

Hol a hiba a logikában?

RUZSA IMRE

A múlt esztendőben *Tamás György* egy logikai tanulmánysorozatot indított útjára. A sorozatnak eddig hat cikke jelent meg.¹ A cikkek tartalma és belső összefüggésük rendszere arra enged következtetni, hogy a sorozat folytatódni fog. Ám az eddig megjelent tanulmányok már elegendő alapot nyújtanak a szerző álláspontjának kritikai elemzéséhez.

A tanulmányok kisebb részben logikatörténeti kérdésekkel és logikával kapcsolatos filozófiai problémákkal foglalkoznak; ezt a témakört itt nem fogom érinteni. A sorozat fő tárgya a *hagyományos logika bizonyos tételeinek bírálata*. A későbbiek során a bírálat kiterjed a *matematikai logikára is*. Megtudjuk, hogy a formális logika — mind a hagyományos, mind a modern szimbolikus változata — súlyos hibákkal terhes, amelyek kijavítása persze halasztást nem tűrő feladat.

Predikátumok és osztályok

Hogy Tamás György fejtegetéseit követni tudjuk, tisztáznunk kell néhány logikai fogalom jelentését. Meg kell ezt tennünk azért is, mert a megfelelő definíciók többségét az idézett cikkekben hiába keressük.

A mai logika egyik fontos fogalma a *predikátum*. Predikátumnak nevezünk minden olyan fogalmat, amelyet bizonyos dolgokról állítani (predikálni) lehet. Predikátumok pl. „fut”, „férfi”, „fehér” (mert valakiről vagy valamiről lehet azt állítani, hogy fut, ill. hogy férfi, ill. hogy fehér). Nyelvi kifejezési formáját tekintve egy predikátum lehet ige vagy névszó (mint a példák mutatják), de lehet bonyolult összetett képződmény is, pl. „deresedő hajú, kettős könyvvitelben jártas, káros szenvedélyektől mentes, szabad idejét horgászással tölti” (hiszen ezt is lehet valakiről állítani). Általában, ami egy mondat állítmányaként szóba jöhet, az logikai értelemben is predikátumnak számít. Azokat a dolgokat, amelyekről egy-egy predikátumot állítani lehet, a mai-logikai szóhasználat *individuumoknak* nevezi. Egy rögzített logikai

¹ Tamás György következő munkáiról van szó: 1. A megfordítás hagyományos felfogásának bírálata. *Műv. Min. Tájékoztató*, 1968, 1., 47–65.; 2. A logikai négyzetten alapuló következtetések. *M. Fil. Szemle*, 12 (1968), 2., 349–370.; 3. A közvetlen következtetések rendszere. *M. Fil. Szemle*, 12 (1968), 4., 708–726.; 4. A kategorikus szillogizmus első alakzatáról. *M. Fil. Szemle*, 12 (1968), 5., 830–850.; 5. Az ítélet terjedelme. *Pedagógiai Szemle*, XVII (1968), 10., 901–911.; 6. A negyedik alakzat. *Műv. Min. Tájékoztató*, 1968, 6., 79–99. A továbbiakban e cikkekre rendre a következő címekkel hivatkozom: *Megfordítás*, *Logikai négyzet*, *Közvetlen következtetés*, *Kategorikus szillogizmus*, *Az ítélet terjedelme*, *A negyedik alakzat*.

vizsgálat (pl. egy következtetés ellenőrzése) során számításba jövő individuumok összessége alkotja a *tárgyalási univerzumot* (röviden: univerzumot, más néven: individuumtartományt). A predikátumokat tekinthetjük *nyílt mondatoknak* is: olyan mondatoknak, amelyekből egy mondatrész hiányzik. Ha e mondatrész helyébe egy individuum nevét tesszük, *zárt mondatot, kijelentést* (ítéletet, állítást) kapunk (amely lehet igaz vagy hamis). Pl. a „fut” predikátumot úgy tekinthetjük, mint a „... fut” nyílt mondatot, ahol a pontozás jelzi a hiányzó mondatrészt. Ha ide egy individuumnevet írunk (pl. „Jellachich”-ot), akkor a „Jellachich fut” zárt mondatot kapjuk, amely alkalmas körülmények között rendelkezik az „igaz” vagy a „hamis” logikai tulajdonságok egyikével, s így a szó logikai értelmében kijelentésnek számít.² Technikai okokból a „... fut” jelölés helyett az „ x fut” alakú jelölés terjedt el; ebben egy betű (x, y stb.) pótolja a hiányzó mondatrészre utaló kipontozást.³ Ha természetesen a „fut” predikátumot az „ F ” betűvel rövidítjük, akkor az „ x fut” nyílt mondatot tömören „ Fx ”-szel jelöljük.⁴

Azoknak az individuumoknak az *összességét* — logikai műszóval: *osztályát* —, amelyekre egy adott predikátum *igaz*, a szóban forgó predikátum *terjedelmének* szokás nevezni. Előfordulhat, hogy egy predikátum *semmire sem igaz* (pl. „európai arab ország”, „nulla nevezőjű tört”, „kétfejű filozófus” stb.); ilyenkor azt mondjuk, hogy az illető predikátum *terjedelme az üres osztály*. Egy osztályba tartozó individuumokról azt mondjuk, hogy az illető osztály *elemei*. Az üres osztálynak, természetesen, egyetlen eleme sincs.

Amíg az ún. extenzionális logika⁵ keretei között vagyunk, logikai vizsgálatainkban a predikátumokat helyettesíthetjük a terjedelmüket alkotó osztályokkal. Így a predikátumok közötti kapcsolatok mint osztályok közötti kapcsolatok ábrázolhatók, és itt néha még grafikus szemléltetésre is van lehetőségünk. A továbbiakban nem teszünk különbséget egy predikátum és a terjedelmét képező osztály között, sem a szövegben, sem az esetleges jelölésben. (Tehát ha történetesen egy predikátumot A -val jelölünk, akkor a terjedelmét képező osztályt is A -val jelöljük.)

A hagyományos logikában a predikátumokat rendszerint a „terminus” kifejezéssel illették. Tamás György a „fogalom” szóval jelöli őket. Mind a hagyományos logikában, mind Tamás tanulmányaiban nagy szerepet játszik

² A szó tágabb értelmében predikátumoknak nevezzük azokat a fogalmakat is, amelyek két vagy több individuum közötti kapcsolatokat, relációkat fejeznek ki. Ilyenek pl. a „kisebb”, „fia”, „között” predikátumok. Ezek nyílt mondatok alakjában így ábrázolhatók: „... kisebb mint — — —”, „... fia — — —-nak”, „... és — — — között van —”; itt a különbözően pontozott-vonalkázott helyeken különböző individuumok szerepeltethetők. — A tágabb értelemben vett predikátumfogalomra azonban Tamás György munkáinak elemzése során nem lesz szükségünk.

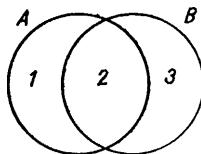
³ Ez a jelölés különösen a relációkat kifejező (ún. *többszámú*) predikátumok esetén javítja az áttekinthetőséget. Az előző lábjegyzet példái ezzel a jelöléssel: „ x kisebb mint y ”, „ x fia y -nak”, „ x és y között van z ”.

⁴ A helyesírási gyakorlat és az élő nyelvhasználat inkább azt a megoldást javasolná, hogy előbb írjuk az individuumra utaló x -et, és utána a predikátumra utaló betűt, továbbá hogy a predikátumot jelöljük kisbetűvel és az individuumot nagybetűvel (tulajdonnévre gondolva). Az ettől eltérő konvencióra persze van magyarázat, de ebbe itt nem bocsátkozhatunk.

⁵ Az extenzionális vagy terjedelmi logika eddig a formális logika legjobban kidolgozott területe. A predikátumok intenzionális kapcsolatait kutató logikai stúdiumok nagyrészt még kísérleti állapotban vannak. E problémakör megvilágítására most természetesen nem térhetünk ki.

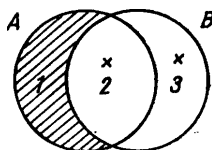
két, illetve három predikátum közötti terjedelmi kapcsolatok vizsgálata. Ahhoz, hogy Tamás György munkáját méltatni tudjuk, elég lesz megvizsgálunk a két predikátum közötti kapcsolatokat. A fentebb mondottak szerint ezt helyettesíthetjük két osztály közötti kapcsolatok vizsgálatával.

Ha két osztályról, mondjuk A -ról és B -ről, semmit sem tudunk, akkor kapcsolatukat két egymást metsző körrel szemléltethetjük, így:



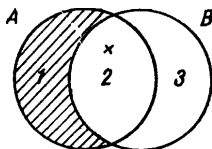
1. ábra

Ez az ábrázolási mód megengedi azt, hogy (a) A -nak legyenek olyan elemei, amelyek nem tartoznak B -hez („1” jelzésű tartomány), (b) A -nak és B -nek legyenek közös elemei („2” jelzésű tartomány), és (c) B -nek legyenek olyan elemei, amelyek nem tartoznak A -hoz („3” jelzésű tartomány). A két osztály kapcsolatáról mindent tudunk, ha tudjuk, hogy e három lehetőség közül melyik teljesül, melyik nem; másképp: ha tudjuk, hogy az „1”, „2”, „3” jelzésű tartományok közül *melyik* *üres*, *melyik* *nem*. Ha rendelkezésünkre állnak ezek az információk, akkor a következő módon vezethetjük rá őket az ábrára: az üres tartományt bevonalkázzuk, a nem-üresbe pedig keresztet rajzolunk. Egy példa:



2. ábra

Ilyen kapcsolat van például az emberek osztálya (A) és az élőlények osztálya (B) között. Olyan ember, aki nem élőlény, nincs, ezért „1” üres. Olyan individuum, amely ember is, élőlény is, van, ezért „2” nem üres. Végül van olyan élőlény is, amely nem ember, így „3” sem üres. — Mindjárt jegyezzük meg, hogy sok esetben nincs információnk mind a három tartományról, csak egyről vagy kettőről (esetleg egyről sem). Pl. jelentse A a földi élőlények osztályát, B pedig a naprendszerbeli élőlények osztályát. E két osztály kapcsolatáról jelenleg csak ennyit tudunk:

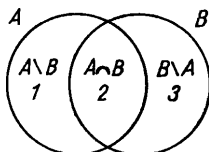


3. ábra

Tudjuk, hogy nincs olyan földi élőlény, amely nem volna egyben Nap-rendszerünkben élő lény is, ezért „1” üres. Azt is tudjuk, hogy vannak földi és egyben naprendszerünkbeli élőlények, ezt jelzi a „2”-ben lévő kereszt. Nem tudjuk, hogy vannak-e élőlények Nap-rendszerünkben a Földön kívül, ezért a „3” tartomány (egyelőre) „fehér folt” maradt. (Az űrkutatás feladata, hogy eldöntse: rajzolhatunk-e keresztet a „3” tartományba, avagy be kell azt vonalkáznunk.)

