

## A diszjunktív szillogizmus

TAMÁS GYÖRGY

### I

A peripatetikusoknál találkozunk először a diszjunktív ítéletekkel és a rajtuk alapuló szillogizmusokkal. A diszjunktív ítéletet a kategorikussal szembeállítva feltételesnek tekintették. Úgy vélték, hogy a diszjunktív ítélet tagjainak ki kell zárniok egymást. Ha egy ilyen ítélethez mint felső tételhez hozzáveszünk alsó tételként egy kategorikus ítéletet, akkor diszjunktív szillogizmust kapunk, pl.:  $A$  vagy  $B$ , vagy  $C$ ;  $A - B$ ;  $A$  nem  $C$ .

A diszjunktív ítélet felfogásának kialakulásában feltételezhetően szerepet játszott Arisztotelész következő megállapítása: „*Szétválasztott*-nak, vagyis *faj* (species) szerint másnak nevezzük azokat, amik noha ugyanazon genushoz tartoznak, nincsenek egymásnak alárendelve, s amik bár egy genushoz tartoznak, egymástól különböznek és amik lényegében ellentét van. S az ellenkezők is speciesre nézve szétválasztottak egymástól, vagy valamennyi, vagy csak azok, amiket eredeti értelemben így nevezünk. Továbbá a fogalmilag különböző is 'szétválasztott', amennyiben egy genus végső specieseiről van szó. Így pl. 'ember' és 'ló' egy genus keretén belül tovább nem osztható tagok, de species szerint más fogalmak. Ide tartoznak még azok is, amik noha egy lényeg keretébe tartoznak, mégis különbséget mutatnak fel.” (Aristotelész: *Metafizika*. Bp. 1957. 107. o.)

Már a sztoikusoknál felvetődött az a gondolat, hogy nemcsak kizáró, hanem ún. megengedő diszjunktció is lehetséges. A fennmaradt forrásokból azonban nem derül ki egyértelműen, hogy az utóbbit hogyan értelmezték. (Vö. Bochenski: *Formale Logik*. Freiburg—München 1956. 138. o.) — A középkori felfogásokra a következő fejezetben, a diszjunktív ítélet értékének megállapításával kapcsolatban térünk ki.

Kant a következőképpen vélekedett: „... a szétválasztó ítélet két vagy több tételnek egymáshoz való viszonyát foglalja magában, de nem a következmény viszonyát, hanem a logikai ellentétet, mert az egyiknek köre kizárja a másikat, de egyszersmind a közösség viszonyát is, mert együttvéve betöltik e körök a tulajdonképpeni ismeret körét, tehát valamely ismeret köre részeinek ama viszonyát foglalja magában, melynél fogva minden résznek köre kiegészítve a másik rész körével a beosztott ismeret egész foglalatját adja; pl. a világ vagy vak véletlen vagy belső szükségesség, vagy külső ok következtében van. E tételek mindegyike a világ létéről általában való lehetséges ismeret körének egyik részét foglalja el, valamennyien együtt pedig egész körét. Az ismeretet az egyik körből kivenni annyit tesz, mint áthelyezni a többiek egyikebe; belehelyezni pedig az egyik körbe annyit, mint kivenni a többiekből. Szétválasztó ítéletben tehát bizonyos közössége van az ismereteknek, mely abban áll, hogy kölcsönösen kizárják egymást, de ezzel *egészben* mégis az igazi ismeret

retet határozzák meg, mert összevéve egyetlen egy adott ismeret egész tartalmát teszik.” (Kant: *A tiszta ész kritikája*. Bp. 1913. 84–85. o.) Eszerint a diszjunktív ítélet tagjainak, adott vonatkozásban, ki kell zárniok egymást, és egyítve ki kell meríteniök, az összes lehetőségeket.

Lássuk most a kanti felfogás iskolás, leegyszerűsített kifejtését: „... a szétválasztó ítélet akkor igaz, ha részei kölcsönösen kizárják egymást. Tehát hamis ez az ítélet: a lélek vagy értelmes vagy halhatatlan, mert a halhatatlanság benne van az értelmességben: ha a lélek értelmes, akkor máris halhatatlan és ha nem halhatatlan, akkor nem is értelmes. Éppen így, hamis ez az ítélet is: vagy az ember, vagy az állat érzéki lény, mert az érzéki lény fogalmában benne van az állat fogalma is, az ember fogalma is: az állat és ember érzéki lény.

A szétválasztó ítéletnek *teljesnek* is kell lennie, vagyis mindama részeknek benne kell lenniök, amelyek lehetségesek, mert csak így lehetséges a kölcsönös kizárás. Pl. János vagy tanul vagy alszik, nem teljes szétválasztó ítélet, mert mást is tehet, pl. játszhat, ugrándozhat stb. Éppen így nem teljes szétválasztó ítélet a következő sem: vagy az állatok vagy az emberek élőlények, mert a növények is élőlények.” (Huszár: *Logika*. Bp. 1937. 113–114. o.)

E felfogás hívei abból indultak ki, hogy a diszjunktív ítélet tagjai között akkor áll fenn *szükségszerű* kapcsolat, ha kizárják egymást. Tekintve, hogy a logikának — szerintük — a szükségszerű összefüggésekkel kell foglalkoznia, ezért csak a kizáró diszjunktíót kell figyelembe vennie.

Mások, a sztoikusokkal egybehangzóan, arra az álláspontra helyezkedtek, hogy a diszjunktio tagjainak nem kell feltétlenül kizárniok egymást. „Így ha azt mondjuk, hogy a jó könyvet vagy tartalmának hasznosságáért, vagy írásmódjának kiválóságáért becsüljük, egyáltalában nem következik, hogy ha valamely könyv tartalma hasznos, írásmódja nem kiváló. Általában olyan lehetőségeket választunk, amelyek egymással összeférhetetlenek; de ez logikailag nem szükségszerű.” (Jevons: *A logika elemei*. Bp. 1911. 112. o.)

A matematikai logikusok többek között a következő megfontolás alapján tagadják a kizáró diszjunktio egyedülvalóságát. „Ha a 'vagy' kizáró használatának vitathatatlan eseteit akarjuk előállítani, akkor olyan körülményeket kell elképzelnünk, amelyek között a 'vagy'-ot használó személynek pozitív oka van rá, hogy az adott kijelentésben kifejezetten tagadja a komponensek egyidejű igaz voltát. Ilyen példák ritkán fordulnak elő, de léteznek. Tarski adta a következő példát. Tegyük fel, hogy egy gyerek arra kéri apját, hogy vigye őt a strandra és utána a moziba. Az apa visszautasító hangon válaszol: 'Vagy a strandra megyünk, vagy a moziba.' Itt a kizáró használat világos; az apa egyidejűleg akar ígérni és visszautasítani. Sokkal könnyebb azonban olyan eseteket találni, amelyekben a megengedő értelmezés kényszerítő erejű. Például, ha elrendelik, hogy útlevelet csak olyan személyeknek adnak, akik az országban születtek, vagy az országban honosokkal házasodtak össze, ez nem jelenti azt, hogy megtagadják az útlevelet azoktól a személyektől, akik az országban születtek és honosokkal házasodtak.” (Quine: *A logika módszerei*. Akad. Kiadó 1968. 29. o.)

És végül vegyük szemügyre Fogarasi véleményét: „... nem minden szétválasztó ítélet kizáró ítélet. A metafizikus gondolkodás a szétválasztó ítéleteket helytelenül csak kizáró ítéleteknek fogja fel.

A fizika helyesen teszi, amikor szétválasztja a részecskeszerű jelenségeket és a hullámmozgást. De ez nem jelenti azt, hogy a kettő kizárja egymást. Ezt

nem a logika dönti el, hanem a konkrét kutatásnak kell eldöntenie. De a logika bizonyos segítséget nyújt. Egy alany a diszjunktív ítéletekben két vagy több állítmánnyal kapcsolódik. Tehát, ha azt mondjuk, hogy a víz vagy szilárd vagy folyó vagy párás állapotban van, akkor a víz fogalmát egy alanyhoz kapcsolódó három állítmány adja meg. Ha azt mondjuk, hogy három út nincs, csak két út van: a szocializmus és a kapitalizmus útja, akkor az alany fogalmát összekapcsoltuk két lehetőséggel, amelyek *ebben az esetben* kizárják egymást. Mindig a valóság elemzése alapján kell megállapítani, hogy a lehetőségek kizárják-e egymást vagy pedig nem zárják ki egymást. A diszjunktív ítélet formája, a 'vagy — vagy' nem biztosítja az ítélet helyességét. Vannak helytelen, hamis alternatívák, helytelen diszjunktív ítéletek. Ebben az esetben a tudomány feladata feltárni az alternatíva helytelenségét." (Fogarasi: *Logika*. Akad. Kiadó 1958. 224—225. o.)

