész spektrumát alkották meg, és e spektrum szélesedő tendenciájú. Az igazság, pontosabban a logikai igazság különböző fogalmainak a logikai következtetés különböző rendszerei felelnek meg. Teljesen nyilvánvaló, hogy e fogalmak feldolgozása és a köztük levő kapcsolatok feltárása mellett felmerül gnoszeológiai felfogásuk kérdése.

Konstruktivista és intuicionista szemlélet esetén nyíltan számításba veszik a megismerő szubjektum aktív szerepét és a megismerésnek folyamatként való értelmezését.

Szerintünk szigorítani kell az ismeretelméletben az igazság problémájának kutatását annak az újnak a figyelembevételével, amit ebben a kérdésben a logika nyújt. Az igazság problémáinak kutatásai az ismeretelméletben – nézetünk szerint – jelentős hatást gyakorolhatnak tisztán logikai problémák felvetésére.

¹⁹Itt ‘&’, ‘v’, ‘ \supset ’ rendre az ‘és’, ‘vagy’, ‘ha ... akkor’ szimbóluma, ‘ \neg ’ pedig az intuicionista-konstruktivista negáció jele; ‘e’ az ‘eleme’ relációt jelöli. Az utolsó kikötés azt fejezi ki, hogy ami bizonyítottan igaz, az az ismeretek bővülésével vagy az idő haladásával nem válhat hamissá (az R reláció előzetes értelmezésével összhangban). A bemutatott rendszer modellálható az $S4$ modális kalkulusban (I. C. C. McKinsey és A. Tarski eredménye, 1948). (A szerk.)

Az ismeretelmélet fontos problémái közé tartozik az ismeret típusainak és azok megalapozásának problémája. A matematika filozófiáját tárgyalva említettük, hogy az újkori filozófia egyik vezető témája az ismeret apodiktikusra és asszertorikusra való felosztásának kérdése, a törvény ismerete és a tény ismerete. Míg a kijelentések analitikusra (logikaira) és szintetikusra való felosztása a logika terminusaiban meghatározott pontosítást nyert (legalábbis a standard logikai rendszerekben), addig a nomologikus állítások logikai karakterisztikáinak felfedése a mai napig nyitott probléma maradt. Különböző kísérleteket tettek arra, hogy föltárják azokat a logikai kritériumokat, melyek megkülönböztetik a tényítéleteket és az induktív általánosításokat a nomologikus kijelentésektől.

A szerzők egyike, V. A. Szmirmov olyan logikai rendszert javasolt (lásd [2], [3]), melynek keretében megkülönböztethetők az empirikus szabályszerűséget rögzítő kijelentések, a nomologikus kijelentések és a tényekről szóló kijelentések. Az elgondolás alapja az, hogy a törvényeket tekintsük úgy, mint következtetési szabályokat az alacsonyabb szintű kijelentésekhez viszonyítva. Mint G. I. Minc megjegyezte, a javasolt rendszer ekvivalens Lewis S4 rendszerével. Ez az eredmény bizonyos mértékben a javasolt pontosítás mellett tanúskodik.

Azonban a nomologikus kijelentések problémája elég bonyolult, és úgy gondoljuk, hogy a javasolt pontosítások közül, a mienket is beleértve, egy sem oldja meg ezt a problémát. A modális logika lendületes fejlődése létrehozta az előfeltételeket és az eszközöket a nomologikus kijelentések logikai leírásának, az ismeretelmélet egyik központi problémájának tárgyalására és megoldására.

A fent említett tény-törvény és analitikus-szintetikus problémáktól élesen meg kell különböztetnünk a megfigyelési terminusok és az elméleti terminusok problémáját. Mi különösen ragaszkodunk ehhez a különbséghez, mivel az analitikus filozófia sok képviselője – miközben a nomologikus kijelentéseket az analitikusokkal azonosította – a törvény-tény problémát az elméleti terminusok problémájával helyettesítette. Például R. Carnap számára az elméleti tudás problémája nem a nomologikus kijelentések problémája, hanem az elméleti terminusokat tartalmazó kijelentések problémája.

A mondott problémakör kutatásakor szerintünk figyelembe kell venni a matematika filozófiájában kapott eredményeket, közelíteni kell ehhez a problematikához. Tulajdonképpen ilyen közelítés mindig volt, de bizonyára csak a matematika filozófiájának egy irányzatához – a logicizmushoz. A matematika bizonyításméleti és még inkább intuicionista megalapozásának tapasztalatát kisebb mértékben használták fel.