Az ilyen és hasonló ábrákat, amelyekkel osztályok közötti kapcsolatokat szemléltethetünk, *J. Venn* angol matematikusról *Venn-diagramoknak* nevezik. Tamás György a cikksorozatában rendszeresen használja a Venn-diagramokat. Ezért, hogy idevágó megállapításait elemezni tudjuk, kissé részletesebben kell foglalkoznunk e diagramokkal.

Először is célszerű lesz az 1. ábra három tartományára megfelelő jelölést bevezetni. Jelöljük az „1” tartományt $A \setminus B$ -vel (olv. A mínusz B), annak megfelelően, hogy ezt a tartományt úgy kapjuk, hogy A -ból kihagyjuk azokat az elemeket, amelyek B -hez is hozzátartoznak. Természetesen a „3” tartományt ezzel összhangban $B \setminus A$ -val jelöljük. Végül jelöljük „2”-t $A \cap B$ -vel (olv. A metszete B -vel), annak megfelelően, hogy ez a tartomány a két osztály *metszetében*, közös részében levő elemeket tartalmazza. A jelölést összefoglalja a következő ábra.



4. ábra

A három tartomány mindegyike lehet üres vagy nem-üres (két lehetőség). A három tartományt együttesen tekintve ez $2^3 = 8$ variációt ad. A következő ábra szemlélteti ezeket a variációkat Venn-diagramjaikkal együtt.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1 $A \setminus B$	üres	üres	üres	nem üres	üres	nem üres	nem üres	nem üres
2 $A \cap B$	üres	üres	nem üres	üres	nem üres	üres	nem üres	nem üres
3 $B \setminus A$	üres	nem üres	üres	üres	nem üres	nem üres	üres	nem üres

5. ábra

Azt a tényt, hogy egy C osztály üres, a neki megfelelő C predikátum felhasználásával a következő kijelentéssel fejezhetjük ki: „Nincs olyan individuum (univerzumunkban), amely C tulajdonságú.” Röviden: „Nincs C .” (Pl. ha $C =$ „európai arab ország”, akkor a megfelelő kijelentés: „Nincs(enek) európai arab ország(ok).” Azt pedig, hogy egy D osztály nem üres, a D predikátum felhasználásával így fogalmazhatjuk meg: „Van olyan individuum,

amely D tulajdonságú.” Röviden: „ $Van D$.” (Pl. ha $D =$ „gyarmati ország”, akkor a megfelelő kijelentés: „ $Van(nak)$ gyarmati ország(ok).”)

Az $A \setminus B$, $A \cap B$, $B \setminus A$ tartományok üres vagy nem üres voltát is kifejezhetjük az A és a B predikátumokra vonatkozó kijelentésekkel. A 4. ábrát szem előtt tartva, az olvasó ellenőrizheti, hogy a megfelelő kijelentések az alábbiak:

$A \setminus B$ üres: „*Nincs olyan A , amely nem B .*”

$A \setminus B$ nem üres: „*Van olyan A , amely nem B .*”

$B \setminus A$ -ra ugyanezeket alkalmazhatjuk, A és B szerepcseréjével. Lássuk még $A \cap B$ -t is:

$A \cap B$ üres: „*Nincs olyan individuum, amely A is, és B is.*” Rövidebben: „*Nincs olyan A , amely B ”, vagy: „*Nincs olyan B , amely A .*” (Világos, hogy itt A és B sorrendje közömbös, hiszen A és B közös része ugyanaz, mint B és A közös része.⁶ Jelölésünkkel: $A \cap B = B \cap A$.)*

$A \cap B$ nem üres: „*Van olyan A , amely B ”, vagy: „*Van olyan B , amely A .*”*

Ezek alapján az 5. ábra minden grafikonja alá írhatnánk három kijelentést, amely együttesen pontosan kifejezi a grafikon nyújtotta információt. Az első diagramhoz pl. ez a három kijelentés tartozik:

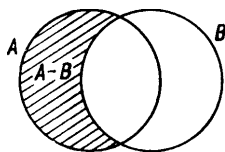
Nincs olyan A , amely nem B .

Nincs olyan A , amely B .

Nincs olyan B , amely nem A .

Még egy fogalommal célszerű megismerkednünk: az osztályok közötti *tartalmazási* relációval. Azt mondjuk, hogy a B osztály *tartalmazza* az A osztályt, ha az A osztálynak nincs olyan eleme, amely nem eleme a B osztálynak, azaz ha az A osztály minden eleme a B osztálynak is eleme. E definíció következménye, hogy *az üres osztályt bármely osztály tartalmazza*, hiszen ha A üres, akkor *nincs olyan* eleme, amely B -nek nem eleme (hiszen *egyáltalán nincs* eleme).

Az, hogy B tartalmazza A -t, pontosan annyit jelent, hogy az $A \setminus B$ tartomány üres:



6. ábra

Másrészt, ha B tartalmazza A -t, akkor ezt az A és a B predikátumok segítségével a következő kijelentésben fogalmazhatjuk meg: „Minden A (egyben) B (is).” Ez a megfogalmazás bizonyára helytálló, hiszen ebben az esetben A minden eleme valóban B -nek is eleme. Ebből az következik, hogy a „nincs olyan A , amely nem B ”, és a „minden $A-B$ ” kijelentések egyenértékűek,

⁶ Az olvasó elnézését kérem, hogy ilyen magától értetődő dolgokat fejtegetek, de már találkoztam olyan logikai munkával, amely tagadja A és B fölcserélésének lehetőségét az itt szereplő összefüggésben.

hiszen mindkettő azt fejezi ki, hogy az $A \setminus B$ tartomány üres. Ám némi kétkedés léphet föl abban az esetben, amikor A -nak egyáltalán nincs eleme, azaz ha A üres osztály. Azt bizonyára mindenki elismeri, hogy A üressége esetén „nincs olyan A , amely nem B ” igaz (mert tényleg nincs *olyan* A , hiszen *semmilyen* A sincs), de egyesek esetleg kételkednek abban, hogy „minden $A - B$ ”, A üressége esetén, igaz.

Ez a probléma a hagyományos logikában nemigen vetődött föl, mert ott hallgatólag feltételezték, hogy az állításokban és a következtetésekből szereplő egyszerű predikátumok terjedelme nem üres. A köznapi gondolkodást sem érdekli e kérdés, mert az ilyen kijelentésekben, mint „minden dolgozónk szakszervezeti tag”, „minden tagom fáj”, „minden barátnőm miniszternőt visel”, természetes, hogy van dolgozónk, ill. van tagom, ill. van barátnőm. Ám Tamás György nem akar megrekedni sem a hagyományos logika, sem a köznapi gondolkodás szintjén, és így elismeri üres osztályok szerepeltetésének jogosságát is. (Sőt, meg is dicséri a matematikai logikát azért, hogy bevonta vizsgálódásai körébe az üres terjedelmű predikátumokat.) Nos, első négy cikkében Tamás még igaznak tartja a „minden $A - B$ ” típusú kijelentést üres A esetén, ám *Az ítélet terjedelme* című cikkében — megváltoztatva álláspontját — már hamisnak minősíti. Lássuk hát részletesen ezt a problémát.

Az üres osztály problémái

Nem kell azt gondolnunk, hogy üres osztályra vonatkozó kijelentések csak nagyon absztrakt régiókban fordulhatnak elő. Találkozunk ilyenekkel egészen hétköznapi körülmények között is. Folytassuk vizsgálatunkat egy ilyen egyszerű példán. Tegyük föl, hogy *Piripócs*on egyáltalán nincs tüdőbeteg. Mi az igazságértéke ebben az esetben a „Minden piripócsi tüdőbetegét nyilvántartanak” kijelentésnek?

Ha az említett kijelentést (az említett feltétel mellett) *hamisnak* minősítjük, akkor tagadását *igaznak* kell tartanunk (amíg a kétértékű logika keretei között maradunk — azaz amíg elfogadjuk azt, hogy egy kijelentés *vagy* igaz, *vagy* hamis). A szóban forgó kijelentés tagadása így hangzik: „Nem igaz, hogy minden piripócsi tüdőbetegét nyilvántartanak”, vagy, kissé rövidebben: „nem minden piripócsi tüdőbetegét tartanak nyilván”. De hát tudunk hivatkozni akárcsak egy piripócsi tüdőbetegre is, aki nem szerepel a nyilvántartásban? Nem tudunk, hiszen egyáltalán nincs tüdőbeteg Piripócs. Akkor tagadó kijelentésünk nem igaz, tehát igaz az eredeti.

Egy másik érvelés a fenti álláspont védelmében. Képzeljük el, hogy az Egészségügyi Minisztérium kiad egy rendeletet, amely szerint minden községben a helyi egészségügyi hatóságnak nyilvántartásba kell vennie a tüdőbetegeket. Ha X községben van tüdőbeteg, és végrehajtják a rendeletet, akkor igaz az, hogy „minden X -i tüdőbetegét nyilvántartanak”, ha nem hajtják végre, akkor hamis. Miért lenne ez másképp Piripócs, ahol egyáltalán nincs tüdőbeteg? Ott ugyan nem vesznek nyilvántartásba senkit, mégis végrehajtják az utasítást. Vagy Piripócs talán nem érvényes a rendelet?