## II

A sztoikusok tették az első kísérletet a diszjunktív ítélet *értékének* megállapítására. „A diszjunktív (ítélet) olyan (kontradiktorikusan) ellentétes (tételekből) áll, amelyek (az adott esetben) kijelentik, hogy van jel és hogy nincs jel . . . Ugyanis, mivel minden diszjunktív (ítélet) akkor igaz, ha egy igaz (tételt) tartalmaz és ha látjuk, hogy az egyik a (kontradiktorikusan) ellentétes (tételek) közül mindig igaz, akkor határozottan azt kell mondani, hogy az így megalkotott (ítélet) igaz. (Sextus Empiricus: *Adversos Mathematicos*. Lásd Bochenski: *id. mű* 137. o.)

A középkorban vita alakult ki akörül, hogy a diszjunktív ítélet értékének megállapításakor a kizárás vagy a megengedés szempontját vegyék-e elsősorban alapul. Petrus Hispanus (megh. 1277-ben) ezzel kapcsolatban a következőket írta: „A diszjunktív (kijelentés) igazságát illetően az a követelmény, hogy a két rész egyike igaz legyen, pl. 'Az ember élőlény vagy a holló kő'; és megengedjük, hogy mindkét rész igaz legyen — ez azonban nem sajátos (proprie) —, pl. 'Az ember élőlény vagy a ló képes nyírítani'. Hamisságát illetően az a követelmény, hogy mindkét rész hamis legyen, pl. 'Az ember nem élőlény vagy a ló kő'." (Petrus Hispanus: *Summulae Logicales*. Turin 1947. I. 23.)

Burleigh (megh. 1337-ben) ezzel szemben a következő álláspontra helyezkedett. „Egyesek azt mondják, hogy-a diszjunktív (kijelentés) igazságát illetően követelmény, hogy a két rész egyike hamis legyen; ugyanis amennyiben mindkét rész igaz lenne, úgy a diszjunktív (kijelentés) nem lenne igaz; ugyanis a diszjunkció nem engedi meg, hogy azok, amelyeket szétválaszt, együtt fennálljanak, mint Boëthius mondja.

Ez azonban nem tetszik nekem, ellenkezőleg azt mondom, hogy ha a diszjunktív (kijelentés) mindkét része igaz, akkor az egész diszjunktív (kijelentés) igaz. És ezt eképpen bizonyítom: amennyiben a diszjunktív (kijelentés) mindkét része igaz, úgy a két rész egyike igaz; és ha a két rész egyike igaz, akkor a diszjunktív (kijelentés) igaz. Tehát, az elsőtől az utolsóhoz: ha a diszjunktív (kijelentés) mindkét része igaz, akkor a diszjunktív (kijelentés) igaz . . .

Azt mondom tehát, hogy a diszjunktív (kijelentés) igazságát illetően nem követelmény, hogy részének egyike hamis legyen." (Burleigh: *De puritate artis logicae*. Lásd Bochenski: *id. mű* 228—229. o.) Itt csak annyit jegyzünk meg, hogy a fentiekben körben forgó bizonyítás szerepel.

A matematikai logikában, témánkkal kapcsolatban, többek között a következőket olvashatjuk: „...nem engedhető meg igaz és hamis ítéleteknek a 'vagy' logikai partikula segítségével történő összekapcsolását olyan követeléssel korlátozni, amely szerint az összekapcsolt ítéletek között valamilyen belső összefüggésnek kell lennie, amelyet nehéz lenne pontosan meghatározni. Ez azt jelenti, hogy az olyan ítéleteket, mint: 'Kint esik, vagy előadást tartok', logikailag értelmesnek kell tartani. Még rosszabb is előfordulhat. Az eddig mondottak alapján arra kényszerülünk, hogy bármennyire ellenkezünk is pszichológiailag, a következő négy mondat közül az első hármat ne csak értelmesnek, hanem igaznak is tartsuk, a negyediket pedig bár hamisnak, de még mindig értelmesnek kell tartanunk.

- a)  $2.2 = 4$  vagy Berlin Németország fővárosa.
- b)  $2.2 = 4$  vagy Berlin Kína fővárosa.
- c)  $2.2 = 5$  vagy Berlin Németország fővárosa.
- d)  $2.2 = 5$  vagy Berlin Kína fővárosa.”

(Klaus: *Bevezetés a formális logikába*. Gondolat, 1963. 62–63. o.)

Másutt pedig ezt találjuk: „...a 'vagy' kötőszó a magyar nyelvben (és néhány más nyelvben is) többféle értelemben használatos.

- 'A beteg halálát a műtét közben váratlanul föllépő  
szívgyöngeség vagy orvosi műhiba okozta.'
- 'Vagy színházba megyek, vagy otthon töltöm az estét.'
- 'Vagy iszik az ember, vagy autót vezet.'

E három ítéletben a 'vagy' három különböző értelemben szerepel, megfelelőleg a három mondat három különböző műveletet példáz. A különböző jelentések megállapítására a nyelvtani szerkezeten kívül a tartalmat is figyelembe kell vennünk.

Az első mondat tartalma arra enged következtetni, hogy benne a 'vagy' kötőszó az ún. *megengedő* értelemben szerepel: a beteg halálát okozhatta a műtét közben föllépő szívgyöngeség, okozhatta orvosi műhiba, de okozhatta e kettő együttesen is. E felfogás mellett ez az ítélet nyilván akkor és csak akkor hamis, ha a halál okozója sem hirtelen föllépő szívgyöngeség, sem orvosi műhiba nem volt (hanem valami más).

A másik mondat tartalma és 'vagy ... , vagy ...' alakú szerkezete alapján világos, hogy benne a 'vagy' kötőszavak az ún. *kizáró* értelemben szerepelnek: a 'színházba megyek' és az 'otthon töltöm az estét' ítéletek egyszerre nem lehetnek igazak. A szóban forgó összetett ítélet akkor és csak akkor lehet igaz, ha két komponense közül pontosan az egyik (az egyik és csak az egyik) igaz.

A harmadik példamondat — főleg tartalma alapján — úgy értelmezhető, hogy csupán az ivás (nyilván alkoholivás) és az autóvezetés *összeférhetetlenségét* kívánja kifejezni: egyszerre nem szabad mindkettőt csinálni, de az sem baj, ha egyiket sem csinálja az ember. Az ilyen művelet eredménye akkor és csak akkor hamis, ha mindkét komponense igaz.” (Ruzsa—Urbán: *Matematikai logika*. Tankönyvkiadó 1966. 252–253. o.).

Ezeknek az ítéleteknek az értékeit — a fenti sorrendet alapul véve — a matematikai logikában így állapították meg:

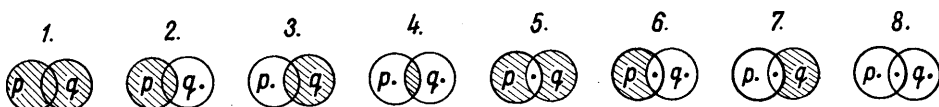
| $p$ | $q$ | 1.  | 2.  | 3.  |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $i$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ |
| $i$ | $h$ | $i$ | $i$ | $i$ |
| $h$ | $i$ | $i$ | $i$ | $i$ |
| $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ |

1. táblázat

Foglaljuk össze az eddig elmondottakat. A peripatetikusok szerint a diszjunktív ítélet kizárást fejez ki. Ezen azt értették, hogy a komponensekben visszatükrözött jelenségek együttesen nem állhatnak fenn; illetve: amennyiben az egyik komponens igaz, úgy a másik (ill. a többi) hamis, és megfordítva. — A sztoikusok viszont elsősorban azt értették diszjunktív ítéleten, hogy legalább az egyik komponens igaz.

Véleményünk szerint a „ $p$  vagy  $q$ ” formula azt fejezi ki, hogy a komponensek összeegyeztethetetlenek, de lehet mindkettő igaz, ill. mindkettő hamis. A kizáró diszjunktció (vagy csak  $p$  vagy csak  $q$ ) pedig annak kijelentése, hogy az adott ítéletek közül csak az egyik lehet igaz. A kizáró diszjunktció voltaképpen kiemelő ítélet. A szóban forgó két formula hasonló viszonyban van egymással, mint pl. a ha ... akkor és a ha ... akkor és csak akkor; a némely és a csak némely stb. Ezen megfontolások alapján a  $p$  vagy  $q$  formulát diszjunktív ítéletnek, a csak  $p$  vagy csak  $q$  formulát kiemelő diszjunktív ítéletnek fogjuk nevezni. A „vagy” harmadik értelmezésével egy másik tanulmányban fogunk foglalkozni.