A megfigyelés nyelvének logikai rekonstrukciójakor feltételezik, hogy primitív deskriptív jelekként csak megfigyelési terminusokat használunk fel. De ez nem elegendő karakterisztika a megfigyelési nyelv számára. Úgy véljük, hogy logikai szempontból a megfigyelési nyelvre két korlátozást kell tennünk:

(1) A megfigyelési terminusok legyenek eldönthetőek, azaz legyen olyan módszer, mely lehetővé teszi annak megállapítását, hogy rendelkezik-e az adott objektum a terminusban kimondott tulajdonsággal, illetve, hogy a megfigyelési terminussal kifejezett k-helyű reláció fennáll-e objektumok adott k-tagú sorozatának tagjai között;

(2) a kijelentésekről (zárt formulákról) mindig el tudjuk dönteni, igazak-e vagy sem.²⁰

²⁰A második feltétel tartalmazza az elsőt, azonban olyan nyelv esetén, amely valamely megfigyelési nyelv bővítése, és arra hivatott, hogy megfogalmazzuk benne az empirikus összefüggéseket, elegendő az (1) követelményre szorítkoznunk.

Kívánatos továbbá, hogy a megfigyelési nyelvben definiálható tulajdonságok és relációk is megfigyelhetők legyenek. Az (1) feltevés elfogadása mellett ez azt jelenti, hogy feltétlenül rekurzívoknak kell lenniök.

A megfigyelési nyelvek, logikai karakterisztikáik szerint, e felfogásban Hilbert finitista gondolkodási rendszeréhez közelítenek, a megfigyelési nyelv kibővítései pedig e rendszer konstruktivista kibővítéseihez, Sanyin és Goodstein szellemében.

Ha a megfigyelési nyelv a kijelentéslogika nem lényeges kibővítése véges osztályokra korlátozott kvantifikációval, akkor ebben a nyelvben olyan egyedi mondatok és általános regisztráló állítások fogalmazhatók meg, melyek visszavezethetők a tényekre. Ilyen nyelveket vizsgált R. Carnap.

Ha megfigyelési nyelvként a primitív-rekurzív aritmetika²¹ nyelvével analóg nyelvet tekintünk, akkor ebben a nyelvben univerzális állítások is megfogalmazhatók, és pedig szabad változókat tartalmazó formulák segítségével, ha ezeket az általánosság értelmében interpretáljuk.

Érdekes A. Grzegorzcyk felfogása [12] a megfigyelési terminusokkal és a korlátlan kvantorokkal rendelkező nyelvek interpretációjához.²² Legyen E valamilyen kutatás; az (U, \leq) párban legyen I az időpontok halmaza, ' \leq ' pedig a 'nem későbbi' reláció (tranzitív, reflexív és antiszimmetrikus). Jelölje $B_{E(t)}$ azon objektumok halmazát, melyek a t időpontban az E megfigyelés számára hozzáférhetők; s legyen $A_{E(t)}$ a t időpontban az E kutatásban ismert atomi tények halmaza. Két elég természetes előfeltevést fogadunk el:

$$\text{ha } s \leq t, \text{ akkor } \begin{cases} B_{E(s)} \subseteq B_{E(t)} \\ A_{E(s)} \subseteq A_{E(t)} \end{cases}$$

Más szóval, a kutatások folytatásával a megfigyelt objektumok és ismert tények osztálya nem csökken. Továbbá indukcióval vezetjük be az $As_E(A, t)$ elfogadási predikátumot, mely azt fejezi ki, hogy A -t elfogadjuk az E kutatásban a t időpontban (A igaz az E kutatásban a t időpontban).

Ha A atomi formula, akkor $As_E(A, t) \equiv A \in A_{E(t)}$.

$$As_E(\neg A, t) \equiv \forall s(t \leq s \supset \neg As_E(A, s)).$$

azaz $\neg A$ -t a t időpontban akkor fogadjuk el, ha egyetlen későbbi időpontban sem fogadjuk el A -t.

$$As_E(A \supset B, t) \equiv \forall s(t \leq s \supset (As_E(A, s) \supset As_E(B, s))).$$

$$As_E(\forall x Ax, t) \equiv \forall s(t \leq s \supset \forall a(a \in B_{E(s)} \supset As_E(Aa, s))).$$

$$As_E(A \& B, t) \equiv As_E(A, t) \& As_E(B, t).$$

$$As_E(A \vee B, t) \equiv As_E(A, t) \vee As_E(B, t).$$

$$As_E(\exists x Ax, t) \equiv \exists a(a \in B_{E(t)} \& As_E(Aa, t)).$$

²¹ Az aritmetika azon töredékéről van szó, amelyben csakis az effektíve kiszámítható függvények egy speciális alosztályába tartozó (ún. primitív rekurzív) függvények szerepelhetnek. (A szerk.)

²² Azaz: a szabad (kvantorral le nem kötött) változókat tartalmazó formulákat úgy tekintjük, mintha szabad változóik a formula elején univerzális kvantorral lekötöttek lennének. (A szerk.)