Egy másik példát választva, nézzük meg a „minden magyar úrhajós hindu” kijelentést is. Mivel magyar úrhajósok (ez idő szerint) nincsenek, az előbbi példa okoskodása alapján ezt a kijelentést is igaznak kell minősíteni. Elképzelhető, hogy az olvasó ezzel nem ért egyet (esetleg még akkor sem,

ha a piripócsi tüdőbetegekre vonatkozó érvelést elfogadta). Kétségtelen, hogy az előző bekezdéssel analóg okfejtés itt lehetetlen. Ha valaki ki akarja vonni ezt a mondatot a kétértékű logika köréből (azaz a kétértékű logika szempontjából értelmetlennek minősíti), azzal nem is vitázom. De ha valaki *a kétértékű logikán belül* kívánja értékelni, akkor *csak igaznak* minősítheti ezt a kijelentést. És az idevágó érvelés ugyanaz, mint két bekezdéssel előbb a piripócsi tüdőbetegek esetében. Ha hamis volna az, hogy *minden* magyar úrhajós hindu, akkor igaz lenne az, hogy *nem minden* magyar úrhajós hindu, azaz hogy a magyar úrhajósok közül legalábbis egyesek nem hindu nemzetiségűek, azaz hogy *van* a magyar úrhajósok osztályának olyan tagja, aki nem hindu. De hogyan lehetne ez igaz, ha egyszer a magyar úrhajósok osztálya üres? — Természetesen ez az érvelés igaz „magyar úrhajós” helyett tetszőleges üres A osztályra, és „hindu” helyett tetszőleges B osztályra.

Így tehát azt kaptuk, hogy a „minden $A - B$ ” és a „nincs olyan A , amely nem B ” típusú kijelentések üres A esetén is (tehát mindig) egyenértékűek.

Hadd jegyezzük meg — éppen a probléma kiélezése kedvéért —, hogy a mondott feltétel mellett az „egyetlen magyar úrhajós sem hindu” állítás is igaz. Ez azért figyelemre méltó, mert első megközelítésre úgy tűnhet, hogy a „minden” és az „egyetlen sem” a legélesebb ellentétben állnak egymással, és így nem lehetnek egyszerre igazak. De ha A üres osztály, akkor „minden $A - B$ ” és „egyetlen A sem B ” egyaránt igaz. És ebből természetesen következik, hogy ezek az állítások *nem lehetnek egymás tagadásai*, hiszen igaz állítás tagadásának hamisnak kell lennie (és megfordítva). „Minden $A - B$ ” tagadása ez: „*Nem minden $A - B$* ” (vagy, átfogalmazott formában: „Van olyan A , amely nem B ”). „Egyetlen A sem B ” tagadása, közvetlen formában, csak így fejezhető ki: „Nem igaz, hogy egyetlen A sem B ” (Átfogalmazva: „Van olyan A , amely nem B ”). Az átfogalmazás problémájára még visszatérünk.)

A továbbhaladás kedvéért most gondoljunk egy tudományos-fantasztikus regényre, amelyben magyar úrhajósok is szerepelnek. *Ebben a regényben* már hamis lesz a „minden magyar úrhajós hindu” kijelentés, mert *a regényben* a magyar úrhajósok osztálya nem üres. Teljesen világos, hogy a regény logikailag hibás lenne, ha egyrészt magyar úrhajósokat szerepeltetne, másrészt pedig úgy állítaná be a dolgokat, hogy ezek a magyar úrhajósok hindu nemzetiségűek. Ez természetesen nem érinti azt a kérdést, hogy *elhiszük-e* a regénysztoriját: *hogy egy regény igazat ír-e, az nem logikai kérdés*. És ezt a megállapítást általánosítanunk kell a következő formában: *egy kijelentés igaz vagy hamis voltának eldöntése nem tartozik a formális logika körébe*. A formális logika csak annak vizsgálatára vállalkozik, hogy a kijelentések között, *szerkezetüket tekintve*, bizonyos kapcsolatok fennállanak-e vagy sem. (Pl. hogy bizonyos kijelentések lehetnek-e együttesen igazak vagy hamisak.) Így pl. nem a formális logika feladata annak megállapítása, hogy igaz-e a „minden magyar úrhajós hindu” kijelentés. De már hatáskörébe tartozik annak megállapítása, hogy *amennyiben* a magyar úrhajósok osztálya nem üres, és ebbe az osztályba hinduk nem tartoznak, *akkor* a „minden magyar úrhajós hindu” kijelentés hamis.

Mint említettem, Tamás György *Az ítélet terjedelme* című írásában hamisnak nyilvánítja a „minden $A - B$ ” típusú kijelentést abban az esetben, amikor A terjedelme üres. Indokolás: ebben az esetben a közös rész ($A \cap B$) üres, „ami azt mutatja, hogy nincs összefüggés az előtag és az utótag között”.

(905. o.) Tamás György számára bizonyára fülsértő az olyan állításokat gaznak tartani, mint „minden fúria kígyóhajú”, „minden sellő szép”, „minden ördög ember”, amennyiben tagadjuk a fúriák, sellők és ördögök létezését. (Mellesleg, azt gondolom, hogy a mitológia szakértői ki tudják mutatni, hogy a fúria és a kígyóhajú, a sellő és a szép, valamint az ördög és az ember fogalmak között *van* összefüggés, csak persze nem *terjedelmi* összefüggés. De nyugodtan mellőzhetjük ezt a kérdést, mert úgy sem ez a döntő.) Ám lássuk, mit kapunk Tamás György javaslatának elfogadása esetén. Ime néhány példa. Ha fölteszük, hogy a fúriák, a múzsák, a magyar úrhajósok, valamint az istenek osztálya üres, a Tamás-féle értékelés szerint a következő eredményekhez jutunk:

Minden fúria fúria — hamis.

Minden fúria képzeletbeli lény — hamis.

Minden múzsa szerepel a hitregékben — hamis.

Minden magyar úrhajós magyar — hamis.

Minden isten létezését elveti a materializmus — hamis.

A példák mutatják, hogy a Tamás-féle értékelés *semmivel sem jobb*, mint a matematikai logikáé. De, úgy tűnhet, a matematikai logika értékelése sem kielégítő, mert e szerint meg igaznak minősülhet az alábbi állítás:

Minden isten létezését elfogadja a materializmus,

hiszen istenek *nem léteznek*. A probléma megoldásához meg kell vizsgálnunk a következő kérdést: egy fogalom körébe tartozó dolgok *nemlétezése* ekvivalens-e azzal, hogy a fogalom terjedelme *üres osztály*? (Például: az istenek nemlétezése ekvivalens-e azzal, hogy az istenek osztálya üres?) Ez kényes kérdésnek tűnik, amelynek megválaszolásához először a *létezés* filozófiai kategóriáját kellene tisztázni. Léteznek-e istenek? Vallásos filozófiák szerint igen, ateista filozófiák szerint nem. Léteznek-e, mondjuk, a pozitív egész számok? Platónista jellegű filozófiák szerint ezek a létezés legtökéletesebb kategóriájába tartoznak. A dialektikus materializmus szerint a számok semmiképp sem léteznek ugyanolyan értelemben, mint az anyagi testek, teszem azt, a bolygók, hanem csak mint *a véges halmazok* bizonyos objektíve meglevő *tulajdonságainak* (ti. *mértékeinek*) tükröződései. Üres-e a pozitív egész számok osztálya? A számok létezési módjára vonatkozó filozófiai megfontolásoktól függetlenül, erre mindenki tagadólag válaszol. Nem üres ez az osztály; íme, meg tudjuk nevezni néhány tagját: 1, 2, 3, . . . Üres-e az X. Y. fantasztikus regényében szereplő magyar úrhajósok osztálya? Nem üres, noha bizonyára mindenki egyetért abban, hogy tagjai nem léteznek (sem úgy, mint az égitestek, sem úgy, mint a számok), legföljebb az író és az olvasó képzeletében. Üres-e a múzsák osztálya? Nem üres, hiszen a mitológia felsorolja ezen osztály összes tagját, noha a múzsák létezését aligha fogadja el valaki. — Általában, ha egy osztály néhány tagját meg tudjuk nevezni, akkor értelmetlen dolog a szóban forgó osztályt üresnek tekinteni. (Ez természetesen nem jelenti azt, hogy ha egy osztály egyetlen tagját sem tudjuk megnevezni, akkor az az osztály üres.) Egy osztály tagjai *bármiféle dolgok* lehetnek: anyagi objektumok, anyagi objektumok közötti összefüggéseket kifejező fogalmak, többszörös absztrakció és idealizáció révén alkotott fogalmak, elképzelt, mesebeli, monda-beli dolgok stb. Ha elismerjük, hogy tudományos hipotézisekben, regényekben,

legendákban stb. is helyénvaló (a tudományos hipotézis esetében *elengedhetetlen*) a logika törvényeinek a betartása, akkor el kell ismernünk olyan osztályokat is, amelynek tagjai (a „létezés” kategóriájának valamilyen felfogása szerint) nem léteznek, vagy létezésük hipotetikus, esetleg vitatható. Összegezve: meg kell engednünk osztályok alkotását „nemlétező” dolgokból is. Ám természetesen egy osztály nem-üres voltából nem következtethetünk arra, hogy tagjait megilleti az ilyen vagy olyan filozófiai értelemben vett „létezés” attribútuma.

Ily módon a válasz a fölvetett kérdésre tagadó: abból, hogy egy fogalom (valamilyen filozófiai értelemben) nemlétező dolgokra vonatkozik, *nem következik*, hogy terjedelme üres. Az „isten” fogalma az ateizmus szerint nemlétező dolgokra vonatkozik. Az istenek osztálya azonban nem üres, tagjai Buddha, Siva, Allah, Jehova, Zeusz, Aphrodité stb. Következésképp az a kijelentés, hogy „minden isten létezését elfogadja a materializmus”, *nem minősíthető igaznak azon az alapon, hogy az istenek osztálya üres* — hiszen nem üres ez az osztály. (Ezt a meggondolást alkalmazhatjuk sellőkre, ördögökre és egyéb mondabeli „lényekre” is.)

Látjuk, a matematikai logika eljárása nem szorul korrekcióra, ha a nemlétezőt és a terjedelem ürességét nem azonosítjuk. Ezt a kikötést úgy is megfogalmazhatjuk, hogy a formális logikának nincs és nem is lehet semmi köze olyan kérdésekhez, hogy léteznek-e sellők, istenek vagy antiprotonok. „Létezni” a formális logika számára nem jelent többet, mint „a tárgyalási univerzum elemének lenni”.