Véleményünk szerint a diszjunktív ítélet értékét *tételeinek viszonya* határozza meg. Ezeket a viszonyokat az alábbi diagramokkal szemléltethetjük (a pont létezését, a vonalkázás nem-létezését jelöl):



2. táblázat

Az ítéletváltozók ( $p$ ,  $q$ ) vonatkozhatnak létező vagy nem-létező jelenségekre. Ha a  $p$  (ill.  $q$ ) létező jelenségre vonatkozik, akkor azt mondjuk, hogy  $p$  (ill.  $q$ ) van, ellenkező esetben pedig  $p$  (ill.  $q$ ) nincs. Ennek figyelembevételével az ábrázolt viszonyok a következőképpen értelmezendők:

1.  $p$  nincs,  $q$  nincs
2.  $p$  nincs,  $q$  van
3.  $p$  van,  $q$  nincs
4.  $p$  összeegyeztethetetlen  $q$ -val
5.  $p$  azonos  $q$ -val
6.  $p$  implikálja  $q$ -t
7.  $p$ -t implikálja  $q$
8.  $p$  összeegyeztethető  $q$ -val

A diszjunktív ítélet értékeit a következő meggondolás alapján kaphatjuk meg. Vegyük a 4. esetre ezt a példát: a tengerbe ömlő folyóknak vagy delta- vagy tölcsértorkolatuk van. Tekintve, hogy ez a két jelenség összeegyeztethetetlen egymással, ezért az adott esetben a diszjunktív ítélet  $i$ . A 2. esetre szóljon ez a példa: az atomok vagy felbonthatók vegyi úton vagy felbonthatatlannak vegyi úton. Ez a két tétel kizárja egymást (tehát legalábbis összeegyeztethetetlen). Eszerint értéke ugyancsak  $i$ . Az összeegyeztethetlenség jellemzi még az 1. és a 3. esetet is, amire a diagramokon a közös rész üressége utal.

Az 5–6. esetben szükségszerű összefüggés van a komponensek között, ezért szétválasztásuk  $h$  ítéleteket eredményez.

5. Süt a nap, vagy süt a nap.

6. Esik az eső, vagy a járda nedves lesz.

A 7–8. esetben viszont nem áll fenn szükségszerű összefüggés. A komponensek egyrészt összeegyeztethetők, másrészt szétválaszthatók.

7. A járda nedves, vagy esik az eső.

8. Vagy jó idő lesz, vagy elmegyünk kirándulni.

A diszjunktív ítélet értékeit az alábbiakban foglaljuk össze:

| 1.  | 2.  | 3.  | 4.  | 5.  | 6.  | 7.    | 8.    |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| $i$ | $i$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $i/h$ | $i/h$ |

3. táblázat

Vegyük szemügyre az 1. esetet, amikor is az adott jelenségek nem állnak fenn (vagyis létezésük kijelentése hamis). A matematikai logika szerint hamis ítéletek diszjunkciója hamis. Miért? Varga Tamás ezzel kapcsolatban a következőket írta:

„Az áldozat otthon volt péntek este, vagy szólt a rádiója”.

Ha a 'vagy'-gyal, ugyanúgy mint az 'és'-sel, számolni akarunk, meg kell vizsgálnunk, mi az ilyenféle ítéletek logikai értéke a már ismert négy esetben. Ahhoz, hogy ezt eldönthessük, tisztáznunk kell, hogy értsük a fenti ítéletet. Képzeljük úgy, hogy aki ezt mondja, az hangokat hallott az áldozat szájából, felismerni vélte az áldozat hangját, de azért nem biztos benne, nem a rádió szólt-e.

Lehet, hogy otthon volt az áldozat, és szólt a rádiója is.

Az is lehet, hogy nem volt otthon, de szólt a rádiója, valaki más bekapcsolta.

Az sincs kizárva, hogy otthon volt, de a rádiója nem szólt.

Mindezekben az esetekben igaz az ítélet. Ha azonban az áldozat nem volt otthon, és a rádiója sem szólt, akkor az állítás hamis. (Még akkor is, ha csakugyan beszélt valaki a szobában, de az áldozat nem volt otthon, és a rádiója ki volt kapcsolva.)” (Varga: *Matematikai logika* I. köt. Bp. 18. o.) Megítélésünk szerint nem kaptunk kielégítő választ a „miért”-re.

Quine a következőket írta: „A köznapi beszédben e kötőszó használata nem egyértelmű. Egyik értelme *megengedő*, eszerint az összetett mondat igaz,

ha legalább egyik komponense igaz. Ilyen használat mellett a Jones beteg, vagy Smith elment kijelentés igaz, ha Jones beteg és Smith elment, igaz akkor is, ha Jones nem beteg, de Smith elment, ugyancsak igaz, ha Jones beteg, de Smith nem ment el, és csak abban az esetben hamis, ha Jones sem beteg és Smith sem ment el.” (Quine: *id. mű* 28. o.)

Az értékek megállapításában tehát szerepet játszik az a körülmény, hogy a diszjunktív ítéletet ebben az esetben megengedő értelemben használtuk. Ez az értelmezés azonban elvileg azt is *megengedné*, hogy hamis ítéletek diszjunktíóját igaznak tekintsük. Mi a magyarázata annak, hogy ez a matematikai logika szerint nem helytálló? Az, hogy hallgatólagosan beleértene egy kikötést: csak mindkét komponens *igazsága* megengedett. A hamis komponensekből álló diszjunktív ítélet a megengedés önkényes korlátozása következtében hamis.

Händel és Kneist megadják a diszjunktív mátrixát, majd így folytatják: „Ebből következik: *a diszjunktív olyan ítéletkapcsolat, mely mindig akkor igaz, ha a két ítélet közül legalább az egyik igaz.*” (A logika rövid vázlat. Kossuth, 1964. 55. o.) Nem valami meggyőző következtetés.

A matematikai logika szerint a diszjunktív ítélet igaz, ha mindkét komponense igaz. A 2. táblázat alapján ez a feltétel az alábbi példákkal illusztrált esetekben állhat fenn:

4.  $2 \cdot 2 = 4$  vagy a hó fehér.
5. Süt a nap vagy süt a nap.
6. Esik az eső vagy a járda nedves lesz.
7. A fény megtörik vagy a fény prizmán halad át.
8. Jones beteg vagy Smith elment.

Egyfelől a 4., másfelől az 5–8. eset között éles határvonal húzódik. A 4. esetben ugyanis összeegyeztethetlenségi viszony van a komponensek között. Ezzel szemben az 5–8. esetben összeegyeztethetők a tételek. Tekintve, hogy a  $p$ , ill. a  $q$  helyébe tetszés szerinti ítéletek írhatók, ezért figyelembe kell vennünk az utóbbi eseteket is. De miért kellene igazaknak tekintenünk őket? Vajon azért, mert komponenseik igazak és a köztük levő viszony elhanyagolható?

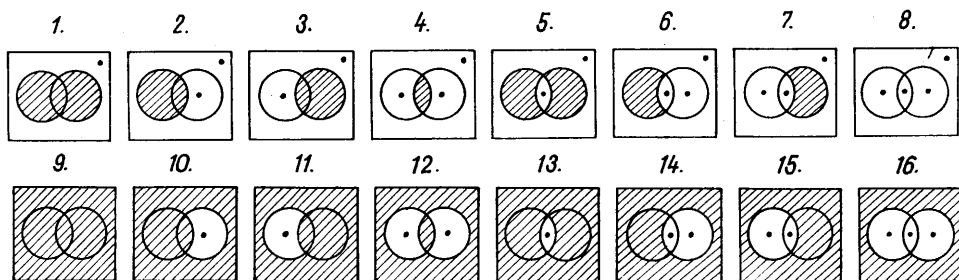
Véleményünk szerint az 5–6. eset akkor igaz, ha a tételek konjunkcióban vannak, a 7–8. eset pedig mind diszjunktív, mind konjunkció esetében *i/h*. Nem véletlen, hogy mind Quine, mind Varga példáik kombinációinak felsorolásakor a „vagy” helyett kivétel nélkül az „és”, ill. a „de” kötőszót használták. A vitatott tételt tehát csak a következő módosítással fogadhatjuk el: a diszjunktív ítélet igaz, ha mindkét komponense igaz és egyszersmind összeegyeztethetetlen.