Egy formula érvényes, ha tetszőleges $t \in T$ időpontban tetszőleges kutatásra elfogadjuk. Ez a szemantika Heyting intuicionista logikáját determinálja.²³

Nem kevésbé érdekes az A. Grzegorzcyk javasolta szemantika az elméleti állítások elfogadására.

Azok a bizonyításelméleti módszerek, melyek lehetővé teszik az ideális (elméleti) terminusok, ideális kijelentések és a következtetés kiegészítő módszereinek ki-küszöbölését, közvetlen kapcsolatban állnak a tudományfilozófia szélesebb körű megismerélméleti kérdéseivel.

Mint már említettük, a logika alapvető feladata a következtetések analízise. Tradicionálisan úgy tartják, hogy a következtetés átmenet egyes kijelentésektől másokhoz. Azonban az emberi intellektus működési területe sokkal gazdagabb, mint az ítéletek megfogalmazása és megalapozása, mivel az emberi intellektus funkciói nem vezethetők vissza a megismerésre. Az ember kérdéseket tesz föl és döntéseket hoz, célokat tűz ki és előírásokat eszközöl. Az utolsó húsz évben intenzíven foglalkoznak a kérdések, normák, előírások, értékek logikai elméletével. A mondott problémakörrel kapcsolatban érdeklődésre tartanak számot az úgynevezett időlogikai kutatások, ahol az időoperátorok a logikai analízis tárgyai. Az előzetes problémafelvetésekről – főleg a skandináv logikusoknak köszönhetően – ma már áttértek a szisztematikusabb analízisre. A mondott problémákhoz a szemantikai megközelítés látszik a legperspektivikusabbnak. A modális logika szemantikájának felépítése terén elért sikerek lehetővé tették az időlogika, a parancsok logikája, a normák logikája feldolgozásának előremozdítását.

A különböző deontikus rendszerek szemantikái sokban hasonlítanak a közönséges modális rendszerek Kripke-szemantikájához.

Már említettük az időfaktor bevonását az igazság szemantikai definiálásába az intuicionista rendszerekben. Ezt az aspektust különösen Grzegorzcyk hangsúlyozza.

A deontikus logika problémáinak feldolgozása nyilvánvaló kapcsolatban áll a morál és jog problémáival.

Azonban az előírások, problémák, normák analízisének komoly jelentősége van az ismeretelmélet számára is. A megismerés nem egyszerűen kopirozás. A szubjektum aktivitása abban realizálódik, hogy nem csupán kimondja az ítéleteket (egyébként ez is a megoldás bizonyos aktusa), hanem célokat is kitűz.

Figyelmet érdemel az a kísérlet, hogy lényeges módon bevonják a pragmatikai aspektust a logikai szférájába, azaz explicit módon bekapcsolják a megismerés szubjektumát. Szép reményekre jogosító eredményeket adnak egyrészt azok a logikák, melyek az olyan függő kontextusok analízisére vállalkoznak, mint a vélemény ítéletei, az episztemikus kontextusok stb. Itt mindenekelőtt Montague úgynevezett intenzionális logikáját kell említenünk.

Másrészt, a pragmatikai aspektusnak a logikába való bevezetését az induktív logikai kutatásokban figyelhetjük meg (lásd B. N. Pjatnyicin cikkét [17]).

A standard logika nyelvénél gazdagabb nyelvek konstruálása a logika további fejlődésében a perspektivikus irányzatok egyike. Meg kell jegyeznünk, hogy e gazdagabb nyelvek

²³ Itt '⊆' a 'részalmazza' relációt jelöli. '≡' így olvasható: 'akkor és csak akkor, ha' '∀ x', ill. '∃ x' az univerzális, ill. az egzisztenciális kvantifikáció jele (kiolvasása: 'minden x-re', ill. 'van olyan x, amelyre'). A többi szimbólum magyarázatát lásd a 19 jegyzetben. (A szerk.)

konstruálása gyakran (ha nem is mindig) nem a matematika megalapozási problémáinak megoldására, hanem más, nagyrészt filozófiai problémákra irányul. Ezért még egy speciális terminus is megjelent, a „filozófiai logika”. Szerintünk ez két okból sem sikeres. Először, azt az illúziót keltheti, hogy a standard (klasszikus vagy intuicionista) logika semmilyen összefüggésben sem áll a filozófiai problematikával. De ez nem így van: a standard logika a matematika megalapozási problémájára (ami filozófiai probléma is) és egy sor más filozófiai problémára (lásd a deskripciók, a definiálhatóság elméletének szerepét, az univerzálák problémáját stb.) orientált. Másodszor: arra irányulhat, hogy eltávolítsa a „filozófiai logika” kutatási módszereit és problematikáját a „régii” logika már kidolgozott módszereitől és tudományos standardjaitól.