Tamás György egészen más véleményen van e kérdést illetően. Ezt írja: „az üres osztály olyan fogalom, amelyben nem létező tárgyakat általánosítunk”. (*Logikai négyzet*, 357. o.) Nem értem, hogyan lehet az általánosítás eredménye üres osztály. Ha különféle „nem létező tárgyakat” összevonunk egy osztályba, akkor a kapott osztály nem üres: tagjai éppen azok a „nem létező tárgyak” lesznek, amelyekből általánosítottunk. Úgy gondolom, üres osztály nem általánosítás, hanem fogalmakkal (azaz osztályokkal) végzett *műveletek* eredményeként jöhet létre. Így az úrhajósok és a magyar nemzeti-ségűek osztályának közös része a magyar úrhajósok osztálya (amely ez idő szerint üres); a Rákóczi úti ház és a tízemeletes ház fogalmából hasonlóan alkothatjuk meg a Rákóczi úti tízemeletes ház fogalmát (jelenleg üres terjedelmű), a kettőnél nagyobb prímszámok és a páros számok osztályának közös része a kettőnél nagyobb páros prímszámok osztálya (ugyancsak üres) stb. A tudományos tevékenységben az üres terjedelmű fogalmak túlnyomórészt ilyen úton jönnek létre.

A „részleges” és a „létezési” ítéletek

Tamás György a tanulmányaiban túlnyomórészt az úgynevezett *kategorikus ítéletekkel* foglalkozik. Így nevezték a hagyományos logikában azokat a kijelentéseket, amelyek az alábbi négy séma valamelyikével egyező szerkezetűek:

Minden A — B	(A típus),
Egyetlen A sem B	(E típus),
Néhány A egyben B	(I típus),
Néhány A nem B	(O típus),

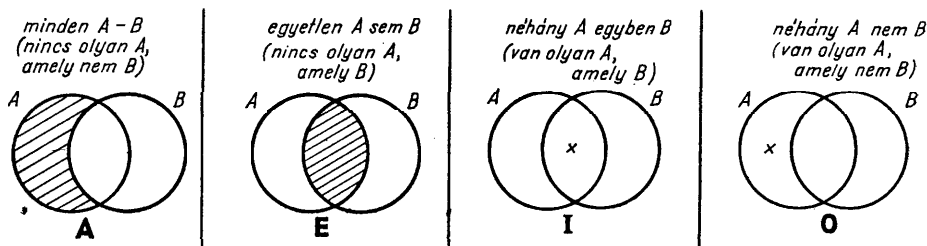
Ezekben A és B tetszőleges predikátumok.

Az **A** típus, mint már láttuk, a „nincs olyan A , amely nem B ” átfogalmazott alakja. Az **E** típusról világos, hogy a „nincs olyan A , amely B ” variánsa. Az **I** és az **O** típus nem szerepel azon hat kijelentés között, amely az $A \setminus B$, $A \cap B$, $B \setminus A$ tartományok üres, ill. nem üres voltát fejezi ki. Úgy tűnhet, ezek más jellegű kijelentések. Ám egy rövid eszmefuttatás megmutatja, hogy **I** és **O** csupán kissé homályos átfogalmazása két már megismert típusnak.

Nevezetesen: „Néhány A egyben B ” a „van olyan A , amely B ” átfogalmazása, amennyiben föltesszük, hogy a „néhány” azt jelenti, hogy „legalább egy”. Valóban, ha igaz az, hogy „legalább egy A tulajdonságú individuum egyben B tulajdonságú is”, akkor természetesen kell lennie legalább egy individuumnak A és B közös részében, és így „van olyan A , amely B ” is igaz. És megfordítva: ha ez az utóbbi állítás igaz, akkor természetesen legalább egy A tulajdonságú individuum egyben B tulajdonságú is, tehát igaz az, hogy „néhány A egyben B ”. — Persze, ha a „néhány”-on azt értjük, hogy „több mint egy”, vagy „legalább egy, de nem mind”, akkor már az egyenértékűség nem áll fenn. (A „néhány” ezen értelmezései is kifejezhetők azonban *más* logikai formákkal.) Világos, hogy ha egy mondat nem egyértelmű, akkor az semmiféle logikai vizsgálódás tárgyát nem képezheti. Ezért a „néhány” (vagy „némely”) előtétet nem használhatjuk, hacsak előzetesen meg nem állapodunk abban, hogy melyik jelentésében fogjuk használni. Mivel most Tamás György cikkeinek elemzése érdekében rákényszerülünk e kifejezés használatára, egyezünk meg abban, hogy mindig a „legalább egy” értelmet tulajdonítjuk a „néhány”-nak. E megállapodással az **I** típusú kategorikus ítélet a „van olyan A , amely B ” ekvivalensének bizonyul.

Analóg megfontolásokkal kapjuk, hogy az **O** típus a „van olyan A , amely nem B ” ekvivalense.

Így a négy kategorikus ítélettípus rendre a következő relációkat fejezi ki: $A \setminus B$ üres; $A \cap B$ üres; $A \cap B$ nem üres, $A \setminus B$ nem üres. Venn-diagramjaikat mutatja a következő ábra.



7. ábra

Az *ítélet terjedelme* c. cikkében Tamás György felrója a matematikai logikának a „van olyan A , amely B ” és a „néhány $A - B$ ” alakú kijelentések azonosítását. Ezt írja:

„Ismeretes, hogy a minden $S - P$ ítéletben, a matematikai logika szerint, nem nyilatkozunk az S terjedelmébe tartozó tárgyak létezéséről. Ezzel egyetértünk. De akkor mi indokolja azt a véleményt, hogy a némely $S - P$ ítéletben szó van erről? A van olyan eset, hogy $S - P$ vagy van olyan S , amelyik P — létezési ítélet, amely önálló ítéletforma. A „némely”-nek

„van olyan”-nal való interpretálása a részleges és a létezési ítélet hibás azonosítása.”

Igen, ismeretes, cikkünk előző részéből, hogy a „minden $S - P$ ” kijelentésben $S \setminus P$ terjedelméről *nyilatkozunk*, nevezetesen azt állítjuk róla, hogy üres. (Ez persze, mint minden állítás, lehet igaz, vagy lehet hamis.) Azt is tisztáztuk, hogy amennyiben a határozatlan „né mely”-t úgy értjük, hogy „legalább egy”, akkor a „né mely $S - P$ ”-ben azt állítjuk, hogy $S \cap P$ nem üres (amiből természetesen következik, hogy sem S , sem P nem üres). A kategorikus ítéletek *mindegyike* annyiban létezési ítélet, hogy az $S \setminus P$, ill. az $S \cap P$ körébe eső individuumok létezését állítja vagy tagadja.⁷ Nincs tehát itt semmi heterogenitás. És nincs értelme „a matematikai logika véleményéről” beszélni, mert az, hogy egy ítélet szerkezete mit fejez ki, nem vélemény dolga, hanem ténykérdés. Ha egyszer valaki azt mondja, hogy minden $S - P$, akkor azt mondja, hogy *nincs* olyan S , amely nem P , tehát *tagadja* az $S \setminus P$ körébe eső dolgok létezését. Ha pedig azt mondja, hogy né mely $S - P$, akkor *állítja* az $S \cap P$ körébe eső dolgok létezését. És az is tény (és nem vélemény dolga), hogy az első esetben nyitva marad $S \cap P$ és ezzel együtt S üres voltának kérdése, a második esetben pedig mind S , mind P nem-üres volta adódik. Ha csak azt mondom, hogy délelőtt nem dolgoztam, akkor nyitott kérdés, hogy délután — és így a nap folyamán bármikor — dolgoztam-e, de ha azt mondom, hogy délután dolgoztam, akkor eldőlt, hogy a szóbanforgó nap folyamán dolgoztam. Miért kell a tényeken erőszakot elkövetni, és valami előregyártott sémába (és ráadásul rossz sémába) kényszeríteni a kategorikus ítéleteket? Különbösen is, *ha séma kell*, itt a séma, amely a tényekhez igazodik: a négy kategorikus ítélet közül kettő létezést állít (**I** és **O**), kettő pedig létezést tagad (**A** és **E**). Hogy ez nem egyezik a külső megjelenési forma alapján készült hagyományos felosztással? Ennek az a magyarázata, hogy a matematikai logika feltárta a kategorikus kijelentések tényleges szerkezetét, túlhaladva a korábbi logikának a külső nyelvi formára alapozott megállapításait.

Hibás-e a „né mely $S - P$ ” azonosítása a „van olyan S , amely P ”-vel? Itt Tamás György is a „legalább egy” értelmében használja a „né mely”-t. Szerinte az azonosítás hibás, ezt azonban semmivel sem indokolja. Főntebb kimutattam, hogy az azonosítás helyes.

E kérdésben Tamás György egyetlen érve az az előítélet, hogy a részleges és a létezési ítéletek különböző típusba tartoznak. A matematikai logikában ilyen skatulyák, hogy általános, részleges, egyedi meg létezési ítéletek, nincsenek. Nincsenek, mert egy ilyen felosztás semmivel sem ér többet, mint ha, teszem azt, e folyóirat cikkei így osztályoznám: A, R, E és L betűvel kezdődő cikkek. (Először is e felosztásból a legtöbb cikk kimaradna, másodszer a felosztás semmire se volna használható.) Hová sorolnánk pl. ezt a kijelentést: „Jánosnak van olyan osztálytársa, aki minden tantárgyból bukott, de János minden testvére kitűnő tanuló, kivéve Andrást, aki már befejezte tanulmányait”? — Erről a kérdésről tehát nem tudunk vitatkozni. De valamit mégis a „létezési ítéletekről”. Láttuk, hogy a kategorikus ítéletek is létezést állítanak vagy tagadnak, de természetesen csak abban a formális értelemben, amely szerint létezés = az univerzumhoz tartozás. Lehet, hogy Tamás Györgyöt az a kérdés izgatja, hogy hogyan lehet a létezést mint filozófiai kategóriát

⁷ Természetesen „létezés” itt csupán az univerzumhoz tartozást jelent, ahogyan korábban kifejtettük.

kifejezni a formális logikában. Erre két lehetőség is van. Az egyik: olyan univerzumot használunk, amelynek individuumait megilleti az általunk filozófiailag elfogadott létezési attribútum. Ez a megoldás néha elégtelen, mert, mondjuk, olyan individuumokat is szerepeltetünk állításainkban, amelyeket nem fogadunk el filozófiailag létezőknek, vagy esetleg a létezés több szintjét különböztetjük meg (materiálisan létező, reális absztrakció szintjén létező stb.). Ilyen esetben bevezetjük az „ x létezik” predikátumot (vagy több ilyenféle predikátumot), amelynek terjedelme szűkebb lehet univerzumunknál. Formálisan azonban ezt a predikátumot éppen úgy kezeljük, mint bármely más predikátumot (amit speciális természetéről ki akarunk használni, azt premisszában rögzítjük, csakúgy mint bármely más predikátum esetén). Éppen ezért nincs semmi értelme a *formális logikában* a létezési ítéletek megkülönböztetésének. Természetesen ez a megállapítás egyáltalán nem érinti a létezés kifejező ítéletek *filozófiai* rangját.