### III

Ha a tagadó tételeket is figyelembe vesszük, akkor az alábbi változatokat kapjuk:

1.  $p \vee q$
2.  $p \vee \bar{q}$
3.  $\bar{p} \vee q$
4.  $\bar{p} \vee \bar{q}$

Ezeknek a változatoknak az értékeléséhez az eddig használt körsémáink már nem elegendők. Igénybe kell tehát vennünk azokat a Venn-diagramokat, amelyek az univerzumot is ábrázolják.



4. táblázat

E diagramok segítségével a tárgyalt ítéletekre az alábbi értékeket kapjuk:

|    | 1.  | 2.    | 3.  | 4.    | 5.  | 6.    | 7.    | 8.    | 9.  | 10.   | 11. | 12.   | 13. | 14.   | 15.   | 16.   |
|----|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-------|-------|
| 1. | $i$ | $i$   | $i$ | $i$   | $h$ | $h$   | $i/h$ | $i/h$ | $i$ | $i$   | $i$ | $i$   | $h$ | $h$   | $i/h$ | $i/h$ |
| 2. | $i$ | $i$   | $h$ | $h$   | $i$ | $i$   | $i/h$ | $i/h$ | $i$ | $i$   | $h$ | $h$   | $i$ | $i$   | $i/h$ | $i/h$ |
| 3. | $i$ | $i/h$ | $i$ | $i/h$ | $i$ | $i/h$ | $i$   | $i/h$ | $i$ | $i/h$ | $i$ | $i/h$ | $i$ | $i/h$ | $i$   | $i/h$ |
| 4. | $h$ | $i/h$ | $h$ | $i/h$ | $h$ | $i/h$ | $h$   | $i/h$ | $h$ | $i/h$ | $h$ | $i/h$ | $h$ | $i/h$ | $h$   | $i/h$ |

5. táblázat

A diszjunktív ítéleteket kvantifikált formában is szokták használni, többnyire általános ítéletként, pl. minden fa vagy tűlevelű, vagy lombos levelű. Természetesen más változatok is lehetségesek: némely szabályos soklap vagy tetraéder, vagy hexaéder; bizonyos estéken vagy moziba, vagy színházba megyünk; ez az ember vagy csehül, vagy lengyelül beszél. Formulákban kifejezve:

1. Minden esetben  $p$  vagy  $q$
2. Némely esetben  $p$  vagy  $q$
3. Bizonyos esetben  $p$  vagy  $q$
4. Ebben az esetben  $p$  vagy  $q$

Értéktáblázatuk:

|    | 1.  | 2.  | 3.  | 4.  | 5.  | 6.  | 7.    | 8.    |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| 1. | $i$ | $i$ | $i$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$   | $h$   |
| 2. | $i$ | $i$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $i$   | $i$   |
| 3. | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$   | $h$   |
| 4. | $i$ | $i$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $i/h$ | $i/h$ |

6. táblázat

\*

Bár közvetlen forrásaink nincsenek, feltételezhető, hogy a sztoikusoktól származik az a megállapítás, mely szerint a  $p$  vagy  $q$  formula ekvivalens a ha nem  $p$ , akkor  $q$  formulával (vö. Bochenski: *id. mű* 138. o.). — Boëthius pedig a következőképpen vezette vissza a diszjunktív ítéleteket a kondicionális

ítéletekre (Prantl: *Geschichte der Logik im Abendlande* I. köt. Berlin 1955. 719. o.).

Vagy  $A$  van, vagy  $B$  van  $\rightarrow$  Ha  $A$  nincs, akkor  $B$  van  
 Vagy  $A$  nincs, vagy  $B$  nincs  $\rightarrow$  Ha  $A$  van, akkor  $B$  nincs  
 Vagy  $A$  van, vagy  $B$  nincs  $\rightarrow$  Ha  $A$  nincs, akkor  $B$  nincs  
 Vagy  $A$  nincs, vagy  $B$  van  $\rightarrow$  Ha  $A$  van, akkor  $B$  van

Mill ezzel az összefüggéssel kapcsolatban a következőket írta: „Whately érsek és mások helyesen jegyezték meg, hogy a szétválasztó alak föltételesre bontható fel, mert minden szétválasztó ítélet annyi, mint két vagy több föltételes ítélet. 'Vagy az  $A$   $B$ , vagy a  $C$   $D$ ' azt teszi, hogy: 'Ha az  $A$  nem  $B$ : a  $C$   $D$ ; és ha a  $C$  nem  $D$ : az  $A$   $B$ .'” (Mill: *A deduktív és induktív logika rendszere*. I. köt. Bp. 1874. 121. o.) — Egy viszonylag nemrégien megjelent munkában pedig a következőket olvashatjuk: „Minden szétválasztó ítéletet ( $S$  vagy  $P_1$ , vagy  $P_2$ ) kifejezhetünk feltételes formában is: ha  $S$  nem  $P_1$ , akkor  $P_2$ . A második ítéletet pedig helyettesíteni lehet egy másik, ugyanolyan értelművel: ha  $S$  nem  $P_2$ , akkor  $P_1$ . És megfordítva, a feltételes ítéletet: ha  $A - B$ , akkor  $C - D$ , ki lehet fejezni az egyesítő-szétválasztó ítélet egyenértékű formájában: vagy  $A$  nem  $B$ , vagy  $C - D$  stb.” (Logika. Bp. 1956. 171–172. o.)

E két idézetet többek között annak a megállapításunknak az illusztrálására közöltük, mely szerint a hagyományos logikában nyomát sem találjuk annak, hogy valamiképpen megindokolják a szóban forgó ítéletek egyenértékűségét. Ha netán valaki úgy vélné, hogy önkényesen kiragadott szövegekről van szó, módjában áll a megadott műveket áttanulmányozni a hiányolt indokolás megtalálása céljából.

A matematikai logikában így vélekednek: „...  $\neg P \vee Q$  értéktáblázata azonos  $P \rightarrow Q$  értéktáblázatával. Erről még együttes értéktáblázat készítésével is meggyőződhetünk:

| 1   | 2   | 3        | 4               | 5                 |
|-----|-----|----------|-----------------|-------------------|
|     |     | $\neg P$ | $\neg P \vee Q$ | $P \rightarrow Q$ |
| $P$ | $Q$ | $\neg P$ | $\neg P \vee Q$ | $P \rightarrow Q$ |
| $i$ | $i$ | $h$      | $i$             | $i$               |
| $i$ | $h$ | $h$      | $h$             | $h$               |
| $h$ | $i$ | $i$      | $i$             | $i$               |
| $h$ | $h$ | $i$      | $i$             | $i$               |

Ruzsa—Urbán: *id. mű* 280. o.

A szóban forgó ítéletek eszerint azért ekvivalensek, mert értéktáblázatuk azonos. Az előbbieken azonban már láttuk, hogy a diszjunkció matematikai felfogása kétséges. Ugyanilyen eredményre jutottunk az implikáció elemzése során is (*A kondicionális szillogizmus. Magyar Filozófiai Szemle* 1969/5. sz.). Most nézzük meg egy konkrét példán, hogy mire vezethet ez a felfogás:

1. Vagy nedves a járda, vagy esik az eső ( $p \vee q$ ).
2. Ha nem nedves a járda, akkor esik az eső ( $\neg p \rightarrow q$ ).

Nem tudjuk, más hogyan van vele, de a magunk részéről a 2. ítéletet furcsálljuk. Különösen akkor, ha meggondoljuk, hogy a diszjunkció komponenseinek igazságát alapul véve, a kondicionális ítéletet is igaznak kell elfogadnunk.

A fenti példát természetesen nem valamely matematikai logikai kézikönyvből vettük. Ezekben ilyesfajta példák szerepelnek (vö. Varga: *id. mű* 29. o.):

1. Ha elmégy, megharagszom.
2. Nem mégy el, vagy megharagszom.

Ebben az esetben nincs kifogásunk a 2. ítélettel szemben, amely nyilvánvalóan gondosan lett kiválasztva. De mit érünk egy olyan eljárással, amely csak bizonyos esetekben helytálló, de nem általános érvényű?