Nem kisebb jelentőségű azon formális nyelvek kidolgozása sem, melyek elvileg visszavezethetők a standard nyelvekre, de technikai előnyeik vannak, és a speciális tudományokra irányulnak. Ehhez a problémakörhöz tartoznak a mennyiségi fogalmakat tartalmazó nyelvek. E nyelvek kidolgozását – melyet még B. Russell kezdett el – folytatni kell.

III. LOGIKA ÉS ONTOLÓGIA

F. Engels a XIX. század végén nagyon világosan kimondta a természetfilozófia összeomlását. Míg eddig a természetfilozófiai állítások a filozófiai ítéletek jelentős részét alkották, addig I. Kanttól és a szaktudományok fejlődésétől kezdve a természetfilozófia feleslegessé vált. Azonban vannak olyan filozófusok, akik készek a természetfilozófiát a marxista filozófia azon önálló részeként újjáteremteni, amely az általános törvényszerűségeket, a létezés tulajdonságait, sőt a „világot egészében” tanulmányozza. De ilyen esetben helyénvaló feltennünk a kérdést: Honnan erednek a természetfilozófiai állítások, mi a forrásuk? Ha ugyanaz, mint a természettudományban, akkor miért a természetfilozófusnak kell produkálnia őket, a filozófusnak, aki a saját féktelen fantáziáján kívül sem a kísérleti ellenőrzés módszereit, sem a matematikai apparátus igen erős eszközeit, sem másféle eszközöket nem használ föl? A természetfilozófus vagy az elméleti tudós funkcióját tölti be, vagy a tudományon kívül maradván, „őrült eszméket” produkál, melyek elfogadásának valószínűsége szinte semmi. Ha a természetfilozófus a tudás olyan sajátos forrásával rendelkezik, melyet nem használ fel az elméleti tudós és a kísérletező tudós sem, akkor mi ez a forrás? A mai napig nem adtak erre a kérdésre eléggé világos választ. Mi ahhoz a véleményhez tartjuk magunkat, hogy természetfilozófia a marxista filozófia részeként nem lehetséges.

Azt jelentené ez, hogy az egész filozófia az ismeretelméletben és a logikában foglalható össze, és hogy a filozófia többi más tradicionális problémája csupán álprobléma? Erre a kérdésre tagadó választ adunk. Többek között az ontológiai problémák is jogosultak.²⁴ De ezeket nem a természetfilozófián belül és nem a természettudományoshoz hasonló módszerekkel oldják meg, hanem a megismerési eljárások és a gondolkodás kategoriális

²⁴ Azt írjuk: „többek között”, mivel a logikai-ontológiai-gnoszeológiai problémák mellett a filozófia jelentős részét alkotják a világnézeti problémák: az ember problémája, az élet és az értékek értelme stb.

struktúrájának analízise útján. Abból a feltevésből indulunk ki, hogy az elfogadott nyelv, a felhasználásra kerülő megismerési eljárások nem közömbösek a megismerhető iránt, valamely nyelv és logika elfogadása arra kényszerít minket, hogy meghatározott feltevéseket tegyünk a megismerhető objektumokról. A filozófia egyik feladata, hogy kapcsolatot állapítson meg egyrészt a kifejezés és a következtetés elfogadott eszközei, másrészt a következtetés objektumairól szóló feltevések között. És ne csak leírja, hanem pontosan megfogalmazza és megalapozza e kapcsolatot.

Mesterséges nyelvek konstruálása és a bennük foglalt ontológiai feltevések tisztázása jó eszköz ontológiai problémák tanulmányozására. Standard logikai nyelvekre jó kritériumokkal rendelkezünk az ontológiai feltevések feltárására.

Meg kell különböztetnünk két kérdést: (1) az adott nyelv milyen fajta objektumok elfogadását teszi szükségessé; (2) az adott nyelv milyen ontológiai feltevéseket tesz.

Részletezzük az első kérdést. A nyelvben a konstans kifejezések jelenléte még nem teszi kötelezővé, hogy elfogadjuk a kifejezéssel jelölt objektumot, mivel nem kell minden konstans kifejezést tulajdonnévnek tekintenünk. Például a deskripciók elmélete megoldja a semmit nem jelölő konstans kifejezések problémáját. Bizonyos objektumrendszer elfogadásának kérdésében Quine kritériuma a döntő: „létezni annyi, mint egy kvantifikálható változó értékének lenni”. A nyelv arra kötelez, hogy azokat az objektumrendszereket fogadjuk el a gondolkodás objektumainak, melyekhez léteznek kvantifikálható változók. Így az elsőrendű predikátumlogika nyelve individuumokat fogadtat el objektumokként, a másodrendű pedig az individuumok tulajdonságait és a köztük levő kapcsolatokat.