A „fogalomviszonyok” módszere

Tamás György a logikai vizsgálatainak túlnyomó részét az 5. ábra nyolc diagramjára építi. E diagramokat ő a „fogalomviszonyok” kifejezőinek tekint (ugyanis fogalmaknak nevezi a predikátumokat). Az egész cikksorozaton végigvonuló alap gondolata röviden így foglalható össze.

Mind a hagyományos logikában, mind a matematikai logikában alig törődnek a fogalomviszonyokkal, mert ezek a logikák „ítéletcentrikusak”. (Ez egy megvető jelző Tamás szótárában.) Pedig a fogalomviszonyok a döntőek. A logika csaknem minden problémájában rájuk kell támaszkodni, s menten ledől egy sor tiltó korlát, és érvényét veszti egy sor helyesnek tartott törvény. — A hat cikk mindegyike a logika egy-egy témakörére alkalmazza a „fogalomviszonyok” módszerét, hogy azután kő kövön ne maradjon az eddig szilárdnak vélt épületből.

Egy egyszerű példa elég lesz arra, hogy a „fogalomviszonyok” módszerét bemutassuk, és egyben horderejét is megítéljük.

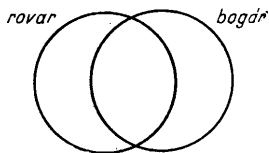
A hagyományos logikában „ellentétesre következtetés”-nek nevezik azt a szabályt, amely szerint ha egy „minden $A - B$ ” típusú kijelentés igaz, akkor a megfelelő „egyetlen A sem B ” kijelentés hamis. Ez a szabály hibás: ha az A predikátum terjedelme üres osztály, akkor mind a két kijelentés igaz. A hagyományos logikában azért vélték e szabályt helyesnek, mert hallgatólag feltételezték, hogy a szereplő predikátumok terjedelme sohasem üres. — És most lássuk Tamás György ide csatlakozó példáját. (*Logikai négyzet*, 367—368. o.)

„Vegyük példaként előzménynek ezt az ítéletet: minden rovar bogár. Állapítsuk meg, hogy a vele ellentétes ítélet (Egyetlen rovar sem bogár — $R. I.$) igaz-e vagy hamis . . . Az előzmény (a kiinduló ítélet — $R. I.$) értékének megállapításához felhasználjuk a fogalmak viszonyait. Ha nem emlékeznénk iskolai tanulmányainkból arra, hogy a bogár a rovar egyik fajtája, akkor valamely biológiai könyvből ezt könnyen megtudhatjuk. Eszerint ítéletünk fogalmi fölérendeltségi viszonyban vannak. Ez a viszony táblázatunkban a 7. oszlopban szerepel. (Lásd az 5. ábra 7. grafikonját; ezt az esetet nevezi Tamás fölérendeltségi viszonynak — $R. I.$) Ott azonnal leolvashatjuk, hogy fölérendeltségi viszony esetén az A ítélet hamis. Az előzményünkkel ellentétes

ítélet így hangzik: egyetlen rovar sem bogár, ami **E** típusú ítélet. A 7. oszlopban az **E** hamis. Eldöntöttük a kérdést.”

Tamás György táblázatában valóban megtaláljuk a szükséges adatokat, amelyek szerint a 7. ábra feltételeinek teljesülése esetén az „Egyetlen *A* sem *B*” kijelentés hamis, hiszen itt $A \cap B$ nem üres. Ez tehát rendben van. Ha csak a befejezésére ügyelünk, úgy tűnik, kitűnő a módszer, hiszen „eldöntöttük a kérdést”. De most ne csak az út *végére* figyeljünk, hanem *az egész útra*.

Tamás György ezt ígéri: (a) a „minden rovar bogár” ítéletből (b) a fogalomviszonyok segítségével (c) meg fogom állapítani az „egyetlen rovar sem bogár” ítélet logikai értékét. Ebből (c) helyes: valóban megállapította. Most koncentráljunk (b)-re: „a fogalomviszonyok segítségével”! Mit is jelent ez? Meg kell tudnom, hogy a „rovar” és a „bogár” fogalmak között milyen. „viszony” van. Vagyis meg kell tudnom, hogy ebben a diagramban:

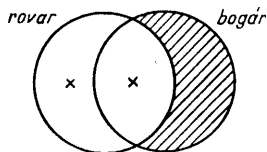


8. ábra

melyik tartomány üres és melyik nem. Ez azonban, mint a 928. oldal fejtegetéseiben kiderült, semmi mást nem jelent, mint azt, hogy meg kell tudnunk: az alábbi három kijelentés közül melyik igaz, melyik hamis:

1. Nincs olyan rovar, amely nem bogár. (Másképp: Minden rovar bogár.)
2. Nincs olyan rovar, amely bogár. (Másképp: Egyetlen rovar sem bogár.)
3. Nincs olyan bogár, amely nem rovar.

Emlékezetből vagy lexikonból, mindegy hogyan, megállapítjuk, hogy 1. és 2. hamis (tehát a „nincs” helyett a „van” az igaz, így a megfelelő tartományok nem üresek), 3. pedig igaz (a harmadik tartomány tehát üres). És Tamás György hiába mondja, hogy ő nem ezt csinálta, ő csak azt állapította meg, hogy a rovar fogalma fölérendelt a bogár fogalmához képest. Hiába nevezzük másképp a dolgokat, attól még nem másulnak meg! Tamás György akkor és csak akkor tudja megrajzolni ezt a grafikont:



9. ábra

ha tudja az imént említett három ítélet logikai értékét. *A fogalomviszonyokat ismerni annyi, mint a megfelelő három kijelentés logikai értékét ismerni.* Ezt nem homályosíthatja el az a mellékkörülmény, hogy az adott esetben a tényállás

kifejezhető úgy, hogy a rovar fogalma fölérendelt a bogár fogalmának. Helyettesítsük a „rovar”-t „rőthajú kollégáink”-kal, a „bogár”-t „barnaszemű kollégáink”-kal. Előfordulhat, hogy e két predikátum között éppen olyan a terjedelmi viszony, mint a rovar és a bogár fogalma között. Talán ebben az esetben is azt fogjuk mondani, hogy a „rőthajú kollégáink” fogalma *fölérendelt* a „barnaszemű kollégáink” fogalmának? De bárhogyan fejezzük is ki magunkat, a „fogalomviszonyok” ismeretéhez három tartomány üres vagy nem-üres voltát kell megállapítanunk, azaz három kijelentés igaz vagy hamis voltát kell megtudnunk. — Hogyan oldotta meg tehát Tamás György kitűzött feladatát? Úgy, hogy utánajárt az említett *három* kijelentés igazságának. De a három közül csak a második értékét kellett volna meghatároznia. Hogyan fog a logikus a *sivatagban egy* oroszánt? Vásárol hármát az állatkertben, és elereszt kettőt.

Végül nézzük az (a) pontot: mi szerepe volt a feladat megoldásában az „előzménynek”, a „minden rovar bogár” ítéletnek? Az égvilágon semmi. Menet közben ugyan kiderült, hogy ez az állítás is hamis, hiszen ez a „fogalomviszonyokat” kifejező három ítélet közül az első. De magából ebből az ítélethől Tamás György egyáltalán nem következtetett. Sőt, Tamás az egész „eljárás” során egyáltalán nem következtetett. Ő egyszerűen a megfelelő szaktudománytól megtudakolta három kijelentés logikai értékét, s ebből kiderült, hogy „előzménye” is, „zárótétele” is hamis. Kész.

Ugyanerre a receptre megy a „fogalomviszonyok” alkalmazása a logika minden más területén is. Kitűz premisszákat, de nem használja őket semmire, hanem e helyett megnézi a „fogalomviszonyokat” — azaz utánajár három (vagy összetettebb esetben hét) állítás igazságának (ezek között mindig ott vannak a premisszákat és a keresett konklúzió is). Az eredmény: ledőlnek a logika „korlátai”, összeomlanak a régi szabályok stb., stb.

Az egész „fogalomviszony” módszer azon tény negligálásán alapszik, amely szerint a *fogalmak viszonyait ítéletek segítségével fejezzük ki*, tehát két fogalom extenzionális kapcsolatának az ismerete semmi más, mint három kategorikus ítélet logikai értékének ismerete (vagy másképp: három tartomány üres vagy nem-üres voltának ismerete). A módszer esszenciája a következő: Meg akarod tudni, hogy *ebből* következik-e az? Gondolkozz csak, hátha tudod a fogalomviszonyokat! Ha nem tudod, próbálj utánanézni. Ha megtalálod, abban az is benne lesz, hogy zárótétele igaz-e. — Ezek pedagógiai bizonyára figyelemre méltó tanácsok. De hogy mi közük van a logikához, azt még későbbi kutatásoknak kell megvilágítaniok.

Egy másik példa a „fogalomviszonyok” alkalmazására. A *Megfordítás*-ban Tamás György bírálja a hagyományos logikának azt a tilalmát, amely szerint a „minden $A - B$ ” típusú kijelentésekben A és B szerepét nem szabad fölcserélni („megfordítani”), illetve csak úgy szabad ezt tenni, ha egyben a „mindent” „néhány”-ra változtatjuk (korlátozó megfordítás). Szabatos megfogalmazásban: (a) „Minden $A - B$ ” igazságából nem következik „minden $B - A$ ” igazsága — ez természetesen helyes; (b) de következik „néhány $B - A$ ” igazsága — ez azonban tévedés, hiszen „néhány $B - A$ ” = „néhány $A - B$ ”, és ez utóbbi nem következik „minden $A - B$ ”-ből; mert ha pl. A üres osztály, akkor „minden $A - B$ ” igaz, de „néhány $A - B$ ”, azaz „van olyan A , amely B ” hamis, hiszen semmilyen A nincs. Tamás György mellett száll sikkra, hogy az (a) tilalmat is el kell törölni, hiszen vannak esetek, amikor „minden $A - B$ ” és „minden $B - A$ ” is igaz. Példáját *Trendelenburgtól*

idézi. A Püthagorasz-tétel szerint minden derékszögű háromszögben az egyik oldal négyzete egyenlő a másik két oldal négyzetének összegével. A tétel korlátozó megfordítása: *néhány* háromszög, amelyben az egyik oldal négyzete egyenlő a másik két oldal négyzetének összegével, derékszögű. De hát tudjuk, hogy nemcsak néhány, hanem *minden* ilyen háromszög derékszögű, tehát itt korlátozás nélküli megfordítás érvényes. „A geometriában, de más tudományokban is, számos hasonló természetű tétellel találkozhatunk — írja Tamás György —. Mármint, ha ragaszkodunk a korlátozással történő megfordításhoz, akkor arra kényszerülünk, hogy e tételpárok igaz voltát külön-külön bizonyítsuk, ahelyett, hogy egymásból levezetnénk őket.” (50—51. o.)