Az általunk javasolt eljárás szerint a tárgyalt ítéletek (1.  $p \vee q$ , 2.  $\bar{p} \rightarrow q$ ) az alábbi értékeket veszik fel:

|    | 1.       | 2.         | 3.       | 4.         | 5.       | 6.         | 7.         | 8.         |
|----|----------|------------|----------|------------|----------|------------|------------|------------|
| 1. | <i>i</i> | <i>i</i>   | <i>i</i> | <i>i</i>   | <i>h</i> | <i>h</i>   | <i>i/h</i> | <i>i/h</i> |
| 2. | <i>h</i> | <i>i/h</i> | <i>h</i> | <i>i/h</i> | <i>h</i> | <i>i/h</i> | <i>h</i>   | <i>i/h</i> |

7. táblázat

A másik esetben (1.  $p \rightarrow q$ , 2.  $\bar{p} \vee q$ ) pedig így alakul az értéktáblázat

|    | 1.       | 2.         | 3.       | 4.         | 5.       | 6.         | 7.         | 8.         |
|----|----------|------------|----------|------------|----------|------------|------------|------------|
| 1. | <i>h</i> | <i>h</i>   | <i>h</i> | <i>h</i>   | <i>i</i> | <i>i</i>   | <i>i/h</i> | <i>i/h</i> |
| 2. | <i>i</i> | <i>i/h</i> | <i>i</i> | <i>i/h</i> | <i>i</i> | <i>i/h</i> | <i>i</i>   | <i>i/h</i> |

8. táblázat

Mindkét esetben arra az eredményre jutottunk, hogy a szóban forgó ítéletek nem ekvivalensek.

\*

Rátérünk a *kiemelő diszjunktív ítélet* vizsgálatára. A csak  $p$  vagy csak  $q$  formula nyilvánvalóan kevesebb esetben lesz igaz, mint a  $p$  vagy  $q$  formula.

| 1.       | 2.       | 3.       | 4.       | 5.       | 6.       | 7.       | 8.       |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>h</i> | <i>i</i> | <i>i</i> | <i>h</i> | <i>h</i> | <i>h</i> | <i>h</i> | <i>h</i> |

9. táblázat

Vegyük szemügyre a tagadó változatokat is:

1. Csak  $p$  vagy csak  $q$
2. Csak  $p$  vagy csak nem  $q$
3. Csak nem  $p$  vagy csak  $q$
4. Csak nem  $p$  vagy csak nem  $q$

Ezeknek a formuláknak az értékeit viszonylag könnyű megállapítani, hiszen csak azt kell szem előtt tartanunk, hogy azokban az esetekben kapunk  $i$ -t, amikor a  $p$  jelenség létezik, de ugyanakkor a  $q$  jelenség nem létezik.

|    | 1.  | 2.  | 3.  | 4.  | 5.  | 6.  | 7.  | 8.  | 9.  | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1. | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ |
| 2. | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ |
| 3. | $i$ | $h$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ | $h$ | $i$ | $h$ |
| 4. | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ |

10. táblázat

A történeti áttekintésben találkozhattunk azzal a felfogással, hogy a diszjunktív ítéletnek teljesnek is kell lennie, mert csak így lehetséges a kölcsönös kizárás. Eszerint nem helyes például ez az ítélet: a mozdonyokat vagy szénnel, vagy olajjal fűtik, hiszen voltak fával fűtött és vannak villanyerővel hajtott vonatok. Véleményünk szerint a teljesség nem feltétele annak, hogy a komponensek kizáró viszonyban álljanak. A teljesség követelménye éppúgy a kiemelő diszjunktív ítélet korlátozását jelenti, mint a kizárás követelménye a diszjunktív ítélet korlátozását. Ezért a szóban forgó ítéleteket a konfúzió elkerülése végett teljes kiemelő diszjunktív ítéleteknek fogjuk nevezni.

A kiemelő diszjunktív ítéletet is megpróbálták visszavezetni a kondicionális ítéletre. „A kizáró-szétválasztó ítélet:  $S$  vagy csak  $P_1$ , vagy csak  $P_2$ , így is elképzelhető: ha  $S - P_1$ , akkor nem  $P_2$  (vagy: ha  $S - P_2$ , akkor nem  $P_1$ ).” (Logika. Id. kiad. 162. o.) Vessük össze a szóban forgó ítéletek értékeit:

|    | 1.  | 2.  | 3.  | 4.  | 5.  | 6.  | 7.    | 8.    |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| 1. | $h$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $h$ | $h$   | $h$   |
| 2. | $i$ | $i$ | $i$ | $i$ | $h$ | $h$ | $i/h$ | $i/h$ |

11. táblázat

Az ekvivalencia feltételezése során ilyesfajta példát tartottak szem előtt: a vas vagy fém, vagy nem-fém — ha a vas fém, akkor nem áll, hogy nem-fém (3. diagram). De vegyük most a következő esetet: ha a víz cseppfolyós, akkor nem szilárd halmazállapotú — a víz vagy csak cseppfolyós, vagy csak szilárd halmazállapotú (4. diagram). A vélt ekvivalencia hamis általánosításon alapszik.

# IV

Theophrasztosznál találkozunk először a diszjunktív szillogizmussal, amelynek két módozatát különböztette meg (Prantl: *id. mű* I. köt. 388. o.):

|                                  |         |                                                 |
|----------------------------------|---------|-------------------------------------------------|
| (1) $A$ vagy $B$ vagy $C$        |         | $A$ vagy $B$ vagy $C$ vagy $D$                  |
| $\frac{A - B}{A \text{ nem } C}$ | illetve | $\frac{A - B}{A \text{ sem } D \text{ sem } C}$ |
| (2) $A$ vagy $B$ vagy $C$        |         | $A$ vagy $B$ vagy $C$ vagy $D$                  |
| $\frac{A \text{ nem } B}{A - C}$ | illetve | $\frac{A \text{ sem } B \text{ sem } C}{A - D}$ |

A hagyományos logikában az (1) formulát állítva-tagadó módozatnak (modus ponendo tollens) nevezték el. Ezt a módozatot az jellemzi, hogy az alsó tételben megállapítjuk a felső tétel valamelyik állítmányában kifejezett jelenség fennállását, a zárótételben pedig ennek következtében tagadjuk a felső tétel többi állítmányában kifejezett jelenségek fennállását, pl.:

Az alma gyümölcs vagy nem gyümölcs.  
 Ez az alma gyümölcs.  
 -----  
 Tehát nem áll, hogy ez az alma nem gyümölcs.

Ha a kizáró diszjunciót tartjuk szem előtt, amellyel a hagyományos logika foglalkozott, akkor ezt a diszjunktív szillogizmust a következőképpen formalizálhatjuk:

$S$  vagy csak  $P$ , vagy csak  $P_1$   
 Ez az  $S - P$   
 -----  
 Ez az  $S$  nem  $P_1$

Elemezzük ezt a formulát. A felső tétel értékeit a 9. táblázathból ismerjük. Az alsó tétel értékeit más helyütt (*Az ítélet terjedelme. Pedagógiai Szemle* 1968/10. sz.) már megállapítottuk.

| 1.  | 2.  | 3.  | 4.  | 5.  | 6.  | 7.    | 8.    |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|
| $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $i$ | $i$ | $i/h$ | $i/h$ |

12. táblázat

Most egy olyan szillogizmus értéktáblázatát kell elkészítenünk, amelynek a felső tétele összetett, az alsó pedig egyszerű ítélet. Ezért szem előtt kell tartanunk, hogy a diagramok a felső tételt tekintve ítéletviszonyok, az

alsó tétel esetében pedig fogalomviszonyok ábrázolásaként tekintendők. Azokat az eseteket, amelyekben a felső tétel előtagjában üres, az alsó tételben pedig nem üres terminus szerepelhet (vagy megfordítva), non sequitur-nak tekintjük és a / jellel jelöljük.

Az 1–8. sorszámok a 2. táblázatban található viszonyokra vonatkoznak. A függőlegesek a szillogizmus felső tételére, a vízszintesek az alsó tételére utalnak. Mindezeket figyelembe véve a modus ponendo tollens értéktáblázata a következő:

|    | 1.    | 2.    | 3.    | 4.    | 5.                                                        | 6.                                                        | 7.                                                          | 8.                                                          |
|----|-------|-------|-------|-------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 1. | 1. /  | 2. /  | 3. /  | 4. /  | 5. /                                                      | 6. /                                                      | 7. /                                                        | 8. /                                                        |
| 2. | 9. /  | 10. / | 11. / | 12. / | 13. /                                                     | 14. /                                                     | 15. /                                                       | 16. /                                                       |
| 3. | 17. / | 18. / | 19. / | 20. / | 21. $\begin{smallmatrix} i \\ i \\ i \end{smallmatrix}$   | 22. $\begin{smallmatrix} i \\ i \\ i \end{smallmatrix}$   | 23. $\begin{smallmatrix} i \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 24. $\begin{smallmatrix} i \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ |
| 4. | 25. / | 26. / | 27. / | 28. / | 29. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 30. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 31. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 32. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ |
| 5. | 33. / | 34. / | 35. / | 36. / | 37. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ h \end{smallmatrix}$   | 38. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ h \end{smallmatrix}$   | 39. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 40. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ |
| 6. | 41. / | 42. / | 43. / | 44. / | 45. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 46. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 47. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 48. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ |
| 7. | 49. / | 50. / | 51. / | 52. / | 53. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 54. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 55. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 56. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ |
| 8. | 57. / | 58. / | 59. / | 60. / | 61. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 62. $\begin{smallmatrix} h \\ i \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 63. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ | 64. $\begin{smallmatrix} h \\ i/h \\ i/h \end{smallmatrix}$ |

13. táblázat

Az „alma” példa a 22. rekeszbe tartozik. Felső tételének első komponense létező, második komponense nem-létező összefüggést fejez ki (3. diagram). Alsó tételének alanya pedig alárendelt fogalom az állítmányhoz képest (6. diagram).