A szerzők egyike megemlíti [5], hogy Quine kritériuma a Frege–Russell-típusú rendszerekre igaz, a Lesniewski ún. ontológiájához hasonló típusú logikai rendszerekre hamis. Arról van szó, hogy Lesniewski ontológiájában másképp értelmezik a változó státuszát. Míg a Frege–Russell-típusú nyelvekben a változók az objektumok egy nem-üres tartományán futnak végig, a változók helyett pedig behelyettesíthetők ezen objektumok nevei (de nem maguk az objektumok), addig Lesniewski ontológiájában a változók a nyelv kifejezésein futnak végig és helyettük behelyettesíthetők maguk ezek a kifejezések. Egyébként ez ahhoz is vezet, hogy a Frege–Russell-típusú rendszerektől eltérően Lesniewski ontológiájában a „létezés” predikátumnak számít.²⁵ A Lesniewski-ontológia-típusú rendszerek nominalista nyelvek.

Érdekes a Quine-kritérium alkalmazhatóságának kérdését analizálni az intenzionális logika rendszereire, a modális logika, különösen a Lewis-típusú logika rendszereire. Nem vezet-e – mint Quine gondolja – a modalitásoknak a kvantifikációkkal való kombinálása nemkívánatos, Quine felfogása szerint idealista előfeltevések elfogadására?²⁶

A Quine-kritérium ezen rendszerekre való alkalmazhatóságának kérdését nyitva hagyjuk.

²⁵ Valójában az egzisztencia mind Frege, mind Lesniewski rendszerében felfogható predikátumnak. A tényleges különbség az, hogy e predikátum argumentuma Frege rendszerében (a klasszikus logikában) csak predikátum, Lesniewski rendszerében pedig tetszőleges név lehet. (A szerk.)

²⁶ Ez a probléma akkor válik súlyossá, ha nem csupán individuális objektumokra, hanem más entitásokra utaló változókat is kvantifikálunk. Az ún. elsőrendű modális logikában ez azonban még elkerülhető. (A szerk.)

Azonban a Frege–Russell-típusú nyelvekre, azaz a logika standard, működő nyelveire a Quine-kritérium megőrzi erejét. E kritérium alapján tesznek különbséget nominalista és platonista nyelvek között. A nominalista nyelvekben nincsenek más kvantifikálható változók, mint az individuumváltozók. A platonista nyelvekben az individuumváltozóktól eltérő kvantifikálható változók is vannak. Az említett megközelítésben a nominalizmus és a platonizmus közti tradicionális ellentét abban a kérdésben fogalmazódik meg, hogy elegendő-e a nominalista nyelv a tudomány (és más célok) számára.

Néhány kiegészítő megjegyzést teszünk. Először is, a „platonista nyelv” terminust inkább a „nem-nominalista” értelemben használják, és ez lefödi az általánosnak mind a tulajdonképpeni platonista, mind a konceptualista felfogását. Például az intuicionisták és a konstruktivisták is kvantifikálnak predikátumváltozókat, mégsem állnak a platonizmus oldalán. Másodsor: Quine kritériumában a „létezni” egyszerűen ennyit jelent: „a gondolkodás objektumának lenni”.²⁷ Azon kérdés megoldása, hogy milyen esetben azonosítjuk a gondolkodás objektumait a valóság fragmentumaival, további kutatást és megalapozást igényel. Általános esetben az individuumváltozók olyan objektumokon futhatnak végig, mint számok, halmazok és más ideális képződmények. Ebben az esetben a nem-nominalista előfeltevéseket nyíltan vezetik be. Harmadszor: egy olyan nominalista nyelv elfogadása, melynek individuumváltozói konkrét, térben és időben létező objektumokon futnak végig, nem jelenti az általános tagadását. Nominalista szemlélet mellett az egyes és az általános problémája transzformálható a rész és egész problémájává, Lesniewski mereológijának szellemében. Például a „Szókratész görög” kifejezést nem úgy értjük, hogy Szókratészt a görögök osztályába soroljuk, hanem abban az értelemben, hogy „Szókratész a görög nép része”. Az utóbbi esetben „Szókratész” is, a „görög nép” is olyan terminusok, melyek konkrét, térben és időben létező reális objektumok.

Már felfigyeltünk arra [5], hogy Marx az egyes és az általános viszonyát nem az elem és az osztály viszonyaként tárgyalja. Az a tézis, hogy az egyes átalakul az általánosba, misztikus marad, ha mint elemek osztállyá válását tárgyaljuk, de az egyes és az általános mereológikus értelmezésekor a misztikum számára nem marad hely. A félreértések elkerülése végett megjegyezzük, hogy a mereológia – a rész és egész elmélete – nemcsak a Lesniewski-ontológián belül fejleszthető, hanem a standard klasszikus logika keretein belül is.