Honnan tudjuk, hogy a Püthagorasz-tétel megfordítása is igaz? Onnan, hogy *bebizonyították* a megfordítását is. Egy matematikai tételt csak akkor szabad megfordítani, ha előbb bebizonyítjuk, hogy a megfordítása is igaz. A Püthagorasz-tétel még azt sem foglalja magában, hogy egyáltalán *létezik* derékszögű háromszög. Bizonyítás nélkül még „korlátozva” sem fordítható meg egyetlen matematikai tétel sem. De ez nemcsak matematikai tételekre igaz, hanem tetszőleges tételekre. A „minden $A - B$ ” alakú kijelentések megfordítására vonatkozóan nem lehet többet mondani, mint hogy egyes esetekben a fordított irányú állítás is igaz. Az „egymásból való levezetés” teljesen értelmetlen. Tamás Györgynek az a „szabálya”, hogy ha A és B „egyértelmű” fogalmak, akkor a megfordítás mindig igaz, *circulus vitiosus*. Hiszen az, hogy A és B „egyértelmű” fogalmak, pontosan azt jelenti, hogy minden $A - B$ és minden $B - A$.

A logikai következményfogalom

A fogalomviszonyok módszere mellett egy másik eszköz, amelynek Tamás György az eredményeit köszönheti, a *logikai következményfogalom önkényes megváltoztatása*.

A mai formális logikában általánosan elfogadott a következő meghatározás: egy következtetés (formálisan) akkor helyes, ha a premissák és a konklúzió *szerkezete* alapján kizárt az az eset, amelyben a premissák mind igazak, a konklúzió pedig hamis. Másképp: a helyes következtetés premisszái és konklúziója között olyan szerkezeti-formai kapcsolatnak kell lennie, amely biztosítja azt, hogy az összes premissza igazsága esetén a konklúzió is igaz. Hogy a következtetés *formálisan*, azaz *szerkezete alapján* helyes, az azt jelenti, hogy a benne szereplő bizonyos alkatrészeknek (predikátumoknak vagy elemi kijelentéseknek) hasonló típusú alkatrészekkel való helyettesítése esetén is helyes marad. Így egy helyes következtetés mindig ábrázolható egy *sémával*, amelyben bizonyos alkatrészek helyén jelek, betűk szerepelnek mint *változók*; helyükre meghatározott típusú nyelvi kifejezési formákat téve, mindig helyes következtetést kell kapnunk.

Lényegét tekintve, a hagyományos logika is a fenti következményfogalmat használta, akkor is, ha nem adott rá elég szabatos meghatározást. Tamás György azonban nem fogadja el ezt a definíciót (amint ez a későbbi idézetekből kiderül), de elmulasztja közölni ezt az olvasóval, és attól is tartózkodik, hogy saját definícióját megfogalmazza. Ezen az alapon megállapítja, hogy a hagyományos logika néhány *helyes* (a fenti definíció szerint helyes) következtetési sémája nem helyes (az ő ki nem mondott definíciója szerint).

A *Kategorikus szillogizmus*-ban (840. o.) találunk valami definíció-félét:

„A következtetés helyességének az a kritériuma, hogy *zárótételének egyértelműen kell adódnia az előzményekből, vagyis ugyanazon premisszákból igaz, ill. hamis konklúzió nem folyhat egyaránt.*” Ebből és egyéb elszórt utalásokból úgy tűnik, hogy Tamás György szerint *a következtetés akkor helyes, ha premisszáinak logikai értéke* (igaz vagy hamis volta) *egyértelműen meghatározza konklúziójának logikai értékét* (igaz vagy hamis voltát). E definíció lényeges eltérése a fentebb adott definícióhoz képest az, hogy amabban csupán azt kívánjuk meg, hogy amennyiben a premisszák mind igazak, úgy a konklúzió is igaz legyen, és nem kötjük ki, hogy a premisszák más értékei esetén is egyértelműen meghatározott legyen a konklúzió logikai értéke.

Mi szükség van erre az újításra? A kérdésre az imént idézett helyen a következő implicit feleletet találjuk: „Felvetődik itt az a probléma, hogy szabad-e hamis előzményekből következtetést levonni? Ismeretes, hogy a közvetlen következtetéseknél ez az eljárás jogosult, pl.

Némely üveg hővezető (h).

Minden üveg hővezető (h).”

Az idézett „következtetés” így értendő: abból, hogy a „Némely üveg hővezető” állítás *hamis*, következik, hogy a „Minden üveg hővezető” állítás is *hamis*. Először is, ez a szabály hamis. A „némely” helyett gondoljunk „van olyan”-t; ekkor a föltevés az, hogy a „van olyan üveg, amely hővezető” kijelentés hamis. Ez azonban azt jelenti, hogy a „*nincs olyan üveg, amely hővezető*” állítás igaz. Még gondoljuk meg, hogy a „minden üveg hővezető” egyenértékű a „nincs olyan üveg, amely nem hővezető” kijelentéssel. Ez utóbbi pedig akkor és csak akkor hamis, ha igaz az, hogy „van olyan üveg, amely nem hővezető”. De abból, hogy *nincs* üveg hővezető, nem következik, hogy *van* olyan üveg, amely nem hővezető. A konklúzió igazságához még az is kellene, hogy egyáltalán *van* üveg, ezt azonban a premissza nem biztosítja. Így az idézett szabály nem helyes. (A hagyományos logika megintcsak bizonyára azért tekintette helyesnek ezt a szabályt, mert nem gondolt az üres terjedelmű predikátumokra.)

Vegyünk Tamás György példája helyett egy hasonló, de helyes szabályt a hagyományos logikából: egy „minden $A - B$ ” alakú kijelentés *hamisságából* következik a megfelelő „néhány A nem B ” (azaz „van olyan A , amely nem B ”) kijelentés igazsága. Ez már helyes, hiszen „minden $A - B$ ” = „*nincs olyan A , amely nem B* ”, és ha ez hamis, akkor persze az az igaz, hogy „*van olyan A , amely nem B* ”. Nos, ez a helyes szabály nem következtetési szabály (a korábban adott definíció értelmében), noha a hagyományos logika egyes forrásmunkái talán a következtetési szabályok között sorolják föl. De a lényeges az, hogy e szabály (és a hozzá hasonló bármelyike is) átfogalmazható következtetési szabállyá! Ugyanis *egy kijelentés hamissága egyenértékű negációjának igazságával*. Ezt fölhasználva, a hamis premisszát pótolhatjuk a tagadásával (ami igaz), s így kapjuk az alábbi helyes következtetési sémát:

Premissza: Nem minden $A - B$

Konklúzió: Van olyan A , amely nem B .

A hagyományos logika tankönyvei nem hibáztak lényegesen, amikor következtetésnek neveztek egy olyan típusú szabályt, amely átfogalmazható helyes

következtetéssé. Azt mondhatnánk, nem fejezték ki magukat azzal a szabadsággal, amelyet ma megkövetelünk a logika tudományában; és ezért persze nem tehetünk szemrehányást nekik.

A Tamás-féle következményfogalom azonban gyökeres szakítást jelent a ma általánosan elfogadott (és hallgatólag a hagyományos logikában is elismert) következményfogalommal szemben. Egy példával illusztrálva, az általános felfogás szerint az alábbi következtetési séma helyes:

$$\frac{p \text{ és } q}{q}.$$

Itt p és q tetszőleges kijelentések. Mondjuk, legyen: p = a vonat késik, q = az eső esik. A séma szerint abból, hogy „a vonat késik és az eső esik”, következik, hogy „az eső esik”. Tamás György szerint ez a séma nem helyes (és így az említett szöveges változata sem), mert pl. a premissza hamissága esetén a konklúzió logikai értéke nincs egyértelműen meghatározva. (Abból, hogy „a vonat késik és az eső esik” hamis, csak annyit tudunk, hogy „a vonat késik” és „az eső esik” kijelentések közül legalább az egyik hamis; és ettől még „az eső esik” lehet igaz is, hamis is.)

És egy ellenkező irányú példa. Tamás György felfogása szerint (ha jól értettem felfogását) az alábbi „következtetési séma” helyes:

Némely A egyben B is.

Némely A nem B .

Minden A egyben B is.

Ugyanis a premisszák logikai értékei egyértelműen meghatározzák a konklúzió igaz vagy hamis voltát. Az általános felfogás szerint viszont ez a séma helytelen; hiszen ha mindkét premissza igaz, akkor a konklúzió hamis.

A példák meggyőzően mutatják, hogy Tamás György következményfogalma se nem szűkítése, se nem bővítése az általánosan elfogadott következményfogalomnak. Természetesen Tamás Györgynek joga van új következményfogalmat alkotni. De ha ezt teszi, akkor nem vitatkozhat egy következtetés helyességéről olyanokkal, akik mást értenek helyes következtetésen, mint ő. És bármiféle vitát megelőzően, meg kellett volna fogalmaznia teljes szabadsággal saját következményfogalmát. Sajnos, ezt nem tette meg.

Még hozzá kell fűznünk, hogy a következményfogalom nem valami periférikus fogalom a logikában, hanem egyike a legfontosabb logikai fogalmaknak (vagy talán éppen a legfontosabb). Ha valaki szakít egy ilyen fontos fogalomnak kétezres éves fejlődése során kialakult és napjainkban matematikai módszerekkel precizizott felfogásával, azt nagyon alaposan meg kell indokolnia, ha egyáltalán a tudományosság szintjén óhajt foglalkozni a kérdéssel. Ennek a normának a megszegése önkényhez, a szavakkal való felelőtlen játékhoz vezetne.