Vegyük most szemügyre a következő példát:

A Marson van növényzet vagy nincs növényzet.

A Marson van növényzet.

Tehát nem áll, hogy a Marson nincs növényzet.

Zárótételének értéke  $i/h$ , mivel jelenleg még nem tudjuk eldönteni, hogy az alsó tétel igaz-e vagy sem. De vajon logikai probléma-e az, hogy a Mars rendelkezik-e növényzettel? A logikát az érdekli — mondják —, hogy ha ez az ítélet igaz, akkor 'a Marson nincs növényzet' tagadása szükségszerűen igaz.

Ezzel egyetértünk. Ámde a vizsgált formulában szó sincs az alsó tétel igazságáról, ezt csak hallgatólagosan beleértik. Márcsak azért sem lehet erről szó, mert a változók önmagukban véve nem igazak, ill. hamisak. A kijelentés-változók helyébe tetszés szerinti ítéletet írhatunk. De ha ez így van, akkor a vizsgált formula nem nyújt azonosan igaz következtetést, miként ez az előbbi táblázatból leolvasható. Ha garantáljuk az alsó tétel igazságát, akkor az adott esetben szükségszerűen igaz zárótételt kapunk. Csakhogy ekkor már nem az eredeti, általános formulával van dolgunk. Az állítva-tagadó módozat képlete tehát nem nyújt elégséges alapot általános érvényű következtetés levonására.

A hagyományos logikában gyakran találkozunk ilyen példakkal:

A fák tűlevelűek vagy lombos levelűek.

Ez a fa tűlevelű.

---

Tehát ez a fa nem lombos levelű.

Ez a példa a 31. rekeszbe tartozik. Felső tételének mindkét komponense létező összefüggésekre vonatkozik, amelyek azonban összeegyeztethetetlenek (4. diagram). Alsó tételének alanya pedig fölérendelt fogalom az állítmányhoz képest (fák — tűlevelű fák; 7. diagram).

Nem szorul különösebb magyarázatra, hogy zárótételének értéke *i/h*. Amíg nem rendelkezünk azzal a kiegészítő információval, hogy az „ez a fa tűlevelű” ítélet igaz, addig az „ez a fa nem lombos levelű” ítélet egyaránt lehet igaz, ill. hamis.

De miért hamis a felső tétel, holott ezt a hagyományos logika igaznak tekintette? Vajon milyen meggondolás alapján? Úgy vélték, hogy a szóban forgó ítélet kizáró diszjunkció, de hallgatólagosan beleértették, hogy a komponenseiben tükröződő jelenségek ugyanabban a vonatkozásban nem állhatnak fenn. Amennyiben ez a fa tűlevelű, ugyanakkor nem lehet lombos levelű.

Emlékeztetünk arra, hogy a kizáró diszjunkció, általánosságban véve, ezt jelenti: csak *p* vagy csak *q*. Ha nem tesszük hozzá azt a megszorítást, hogy ugyanabban a vonatkozásban, akkor alapul véve, hogy mindkét komponens létező összefüggést fejez ki, a kizáró diszjunkció hamis. Külön-külön ugyanis mindkét komponens igaz: a fák (értsd: némely fa) tűlevelűek — a fák (némely fa) lombos levelűek. Hamis tehát, általában véve, az a kijelentés, hogy vagy csak az egyik, vagy csak a másik igaz. Márpedig a kizáró diszjunkció formulájában szó sincs arról, hogy csak ugyanabban a vonatkozásban szabad tekinteni őket.

A hagyományos logika nem különböztette meg egymástól az alábbi két összefüggést:

1. Csak az egyik, vagy csak a másik igaz (pl. az alma gyümölcs — az alma nem gyümölcs).

2. Amikor az egyik igaz, akkor a másik hamis (a fák tűlevelűek — a fák lombos levelűek).

Az előbbi bármely körülmények között — tehát nemcsak ugyanabban a vonatkozásban, hanem az összefüggéseket különállóknak tekintve is — fenáll. Az utóbbi azonban csak bizonyos körülmények között helytálló. Az első esetben az egyik tétel mindig hamis, a második esetben viszont csak relatíve hamis. Ezért a második összefüggés az elsőnek korlátozott változata.

Kant még a diszjunkció tagjainak számát is korlátozni akarta. „1. A diszjunkció tagjai együttvéve, egy kivételével, ennek az egynek a kontradiktórikus ellentétét alkotják. Itt tehát dichotómia áll fenn, amely szerint, ha a kettő közül az egyik igaz, akkor a másiknak hamisnak kell lennie, és megfordítva.

2. Minden diszjunktív értelmi következtetés tehát, amely kettőnél több diszjunkciós tagból tevődik össze, tulajdonképpen *poliszillogisztikus*. Ugyanis minden igaz diszjunkció csak *kéttagú* (bimembris) lehet és a logikai felosztás is *kéttagú*; de az *alfelosztás tagjait* (membra subdividentia) a rövidség kedvéért a *felosztás tagjai* alá rendeljük.” (Kant: *Logik.* Berlin 1869. 143–144. o.) Nem szorul különösebb magyarázatra, hogy Kant a diszjunkciót anélkül, hogy előbb általánosságban vizsgálta volna, közvetlenül a dichotomikus felosztásra igyekezett korlátozni.

Éppen az említett korlátozásokat tartották szűknek azok a logikusok, akik a megengedő diszjunkció elfogadása mellett törtek lándzsát. Nem tekintették ugyanis a diszjunkció elengedhetetlen követelményének, hogy az egyik komponens mindig hamis legyen. Ha a szóban forgó felső tételt diszjunktív ítéletnek tekintjük (jelző nélkül), akkor igaznak minősül. Meg kell tehát szüntetni azt az ellentmondást, hogy „a fák túlevelűek vagy lombos levelűek” típusú ítéletet kizáró diszjunkciónak, és ugyanakkor igaznak fogjuk fel.

Evégett az állítva-tagadó módozat felső tételét diszjunktív ítéletnek tekintjük. Az így értelmezett módozat értéktáblázatát nem szükséges teljes egészében leírnunk, mivel csak négy esetben — ezekben is csupán a felső tétel értékét illetően — tér el a 13. táblázattól:

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| 29. $i$ | 30. $i$ | 31. $i$ | 32. $i$ |
| $i$     | $i$     | $i/h$   | $i/h$   |
| $i/h$   | $i/h$   | $i/h$   | $i/h$   |

A tagadva-állító módozatra — mutatis mutandis — az előbbi megállapítások érvényesek.

## V

A *kondicionális-diszjunktív szillogizmusban* az egyik előzmény két vagy több kondicionális ítéletből áll, a másik előzmény és a zárótétel közül pedig legalább az egyik diszjunktív ítélet. A kondicionális ítéletek számától függően megkülönböztetünk dilemmát, trilemmát és polilemmát.

A dilemmát feltehetően már a sztoikusok ismerték, de csak a római rétoroknál került sor logikai elemzésére (vö. Prantl: *id. mű* I. köt. 510. o.). A hagyományos logika felfogását a következőkben foglalhatjuk össze. A kondicionális-diszjunktív szillogizmusnak két fő fajtája van: az egyszerű és az összetett módozat. Az egyszerű módozatban a kondicionális ítéletek következményei azonosak, pl.:

Ha a tőkések meghosszabbítják a munkanapot, akkor növekszik a profitjuk, ha pedig csökkentik a szükséges munkaidőt, akkor is növekszik a profitjuk.

A tőkések vagy meghosszabbítják a munkanapot, vagy csökkentik a szükséges munkaidőt.

Mindegyik esetben növekszik a profitjuk.