És egy utolsó megjegyzés. Felvetődik a kérdés, nem feltételezi-e a Quine-kritérium az aktuális végtelenség idealizációját, azaz végtelen individuumtartomány esetén nem tesszük-e fel, hogy ezt mint adottat tekintjük? Másszóval: alkalmazzuk-e a Quine-kritériumot intuicionista és konstruktivista logikákra? Úgy tűnik, hogy e kritérium összefér a potenciális végtelenség absztrakciójával. Az intuicionista és konstruktivista logikában a változó értékei olyan objektumok, melyek már megkonstruáltak vagy felépíthetők. Konstruktivista logikában a változó értékének lenni egyben a megkonstruálhatóság lehetőségét is jelenti.

Rátérünk az ontológiai feltevések kérdésére. A Quine-kritérium még nem ad választ arra a kérdésre, miféle ontológiai feltevésekre kötelez a használt nyelv elfogadása. Erre a kérdésre A. Church kritériuma ad választ: „A nyelv ugyanazokat az ontológiai feltevéseket teszi, melyek a nyelvben analitikusan igaz állításokban megfogalmazódnak”.

²⁷ Ez a szerzők saját értelmezése, és nem azonos a Quine-éval. (A szerk.)

Azt válaszolhatják erre, hogy a Church-kritérium bizony keveset mond, mivel az analitikus igazság fogalma eléggé meghatározatlan. Valóban, az analitikus igazság fogalmát a szó tágabb értelmében eddig még nem fejtették ki kellőképpen. De bizonyos nyelvrendszerekhez ez egyszerűen nem is kell, elég hozzájuk a logikai igazság fogalma (a szűkebb értelemben vett analitikus igazsága). Az utóbbi pedig jól meghatározott. Mi több, a modális logika bizonyos rendszereire (Lewis-típusú modális rendszerek), intenzionális rendszerekre (Montague) is sikerült megadni az analitikus (logikai) igazság fogalmának szabatos meghatározását. Ezért, bár az analitikus igazság kérdése a viszonylag gazdag nyelvek esetén nyitva áll, egy egész sor korlátozott rendszer esetében megoldást nyer.

A Kripke-típusú szemantikák felépítésével kapcsolatban kétségek merülnek fel az analitikus igazság fogalmának jogosultságát illetően. Valóban, a lehetséges világok közti kapcsolat feltételeitől függően az analitikus igazságnak nem egyetlen fogalmával, hanem a fogalmak egész rendszerével rendelkezünk. Ezért – mondják – nem helyénvaló az „analitikus-faktuális igazság” dilemmája. Erre mi két ellenvetést hoznánk fel. Először: a Kripke-típusú szemantika nemcsak az analitikus igazság fogalmát variálja, hanem egyszerűen az igazság fogalmát is, mivel a modális kijelentés igazságát az adott világban (azaz a faktuális igazságot) is a lehetséges világok közti kapcsolat általános feltételeivel definiálja. Másodszer: a nyelvet akkor tekintjük adottnak, ha nemcsak szintaxisa, hanem szemantikája is rögzített. Ezért az analitikus igazság (és az igazság) fogalmainak sokrétűségét egyszerűen a nyelvek sokrétűségeként értelmezhetjük. A nyelvek e sokrétűségéhez kapcsolódik az ontológiai feltevések sokrétűsége.

R. Carnap annak idején a létezés kérdését külső és belső részre osztotta fel: „Most pedig a létezés kérdéseinek két fajtáját kell megkülönböztetnünk: az első az új típusú meghatározott objektumok létezésének kérdése *az adott keretben*, ezek a *belső kérdések*; a második – *az objektumrendszer egészének* létezését vagy realitását érintő kérdések, ezek a *külső kérdések*.” [8]

Egy objektumrendszer elfogadásának kérdése – Quine tézisével összhangban – ekvivalens egy olyan nyelv elfogadásával, melynek kvantifikálható változói ezen objektumrendszeren futnak végig. Annak idején kiemelték [18], hogy a létezés kérdéseinek külsőre és belsőre való felosztása, valamint az objektumrendszer elfogadása és a meghatározott nyelvi keret elfogadása közti korrelativitás tézise nem specifikusan pozitivista. Analóg eszméket dolgozott ki Kant, Humboldt, Wolff, Ajdukiewicz. Véleményünk szerint ezek helyesek és nem képviselnek semmiféle pozitivista beállítottságot. „Egy dologban nem szabad egyetérténünk Carnappal, mikor a tudomány objektumainak problémáit tárgyalja – és ez lényeges, mely meghatározza az alapvető filozófiai beállítottságot –, mégpedig abban, hogy a külső kérdés nem elméleti, nem kognitív.” [18] Ebben áll Carnap pozitivista hitvallása.