Mivel tudja indokolni Tamás György az általános felfogás elvetését és új következményfogalmának bevezetését? Az egyetlen indok az, hogy „szabad legyen hamisból is következtetni”, mint azt az üveg-hővezető idézett példájában felhozta. Itt a probléma racionális magva az, hogy hogyan lehet egy bizonyos helyes logikai összefüggést következtetéssé átformálni. Láttuk, hogy a negáció műveletének alkalmazásával *e probléma megoldható a következmény-*

fogalom módosítása nélkül. A dolgok fölösleges megkettőzését jelenti az igaz és a hamis kijelentések megkülönböztetése a következtetésben, hiszen *azt mondani, hogy egy kijelentés hamis, pontosan annyi, mint azt mondani, hogy a kijelentés negációja igaz.*⁸ Ez tehát nem figyelemreméltó érv.

A Tamás-féle „következményfogalom” egyik csúcsteljesítménye a középkorban „Barbará”-nak nevezett következtetési séma diszkreditálása. E séma a következő:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Minden } A-B, \\ \text{Minden } B-C \end{array}}{\text{Minden } A-C}.$$

... a Barbarát sem tekinthetjük általában helyes módozatnak ... Általánosságban véve az első alakzat egyetlen módozata sem nyújt helyes következtetést.” (*Kategorikus szillogizmus*, 842. o.)

Szegény Barbara, Arisztotelész kedvelt leánya! Kétezer éven keresztül egyetlen skolasztikus kapcabetyár sem tudta kikezdeni erkölceit, sőt még a szőrösszívű matematikai logika sem talált benne kivetnivalót. És most Tamás György a logika prostituáltjai közé sorolta. Mert ha mindkét premisszája igaz, akkor igaz ugyan a konklúziója is, de ha pl. mindkét premisszája hamis, akkor konklúziója lehet igaz is, hamis is. Tehát nem nyújt „egyértelmű zárotételt”.

A *Kategorikus szillogizmus* 848. oldalán Tamás György a hagyományos logika „hamisból minden következik” szabályát idézi. Ez a szabály így szó szerint véve persze rossz; szó sincs arról, hogy pl. „a hó fekete” hamis kijelentésből bármire lehet következtetni. Az „ex falso quodlibet” helyes megfogalmazása a következő:

ha p hamis, akkor, amennyiben p (igaz), úgy q is (igaz)
(itt p és q helyébe tetszőleges kijelentéseket gondolhatunk), ezt pedig így fogalmazhatjuk át:

Ha p hamis és p (igaz), akkor q is (igaz),
és ennek helyességét már nem lehet vitatni, mivel az ellentmondástalanság a kétértékű logika alapelve, és az idézett szabály föltétele („ p hamis és p igaz”) ennek a tagadása; ebből valóban bármi következik, hiszen a feltétel sohasem teljesülhet. Tehát a „hamisból minden következik” tulajdonképpen az „ellentmondásból bármi következik” helyes törvény pongyola fogalmazása. Itt Tamás György nem egy hamis törvénnyel, hanem egy helyes törvény pongyola megfogalmazásával vitázik.

Kissé hasonló jellegű Tamás György vitája a hagyományos logika „dictum de omni et de nullo” elnevezésű elvével is (*Logikai négyzet*, 362. o.). Ez az elv, formulák nélkül megfogalmazva, azt mondja ki, hogy ha egy predikátum *mindenre* igaz, akkor igaz *bármely egyesre* (bármely individuumra) is (ez a dictum de omni), és ha egy predikátum *semmire sem* igaz, akkor hamis *bármely egyesre* (dictum de nullo). Ezek az elvek megint helyesek, ha tárgyalási univerzumunk (azaz az egyáltalán figyelembe vett individuumok osztálya) nem üres; éppen ezért az univerzum nem-üres voltát a legtöbb logikai elméletben föltételezik. A fenti elvből a hagyományos logika arra következtetett, hogy ha egy „minden” kezdetű állítás igaz, akkor igaz az az állítás is, amelyet

⁸ Természetesen mindez a kétértékű logikában van így. De ennek kereteit Tamás György cikkei sem lépik át.

az előbbiből úgy kapunk, hogy a „minden” helyébe „néhány”-at teszünk. Első hallásra ez is helyesnek tűnik; ha igaz az, hogy „minden (dolog) változik”, akkor az is igaz, hogy „néhány dolog változik”. Am egy ellenpélda megmutatja, hogy mégsem helyes ez az okoskodás. Hiszen ha igaz az, hogy „minden piripócsi tüdőbeteget nyilvántartanak”, akkor még nem feltétlenül igaz az, hogy „néhány piripócsi tüdőbeteget nyilvántartanak”, hiszen előfordulhat, hogy *egyáltalán nincs is tüdőbeteg Piripócson*. Ezt az érvelést a *Logikai négyzet*-ben még Tamás György is elfogadta, és ebből arra a következtetésre jutott, hogy a dictum de omni elve hibás. Am a dictum de omni helyességét nem lehet kétségbevonni (amíg föltesszük az univerzum nem-üres voltát). A hiba forrása nem ez az elv, hanem az a tévhit, amely szerint bármely „minden” kezdetű mondat az univerzum minden elemére vonatkozó állítást fejez ki. Ha pl. univerzumnak választjuk a földi élőlényeket, akkor ez a mondat: „minden madár gerinces”, nem az univerzum minden eleméről állít valamit (legalábbis *ebben a megfogalmazásban nem*), hanem csak a madarokról, és így élesen különbözik pl. a „minden változik” kijelentéstől, amely valóban az univerzum minden eleméről állít valamit, ti. azt, hogy változik. Általában is, a „minden $A-B$ ” típusú mondatokban a „minden” nem az univerzumra, hanem világosan az A tulajdonságú dolgokra vonatkozik. Így nem alkalmazható rájuk a dictum de omni elve. Nem az elv, hanem az elvre való hivatkozás hibás a

Minden $A-B$

Néhány $A-B$

(helytelen) következtetési séma „bizonyításában”.

A kvantifikáció problémái

A „minden $A-B$ ” kijelentést azonban átfogalmazhatjuk úgy, hogy az *univerzum elemeire* vonatkozzék benne a „minden”. Ugyanis ez a kijelentés azt mondja, hogy az univerzum minden elemére igaz az, hogy *ha* A tulajdonságú, *akkor* B tulajdonságú is. Tömör formulázásban:

(1) Minden x -re: ha Ax , akkor Bx ,

ahol x az univerzum elemein fut végig. Ebben a mondatban már írhatunk a „minden” helyébe „néhány”-at:

Néhány x -re: ha Ax , akkor Bx ,

ha az előbbi igaz, akkor ez is igaz. De figyeljük meg, milyen keveset mond ez! Csupán annyit állít, hogy van az univerzumnak olyan eleme, amely, *amennyiben* A tulajdonságú, *úgy* B tulajdonságú is. Ki lehet mutatni (de a részleteket mellőzzük), hogy ez pontosan ennyit jelent:

Ha minden x -re Ax , akkor néhány x -re Bx .

Látjuk, ez nagyon távol esik a „néhány $A-B$ ” jelentésétől. Ez utóbbit így fogalmazhatjuk át: az univerzum néhány eleme A tulajdonságú is, B tulajdonságú is. Tömören:

(2) Néhány x -re: Ax és Bx .

Vagy, a „néhány” helyett az egyértelmű „van olyan” használatával:

(2') Van olyan x , hogy: Ax és Bx .

(1) és (2) (vagy (2')) összehasonlítása mutatja, hogy a „minden $A-B$ ” és a „néhány $A-B$ ” között, a szerkezet precíz föltárása esetén, nemcsak annyi a különbség, hogy a „minden” helyébe „néhány” (vagy „van olyan”) kerül, hanem az is, hogy a „ha . . . akkor” kapcsolat helyett az „és” kapcsolat lép föl. És ez még világosabbá teszi, hogy (1)-nek nem következménye (2).

A fentiekben szereplő „minden x -re”, és „van olyan x , hogy” kifejezéseket *kvantoroknak* nevezzük; az elsőt *univerzális*, a másodikat *egzisztenciális* kvantoroknak. (Persze x helyett más betű is szerepelhet.) A példákban a kvantorok mögött *nyílt mondatokat* találunk. A kvantorok alkalmazása tehát nyílt mondatokból zárt mondatokat, kijelentéseket hozhat létre. Az ilyen mondatok, mint az előzményekből láttuk, predikátumok közötti (terjedelmi) kapcsolatok fejeznek ki.

Úgy tűnik, Tamás György másképp látja a kvantorok szerepét. A *Megfordítás*-ban (53. o.) ezt írja: „Ismeretes, hogy az **A** ítéletet implikációnak, az **I** ítéletet pedig konjunkciónak foghatjuk fel.” (Implikáció: „ha p , akkor q ” alakú, konjunkció: „ p és q ” alakú összetett kijelentés.) Látjuk, ez tévedés: az **A** típus nyílt implikáció lezárása univerzális kvantorral, az **I** típus pedig nyílt konjunkció lezárása egzisztenciális kvantorral.

Az *ítélet terjedelmé*-ben (904–905. o.) három könyvből is idéz a kvantorok alkalmazásának megvilágítására, miközben a probléma egyre ködösebbé lesz. Ez kitűnik néhány föltett kérdésből. Pl. *Klaustól* számonkéri, hogy miképpen olvassuk a „minden x -re: ha p_n , akkor q_n ” formulát. Persze, ilyen formula Klaus könyvében nem is szerepel, Tamás György állította össze az idézetben szereplő kifejezésekből; s az adott összefüggésben ez a formula értelmetlen is.

A kvantifikáció fogalmával kapcsolatos problémák azonban főleg ott lépnek föl, ahol Tamás György kifejti: mit is kell érteni azon, hogy „minden x -re”. Idézem (905. o.):

„Ha a *minden* x -en csupán dolgokat értünk, akkor az általános ítéletet korlátozottan fogjuk fel. Az általános ítélet ugyanis térbeli, időbeli stb. összefüggéseket is kifejezhet. Pl.: bármikor, ha a fény prizmán halad át, megtörik; mindenütt, ahol a vezetékben elektromos áram halad keresztül, a vezetékét mágneses mező veszi körül. . . . az általános ítéletet nem szabad a dolgokra korlátoznunk, hanem teljes általánosságában kell vennünk. A továbbiakban ezt értjük a „minden” kifejezésen.