Logikai képlete:

$$\begin{array}{l} \text{Ha } S - P, \text{ akkor } S_1 - P_1, \text{ ha } S_2 - P_2, \text{ akkor } S_1 - P_1 \\ \text{Vagy } S - P, \text{ vagy } S_2 - P_2 \\ \hline \text{Tehát mindenképpen } S_1 - P_1 \end{array}$$

Az egyszerű állító módozatban az alsó tétel diszjunktív, a zárótétel pedig kategorikus ítélet. Az egyszerű tagadó módozatban fordított a helyzet:

$$\begin{array}{l} \text{Ha } S - P, \text{ akkor } S_1 - P_1, \text{ ha } S_2 - P_2, \text{ akkor } S_1 - P_1 \\ \text{De } S_1 \text{ nem } P_1 \\ \hline \text{Tehát sem } S - P, \text{ sem } S_2 - P_2 \end{array}$$

A kondicionális-diszjunktív szillogizmus összetett formáját az jellemzi, hogy a kondicionális ítéletek következményei különbözők. Ebben a szillogizmusban az alsó és a zárótétel egyaránt diszjunktív ítélet, pl.:

$$\begin{array}{l} \text{Ha a diák a vizsga előtti éjszakán tanul, akkor fáradt lesz a vizsgán,} \\ \text{ha pedig nem tanul, akkor készületlenül fog elmenni.} \\ \text{A diák vagy tanulni fog a vizsga előtti éjszakán, vagy nem fog tanulni.} \\ \hline \text{Tehát vagy fáradt lesz a vizsgán, vagy készületlenül fog elmenni.} \end{array}$$

Képlete:

$$\begin{array}{l} \text{Ha } S - P, \text{ akkor } S_1 - P_1, \text{ ha } S_2 - P_2, \text{ akkor } S_3 - P_3 \\ \text{Vagy } S - P, \text{ vagy } S_2 - P_2 \\ \hline \text{Tehát vagy } S_1 - P_1, \text{ vagy } S_3 - P_3 \end{array}$$

Már az ókorban számos olyan példát tudtak felhozni, amelyek kétséges-sé tették az említett formulák általános érvényűségét. Lássunk egyet ezek közül. Prótagorasz elvállalta egy Euathlosz nevű ifjú tanítását azzal a feltétellel, hogy a tanítvány a tandíj felét akkor fogja kifizetni, ha a tanítás befejeződött, másik felét pedig akkor, amikor megnyerte az első perét. Euathlosz miután kitanult és kifizette a tandíj felét, a másik felét arra való hivatkozással nem akarta kifizetni, hogy elment a kedve az ügyvédi foglalkozástól és nem fog pert vállalni. Márpedig a megállapodás értelmében csak akkor köteles kifizetni a tandíj másik felét, ha megnyerte első perét.

Prótagorasz ekkor beperelte tanítványát a következő meggondolással: ha megnyeri a pert, akkor a bíróság megítéli neki a követelt összeget, ha elveszti a pert, akkor tanítványa megnyerte az első perét, tehát a megállapodás értelmében fizetni köteles.

A tanítvány — vállalva saját védelmét — így érvelt: ha megnyerem a pert, akkor ez azt jelenti, hogy a bíróság elutasítja Prótagorasz követelését, ha elveszítem a pert, akkor a megállapodás értelmében nem vagyok köteles fizetni.

Gellius e történet leírását a következőképpen fejezte be: „Akkor a bírák, arra a véleményre jutva, hogy a két fél részéről kifejtett érvek megfoghatatlanok és kibogozhatatlanok, s hogy ne hozzanak olyan ítéletet, amely — akár-

melyik fél javára dönt is — önmagánál fogva újra vitássá válik, nem hoztak ítéletet, és a tárgyalást beláthatatlan időre elhalasztották.” (Gellius: *Attikai éjszakák*. Bp. 1968. 67. o.)

A logika története során kialakult magyarázatok főképpen annak kimutatására irányultak, hogy ebben a dilemmában valamilyen logikai hiba van. Ha ezt kiküszöböljük, akkor a dilemma megoldhatóvá válik, mégpedig úgy, hogy az ügyvédnek meg kell kapnia a tandíj másik felét. Egyes nézetek szerint például a hiba abból ered, hogy az eredeti megállapodás nem volt teljes diszjunktív ítélet. Csak az a két lehetőség szerepelt benne, hogy Euathlosz vagy megnyeri, vagy elveszti az első perét. Kimaradt az a lehetőség, hogy Euathlosz nem akar ügyvéd lenni, tehát nem vállal pert.

A teljesség azonban még így sincs biztosítva. Hiszen a fiatalember a tanfolyam elvégzése után pert indíthatott volna az ügyvéd ellen azon a címen, hogy nem tanította lelkiismeretesen, s ezért mentsék fel a tandíjfizetés kötelezettsége alól. De vajon a teljesség követelményének kielégítése megoldja-e a problémát?

E kérdés megválaszolásakor mindenekelőtt arra kell emlékeztetnünk, hogy a hagyományos logikában a diszjunktciót kizáró értelemben fogták fel. Ez azt jelentette, hogy a diszjunktció akkor helyes, ha csak az egyik vagy csak a másik komponense igaz. A kondicionális-diszjunktív szillogizmusban azonban, mint a „diák”-példában láthattuk, a zárótételben olyan diszjunktciót is kaphatunk, amelynek elő- és utótagja egyaránt igaz. Ennek figyelmeztetésül kellett volna szolgálnia ahhoz, hogy a diszjunktció hagyományos értelmezése szűkkörű. Ennek a felfogásnak a korrigálása helyett azonban arra törekedtek, hogy a dilemma esetében is érvényesítsék a kizárás elvét. Ezért az „ügyvéd”-példát illetően arra kerestek választ, hogy Euathlosznak meg kell-e fizetnie a tandíj vagy sem.

E kérdésfeltevés megvizsgálása céljából írjuk fel a dilemmát explicit formában:

Ha az ügyvéd megnyeri a pert, akkor megkapja a tandíj másik felét,  
ha pedig nem nyeri meg a pert, akkor megkapja a tandíj másik felét.  
Az ügyvéd megnyeri a pert, vagy nem nyeri meg a pert.

Az ügyvéd megkapja a tandíj másik felét.

Világosan kitűnik, hogy a kondicionális ítéletek alapjai negálják egymást (megnyeri — nem nyeri meg). Márpedig egymásnak ellentmondó alapokból nem adódhat egyaránt szükségszerűen ugyanaz a következmény. Ha a per megnyeréséből szükségszerűen következik a tandíj megfizetése, akkor elvesztéséből nem adódhat szükségszerűen, és megfordítva. Nincs kizárva annak a lehetősége, hogy az ügyvéd akár megnyeri, akár elveszti a pert, megkapja a pénzét, de ki van zárva az, hogy mindkét esetben szükségszerűen jusson hozzá.

E fejtegetések áttekintésének megkönnyítése céljából vegyünk egy egyszerűbb példát:

Ha esik az eső, akkor a járda nedves lesz, ha pedig nem esik az eső, akkor a járda nedves lesz.

Vagy esik az eső, vagy nem esik az eső.

A járda nedves lesz.

A járda nedves lehet abban az esetben is, ha esik az eső, meg akkor is, ha nem esik az eső. Az előbbi esetben a szóban forgó alaptól szükségszerűen adódik a következmény. Az utóbbi esetben azonban nem azért lesz nedves a járda, mert nem esett az eső, hanem valami más okból kifolyólag (pl. locsolták az utcát).

Az eddigiek során csupán annak kimutatására törekedtünk, hogyha a kondicionális ítéletek alapjai ellentmondási viszonyban vannak, akkor nem adódhat egyaránt szükségszerűen ugyanaz a következmény. Ugyanakkor hallgatólagosan feltételeztük, hogy legalább az egyik esetben szükségszerű összefüggés van az alap és a következmény között, pl. ha az ügyvéd megnyeri a pert, akkor megkapja a tandíj másik felét. De vajon helytálló-e ez a feltételezés? Erre a kérdésre nemmel kell válaszolnunk, ugyanis előfordulhat, hogy a tanítvány a pert követően meghal, s így hiába nyerte meg az ügyvéd a pert, mégsem fogja megkapni a pénzét.