Mi több, Carnap pozitivista beállítottsága nem tette lehetővé, hogy teljes egészében megfogalmazza a nyelv és az ontológia korrelativitásának tézisé, és hogy a külső és belső kérdésekre való felosztást a létezés problémáin túlra is kiterjessze. Carnap szerint az analitikusan igaz ítéletek a valóságról semmilyen információt sem hordoznak, ezek a nyelvi konvenció eredményei. Ezért ő nem is fogalmazza meg azt a tézist, hogy a nyelv ugyanazokat az ontológiai feltevéseket teszi, melyek az adott nyelvben analitikusan igaz mondatokban megfogalmazódnak. Az elfogadott nyelv nemcsak meghatározott objektumrendszerek, hanem meghatározott ontológiai feltevések elfogadását is szük-

séggé teszi. A belső kérdés nem csupán a létezésnek, hanem az *L*-mondatok²⁸ igazságának kérdése is; a külső kérdés pedig nemcsak meghatározott típusú kvantifikálható változók elfogadásának, hanem a nyelv egészében való elfogadásának kérdése is.

A nyelv egészében való elfogadásának kérdése, és vele együtt azon ontológia elfogadásának kérdése, melyre az előbbi kötelez, megismerési feladatok. A tudományos gondolkodás legnagyobb eredményei a tudomány nyelvének változásával és rekonstrukciójával kapcsolatosak. Az ismeret a valóság visszatükröződése nemcsak tartalom, hanem forma szerint is.

Ezzel kapcsolatban helytelennek tűnik az a gyakran említett tézis, hogy a tudomány nyelvei pontosított természetes nyelvek. A tudomány nyelveiben, struktúrájukban a megismerő tevékenység olyan eredményeit rögzítik, melyek különböznek a természetes nyelvek struktúrájában rögzítettektől (egyébként a megismerő funkció a természetes nyelvnek nem az egyetlen és fő funkciója).

A logika és az ontológia kölcsönviszonyáról kifejtett eszméket csak elég egyszerű nyelvekre fogalmazták meg. A tudomány gazdagabb nyelveinek analízise feltárja azokat a gazdagabb ontológiai feltevéseket is, melyekre e nyelveknek szükségük van. A filozófia egyik feladata, hogy feltárja, rendszerezze és megalapozza azokat az ontológiai feltevéseket, melyek korrelatívak a nyelv struktúrájával, a felhasznált logikai eszközökkel.

IV. LOGIKA ÉS TUDOMÁNYMÓDSZERTAN

A szimbolikus logika és a filozófia kölcsönhatásának másik szférája a logika alkalmazása intellektuális műveletek, megismerési eljárások és a tudományos megismerés módszereinek tanulmányozására. A tudományos és filozófiai kutatások ezen területét a tudomány logikájának, a tudományos megismerés logikájának, a tudományos kutatás logikájának, a tudomány logikájának és metodológiájának nevezik. A Szovjetunióban ezen a területen az 50-es évektől kezdve intenzív kutatásokat folytatnak. A tudomány logikájáról öt össz-szövetségi konferenciát tartottak (az elsőt 1959-ben Tomszkban) és egy sor szimpozionot.

A Filozófiai Intézet logikai csoportja kiadott egy sor művet, melyek a tudományos megismerés logikájának problémáit vizsgálják. (Lásd [1] . . . [6].)

A tudomány logikájának és metodológiájának problémáit még a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Filozófiai Intézetének következő osztályai is kutatják: a természet-tudományok filozófiai kérdéseinek osztálya, a dialektikus materializmus csoportja és a visszatükröződési elmélet csoportja. A tudomány metodológiai problémáinak kutatásával foglalkozó tudományos centrumok a Szovjetunió sok városában megtalálhatók, többek között Kijevben, Leningrádban, Tbilisziben, Ogyesszában, Jerevánban, Novoszibirszkben, Tomszkban.

Kutatások egész sora mutatta ki a szimbolikus logika – és általában az egzakt módszerek – alkalmazásának lehetőségét és gyümölcsöző voltát a tudományos meg-

²⁸ *L*-mondatok: *L*-igaz vagy *L*-hamis mondatok: amelyek minden állapotleírásban igazak, ill. hamisak. E fogalom Carnap elméletében a nyelvhez relativizált; hozzávetőleg az analiticitás formalizált nyelvi megfelelője. (A szerk.)

ismerés, a tudomány metodológiájának problémái terén. Túlléptek azon az előítéleten, mintha a logika és más egzakt módszerek alkalmazása az ismeret analizisére a logikai pozitívizmus, filozófiájának speciális vonása lenne. A Szovjetunió és más országok marxista logikusai sikerrel alkalmazzák a logikát és a többi egzakt módszert a tudományos megismerés műveleteinek és folyamatainak tanulmányozására.