. . . A *minden* x -et továbbá úgy kell értelmeznünk, hogy mind az egyszerű, mind az összetett ítéletre alkalmazható legyen. Ennek a követelménynek, véleményünk szerint, a „minden esetben” kifejezés felel meg. A „minden esetben” úgy értendő, hogy bármilyen körülmények között, tetszőleges feltételek között. Ez az értelmezés mind az egyszerű, mind az összetett ítéletre alkalmazható, pl.:

1. Minden esetben, ha ember, akkor halandó.
2. Minden esetben, ha a fény prizmán halad át, akkor megtörik.”

Ebből egyrészt kiderül, hogy Tamás György figyelmét elkerülte: az univerzális kvantor alkalmazása azt jelenti, hogy a kvantor után következő nyílt

mondatban szereplő x -nek az *univerzum elemein* kell végigfutnia. Az univerzum elemei pedig lehetnek *dolgok* (már ti. amiket Tamás dolgoknak nevez, aligha-nem fizikai tárgyakra gondol), idő- vagy térkoordináták, absztrakt fogalmak, vagy, ha úgy tetszik, akár *esetek* is. Egy nyílt mondatban több individuum-változót (x , y , z stb.) is szerepeltethetünk, s ezek mindegyikét leköthetjük megfelelő („minden x -re”, „minden y -ra”, „minden z -re” stb.) univerzális (vagy egzisztenciális) kvantorral, annak megfelelően, hogy mit állítunk, mit akarunk kifejezni. Amit Tamás György az idézet első bekezdésében javasol, azt már 60 éve csinálják a matematikai logikában, anélkül, hogy a „minden” különféle alkalmazási lehetőségeit összevonnák egy ködös „minden esetben” frázisban, amelyről talán szépeket lehet mondani, de következtetésekben sem-mire sem lehet használni.

Mert ha valaki azt mondja: minden ember halandó, akkor értjük, mit állít. De ha azt mondja: „minden esetben, ha ember, akkor halandó”, akkor nem értjük, hiszen nincs alanya a mondatnak. Ha így mondaná: „minden esetben, ha valaki ember, akkor halandó”, már valamivel világosabb a mon-danivaló. De még világosabb így: „minden ember minden esetben halandó” — és itt már szöveggel látható a kettős kvantifikáció. A „minden esetben” ködös kifejezés nem helyettesítheti az univerzális kvantort ott, ahol éppen ez teszi zárttá, értelmessé a mondatot.

Hiába erőlteti ránk Tamás György az idézet második bekezdésében, hogy a *minden x* összetett ítéletre is alkalmazható legyen. A „minden x -re” kvantor *értelmesen* csak *x -et tartalmazó nyílt mondatra* alkalmazható, más eset-ben hatástalan. Az x nem fölösleges dísz a kvantorban, hanem nagyon lénye-ges: a kvantort követő nyílt mondatban szereplő x -re utal. (Az élő nyelv névmásokat használ az ilyen változók helyett. Pl. „mindenki, aki ember, az halandó” = „minden x -re: ha x ember, akkor x halandó”.) Persze, a nyílt mondat lehet összetett is, sőt nagyon bonyolult is. De *zárt* kijelentésre (akár egyszerűre, akár összetettre) nincs értelme kvantor alkalmazásának.

Tamás György „minden esetre” prefixuma leginkább még a modális logika „szükségszerű, hogy” prefixumára emlékeztet. Ez is, az is felfogható úgy, hogy leköti a zárt kijelentésekben szereplő rejtett, ki nem mondott para-métereket. Persze, egy modális logikai *elmélet* nem szorítkozik ilyen prefixu-mok *puszta bevezetésére*, hanem kidolgozza a következtetésekben való felhasz-nálásuk módját is. (Tamás György mit sem szól arról, hogy mit kezdjünk az ő „minden esetben” kvantorával.) De a modális logika „durva kvantifiká-ciója” a tudományos alkalmazások területén nem pótolhatja a különféle individuumváltozók egyenkénti kvantifikációját.

„Egyedi” és „határozatlan” ítéletek

Már említettem, hogy a matematikai logikában nem használják az „egye-di ítélet” fogalmát. De természetesen a matematikai logikában is lehet forma-lizálni olyan kijelentéseket, amelyekben konkrét *individuumok* is szerepelnek, és következtetéseket is végezhetünk körükben. (Sőt, kizárólag a matematikai logika apparátusa nyújt korlátlan lehetőséget az ilyen kijelentésekre vonatkozó logikai eljárások elvégzésére. Téves tehát Tamás Györgynek az a célzása, hogy a matematikai logikában az „egyedi ítéleteket” nem tekintik egyenrangúak-nak másfajta ítéletekkel. A matematikai logikában nincsenek első- és másod-

rangú formulák, ugyanúgy, ahogyan az aritmetikában nincsenek első- és másodrangú számok.) Már a hagyományos logikában megsejtették, hogy az individuumokat a következtetésekben ugyanúgy lehet kezelni, mint a predikátumokat. A matematikai logikában ez a sejtés bizonyítást nyert.⁹ Abban az elemi témakörben, amelyet itt érintettünk, könnyű átlátni ennek igazságát. Egy a individuumról azt állíthatjuk, hogy egy B osztálynak eleme vagy nem eleme. Helyettesítsük a -t azzal az A osztállyal, amely az egyetlen a elemet tartalmazza. Akkor: „ a eleme B -nek” = „ B tartalmazza A -t”. Átfogalmazva: „ B igaz a -ra” = „minden $A-B$ ”.

Tamás György idézi Kantot (*Az ítélet terjedelme*, 910. o.), aki azt mondja, hogy az ilyen egyes ítéletet, mint „Caius halandó”, *logikai formája szerint* gyakorlatilag egynek vehetjük az ilyen általánossal: „minden ember halandó”. Tény, hogy a kanti fogalmazás nem a legvilágosabb. Azt akarja mondani, hogy „Caius halandó” helyett mondhatnánk azt is, hogy „minden Caius halandó”, hiszen csak egy Caius van, a mondat értelmét ezzel tehát nem változtatjuk meg, és e fogással rögtön látjuk, hogy „minden $A-B$ ” típusú kijelentéssel van dolgunk. Tamás György ezt úgy értette, hogy a két ítélet *azonosnak* tekintendő, és a következő megjegyzést fűzi hozzá: „Csakhogy az is egyes ítélet, hogy Caius római. Ezt is egynek vehetjük azzal az ítélettel, hogy minden ember római?” Igen, *logikai formája szerint* „egynek vehetjük”, éppen úgy, ahogyan logikai formája szerint „egynek vehetjük” a következő két állítást: „Minden béka repül” és „Minden alma gyümölcs.” De senki sem mondta (Kant sem), hogy logikai értékük szerint is „egynek vehetjük” őket.

Az ítélet terjedelme c. cikkében foglalkozik Tamás György a hagyományos logika egyik csodabogarával, a *határozatlan ítélettel* is. A határozatlan ítélet olyan ítélet, amelyről nem lehet pontosan tudni, mit állít. Ilyen „ítéletek”, mai felfogás szerint, semminemű formális logikai tevékenység számára nem használhatók. Mire következtessünk abból, aminek nem tudjuk a pontos értelmét? Érthető, hogy a matematikai logika nem tud „határozatlan ítéletekről”. Ezért téves Tamás György ama megállapítása, amely szerint a matematikai logikában a határozatlan ítéletet általános ítéletként kezelik. A *Klaus* könyvéből vett idézetben csak arról van szó, hogy hogyan lehet egy köznapi formában elhangzott mondatot („az alap meghatározza a felépítményt”) úgy átfogalmazni, hogy logikai szerkezete kitűnjék. Tamás György úgy véli, hogy az eredeti állítás határozatlan. A marxista társadalomtudomány azonban e szövegnek nagyon is határozott értelmet tulajdonít. Mint szakszöveg, e mondat egy határozott, értelmes ítéletnek a szakmai hagyományok szentesítette tömör megfogalmazása. Klaus a példában nem tett mást, mint (a) kifejtette a szakszöveg teljes értelmét, (b) átfogalmazta úgy, hogy logikai szerkezete kidomborodjék. De nem csinált „határozatlan” ítéletből „általános” (azaz „minden $A-B$ ” típusú) ítéletet.

*

Még hosszasan lehetne vitázni Tamás György egyik-másik, itt nem említett állásfoglalásával. De már így is nagyon igénybe vettem az olvasó türelmét. Írásom végén még egy általános, az egész cikksorozatra vonatkozó problémát szeretnék fölvetni.

⁹ Lásd pl. Quine: *A logika módszerei*. 37. §. (Akadémiai Kiadó, 1968.)

Tamás György számára a formális logika lényegében azonos a matematikai logika előtti, ún. hagyományos logikával. Ez az álláspont legalábbis különös. Köztudomású, hogy már a köznapi formális gondolkozás is túllépi a hagyományos logika kereteit, pl. amikor abból, hogy „a Balaton környéke természetvédelmi terület”, bátran következtet arra, hogy „aki a Balaton környékén vadászik, az természetvédelmi területen vadászik”, noha az ennek megfelelő következtetési forma a hagyományos logikában egyáltalán nem szerepel. Még kevésbé elegendők a hagyományos logika keretei a tudományos munkában szükséges definíciók megalkotásához és a következtetések bizonyításához. Ezenkívül a hagyományos logika fogalmai és törvényei nélkülözik azt a precizitást, amely a tudományok mai szintjén elengedhetetlen. (Erre néhány példa keretében utaltam e cikkben.) Ugyanakkor a matematikai logika magában foglalja a hagyományos logika minden helytálló eredményét. Mi indokolja akkor, hogy a logika problémáihoz *ma* a hagyományos logika szintjén, és így szükségképpen nem-precíz megfogalmazásban közeledjünk?

Írásomban nem méltathattam Tamás György cikksorozatának azokat az eredményeit, amelyek kívül esnek a szűkebb értelemben vett formális logika keretein; ezek elemzése nem az én szakterületemre tartozik. Kizárólag a formális logikát érintő kitételekkel foglalkoztam. E vonatkozásban Tamás György fő mondanivalója: a hagyományos logika is, a matematikai logika is tele van hibákkal. Néhány példát láttunk arra, hogyan kellene kijavítani ezeket az állítólagos hibákat. Ezek alapján, összefoglalás helyett, csak egy kérdést tehetünk fel:

Hol a hiba? A logikában?

A MISTAKE IN LOGICS?

I. Ruzsa

The paper is a critical review of a series of articles of *G. Tamás* (published last year partly in this periodical, partly in other ones) dealing with some problems of traditional and mathematical logics.

ГДЕ ОШИБКА В ЛОГИКЕ?

И. Ружа

Автор критически анализирует статьи Д. Тамаша, занимающиеся некоторыми проблемами традиционной и математической логики (в течение прошлого года эти статьи частью были опубликованы на страницах этого журнала, частью — в других журналах).