Abban az esetben például, ha a fény prizmán halad át, akkor megtörik, szükségszerű összefüggés van az előtag és az utótag között. A per megnyerése azonban még nem nyújt feltétlen garanciát az ügyvédnek arra, hogy követelését érvényesíteni tudja. Következésképpen előfordulhat, hogy akár nyer, akár veszít, nem lát pénzt. Arra a kérdésre tehát, hogy az ifjúnak meg kell-e fizetnie a tandíj másik felét vagy sem, így válaszolhatunk: egyik esetben sem áll fenn az, hogy *kell*. Az adott feltételek között nem lehet egyértelműen eldönteni, hogy milyen következmény adódik. Mindkét esetben lehetséges, hogy a fiatalember fizetni fog, de az is lehetséges, hogy nem fog fizetni.

A dilemma zárótétele akkor feltétlenül igaz, ha a kondicionális ítéletekben legalábbis: 1. szükségszerű összefüggés van az alap és a következmény között, 2. a következmények összeegyeztethetlenségi viszonyban vannak, pl.:

Ha valamely folyó beltengerbe ömlik, akkor deltatorkolata van, ha pedig nem beltengerbe ömlik, akkor tölcseértorkolata van.

A Duna vagy beltengerbe ömlik, vagy nem beltengerbe ömlik.

---

Tehát a Dunának vagy delta-, vagy tölcseértorkolata van.

Ezek után térjünk vissza a kondicionális-diszjunktív szillogizmus formulájához:

Ha  $p$ , akkor  $q$ , ha  $r$ , akkor  $s$

Vagy  $p$ , vagy  $r$

---

Vagy  $q$ , vagy  $s$

Tekintve, hogy a változók helyébe tetszés szerinti ítéleteket írhatunk, ez a formula nem általános érvényű. Zárótétele egyaránt lehet igaz, ill. hamis. Érthető tehát, hogy ennek a formulának az alapján nem lehet eldönteni a szóban forgó szillogizmus helyességét. Ezzel kapcsolatos Jevonsnak a következő megjegyzése: „A dilemmás érvelések azonban gyakrabban tévesek, mint nem, mert ritkán lehet olyan példákat találni, amelyekben két eshetőség kimeríti az összes lehető eseteket, hacsak az egyik nem egyszerű tagadása a másiknak, a harmadik eset kizárása elvének megfelelően. Így ha azt akarnók következtetni, hogy 'ha valamely gyerek szeret tanulni, akkor nem kell biztatni, és ha idegenkedik a tanulástól, semmiféle biztatásnak nem lesz semmi eredménye, de mivel vagy szeret tanulni, vagy idegenkedik tőle, a biztatás vagy felesle-

ges, vagy haszontalan', kézzelfoghatólag helytelenül választjuk a szétválasztó altételt. A tanulás szeretése vagy a tőle való idegenkedés nem az egyedül lehetséges két eshetőség, mert lehetnek egyesek, akik nem szeretnek ugyan tanulni, de nem is idegenkednek tőle, és ezekkel szemben kíváncsi lehet az ösztönzés jutalmak alakjában. Majdnem mindent bebizonyíthatnánk, ha szabad volna így kiválogatni a nekünk megfelelő lehetőségeket és csak ezekből következtethetnénk." (Jevons: *id. mű.* Bp. 1911. 114. o.)

De miért lenne téves ez a következtetés? Vajon azért-e, mert a logikusok olyan következtetéseket fogadnak el helyeseknek, amelyeknek a zárótétele szükségszerűen igaz? Véleményünk szerint ez szűk kritérium. Helyes a következtetés akkor, ha meg tudjuk mondani, hogy az adott előzményekből kiindulva a zárótételnek milyen lesz az értéke. Vegyük például ezt a régi dilemmát. A krokodil elrabolja egy anya gyerekeit. Csak azzal a feltétellel hajlandó visszaadni, ha az anya igazat válaszol arra a kérdésre, hogy vissza fogom-e adni a gyereket. Az anya ezt válaszolja: nem fogod visszaadni a gyereket. A krokodil ekkor így szól: ha igazat mondtál, akkor nem adom vissza a gyereket, mert ha visszaadnám, akkor nem lenne igaz, amit mondtál. Ha pedig nem mondtál igazat, akkor nem adom vissza a gyereket, mert nem tettél elégét annak a feltételnek, hogy igazat mondasz. Tehát semmiképpen sem adhatom vissza a gyereket.

Az anya erre így válaszolt: ha igazat mondtam, akkor megállapodásunk szerint vissza kell adnod. Ha pedig nem mondtam igazat, akkor azért kell visszaadnod a gyereket, mert ha nem adnád vissza, akkor igaz lenne, amit mondtam.

Ha ezt a következtetést abból a szempontból vizsgáljuk, hogy konklúziója szükségszerűen igaz-e, akkor tévesnek kell tekintenünk. Ha viszont azt mondjuk, hogy zárótételének (a krokodilus visszaadja a gyereket vagy nem adja vissza) értéke  $i/h$ , akkor helyesen állapítottuk meg, hogy az adott előzményekből mi következik.

Amikor a logikai irodalomban a *szofizmákat* tárgyalják, akkor gyakran dilemmákat hoznak fel példának. Ezek a következtetések ugyanis — a szokványos kritérium értelmében — csak látszólag helyesek. Az „ügyvéd”, a „krokodilus” stb. valóban szofizmák, ha úgy tüntetik fel, mintha az előbbieken megjelölt 1. és 2. feltétel garantálva lenne. Ha azonban ezt nem teszik, hanem arra a kérdésre keresnek választ, hogy a megadott előzményekből milyen zárótétel adódik, akkor az említett példákat nem tekinthetjük szofizmáknak.

Következésképpen Jevonsnak és másoknak azzal a véleményével sem érthetünk egyet, hogy a problémát a diszjunkció teljessé tételével kell megoldani. Ez egyrészt kevés lenne (nincs garantálva az 1. feltétel), másrészt a helyesség régi kritériumának spanyolcsizmájába kényszerítené a dilemmát. A megoldást abban látjuk, hogy figyelembe kell vennünk a komponensek viszonyait. Helykímélés végett nem közöljük a kondicionális-diszjunktív szillogizmus érték táblázatát. A keret amúgyis adva van a 13. táblázatban. Ha ebbe behelyettesítjük az előzmények megfelelő értékeit, akkor megkapjuk a zárótételek értékeit.

A szerzőnek a logikai viszonyok felhasználásáról eddig az alábbi cikkei jelentek meg:

*A megfordítás hagyományos felfogásának bírálata.* *MM Tájékoztató* 1968/1. sz.

*A logikai négyzeten alapuló következtetések.* *Magyar Filozófiai Szemle* 1968/2. sz.

*A közvetlen következtetések rendszere. Uo. 1968/4. sz.*  
*A kategorikus szillogizmus első alakzatáról. Uo. 1968/5. sz.*  
*Az ítélet terjedelme. Pedagógiai Szemle 1968/10. sz.*  
*A negyedik alakzat. MM Tájékoztató 1968/6. sz.*  
*A kondicionális szillogizmus. Magyar Filozófiai Szemle 1969/5. sz.*  
*Létezés és logika. MM Tájékoztató 1969/6. sz.*

## THE DISJUNCTIVE SYLLOGISM

*Gy. Tamás*

There is a widespread opinion according to which the inclusive resp. interrogative disjunctions are co-ordinated to one another. The author considers these operations as located on different levels of abstraction. The inclusive disjunction ( $p$  or  $q$ ) expresses the incompatibility of the components. The exclusive disjunction states, in addition, that the given phenomena cannot exist together. The exclusive disjunction is an emphatic proposition (either only  $p$  or only  $q$ ).

The author defines the values of disjunctive truths, contrary to mathematical logic, not on basis of the value of components but on that of the relationship of components. Starting from this principle, modalities of disjunctive syllogism are analysed. The last part of the paper deals with the conditional-disjunctive syllogism.

## ДИСЪЮНКТИВНЫЙ СИЛЛОГИЗМ

*Д. Тамаш*

Широко распространено мнение, согласно которому разрешающая, соответственно вопросительная дисъюнкции равноценны друг другу. По мнению автора, эти операции располагаются на различных уровнях абстракции. Разрешающая дисъюнкция ( $p$  или  $q$ ) выражает то, что компоненты не согласуются друг с другом. Исключающая дисъюнкция, идя дальше, является заявлением, что данные явления не могут находиться рядом друг с другом. Исключающая дисъюнкция — избирательное суждение (или только  $p$  или только  $q$ ).

Ценность дисъюнктивных суждений автор, в отличие от математической логики, определяет не на основе ценности компонентов, а на основе их отношения друг к другу. Исходя из этого он анализирует модальности дисъюнктивных силлогизмов. Заключительная часть статьи занимается кондиционально-дисъюнктивным силлогизмом.