Szerintünk a szimbolikus logika alkalmazási lehetőségei a tudomány metodológiájára még távolról sincsenek kimerítve.

Mindenekelőtt megjegyezzük, hogy a logika maga az intellektuális műveleteket, a következtetés és a fogalmak bevezetésének módszereit vizsgálja, és ennek értelmében a tudomány logikájának része.

Továbbá a logikai szemantika bázisán fejlődött ki a modellemélet és a deduktív tudományok metodológiája mint a logika speciális fejezete; jól ismert, hogy a deduktív módszer kidolgozása fontos szerepet játszik az elméleti és tapasztalati tudományokban, és a metodológia jelentős részét alkotja.

Ismeretesek a logika alkalmazásai a következő megismerési és intellektuális műveletek tanulmányozására: felosztás, rendezés, osztályozás, összehasonlítás, mérés, az absztrakció és idealizáció különböző fajtái. A szimbolikus logika fejlődésének kezdeti fokán figyelmen kívül hagyták a bizonyításkeresési eljárásokat. Manapság már jelentős eredményeket értek el a bizonyításkeresés kérdéseiben.

A logikai rendszerek felépítésének olyan módszerei alakultak ki, melyek bizonyításkeresési eljárásokat is adnak. A keresési algoritmus beletartozik a logikai rendszer definíciójába. Ilyenek Gentzen rendszerei, Beth táblázatai, Hintikka analitikus halmazai, Robinson rezolúciós módszere, Maszlov módszere. Az e területen elért eredmények a heurisztika általános elméletének fejlődését ösztönzik.

Kialakulóban van az empirikus megismerés metodológiája.

Az empirikus megismerés metodológiájának területén intenzíven terjednek a modell-elméleti módszerek. A kutatások ezen irányát R. Wójcicki lengyel logikaprofesszor mutatja be [22] cikkében.

Végül, nálunk és külföldön egyaránt a logika módszereinek bevonásával intenzív módon foglalkoznak olyan megismerési eljárásokkal, mint a leírás, előrejelzés, magyarázat.

Fordította: Balassa Zsófia

IRODALOM

- [1] *Filozsofszkije problemü szovremennoj formalnoj logiki*. Moszkva 1962.
- [2] *Problemü logiki naucsnovo poznanyija*. Moszkva 1964.
- [3] *Logicseszkaja sztruktura naucsnovo znanyija*. Moszkva 1965.
- [4] *Logicseszkaja szemantika i modaljnaja logika*. Moszkva 1967.
- [5] *Logika i metodologija nauki*. Moszkva 1967.
- [6] *Logika i empiricseszkaje poznanyije*. Moszkva 1972.
- [7] *Filozsofija v szovremennom mire – Filozsofija i logika*. Moszkva 1974.

- [8] Carnap, R., *Meaning Postulates*. In: Carnap, R., *Meaning and Necessity*. Chicago 1956.
- [9] Dragalin, A. G., konstruktivnaja modelj intuicionistszskovo analiza. In: [7].
- [10] Fitting, M. G., *Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing*. Amsterdam–London 1969.
- [11] Grzegorzcyk, A., A philosophically plausible formal interpretation of intuitionistic logic. *Indagationes Mathematicae* 20 (1964).
- [12] Grzegorzcyk, A., Assertions depending on time and corresponding logical calculi. *Compositio Mathematica* 20 (1968).
- [13] Kreisel, G., A survey of proof theory, I. *The Journal of Symbolic Logic* 33 (1968).
- [14] Kreisel, G., A survey of proof theory, II. In: *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*, 1971.
- [15] Kripke, S. A., Semantical analysis of intuitionistic logic. In: *Formal Systems and Recursive Functions*. Amsterdam 1965.
- [16] Melvil, Ju. K., *Csarlsz Pirsz i pragmatizm*. Moszkva 1968.
- [17] Pjatnyicin, B. N. – Budbajeva, Sz. P., K isszedovanyiju i posztrojenyiju pragmatyicseszkih logik. In: [7].
- [18] Szmirnov, V. A., O dosztoinsztvah i osibkah odnoj logiko-filoszofszkoj koncepcii (krytyicseszkiye zametki po povodu tyeorii jazükovüh karkaszov). In: *Filoszofija marksizma i neopozitivizm*. Moszkva 1962.
- [19] Szmirnova, E. D., Nyeprotivorecsivoszty i eliminirujemoszty v tyeorii dokazatyeljsztv. In: [7].
- [20] Szubbotyin, A. L., Lejbnic, Kant i jih principü filoszofii matyematyiki. In: [7].
- [21] Tarski, A., Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen. *Studia Philosophica* I (1935).
- [22] Vójcicki, R., Formaljniuje metodü i problemü tyeorii poznanyija. In: [7].