Az idő geometriai modellálása a relativitáselméletben

E. M. CSUDINOV

A reális világ időviszonyainak leírására a fizika a geometria nyelvét használja. Az időbeli folyamatok geometriai modellálásának lehetősége általában elég régen ismeretes, a geometriai módszer azonban a relativitáselméletben érte el fénypontponját.

A relativitáselmélet sikerei elismertté tették az idő geometrizálását célzó módszert, alkalmazása során azonban — feltehetően a korlátozottságára utaló — számos nehézség adódott. Ide tartozik a tér és idő „kölcsönös egymásba alakulásának" effektusa és a „zárt-idő" konstrukciója. Az említett nehézségekkel kapcsolatban felvetődik a kérdés, vajon milyen mélyen és teljesen tükröződik a reális idő természete a geometriai ábrázolásban.

A reális idő és geometriai modellje

Ha genetikus szempontból közeledünk az idő fogalmához, megállapíthatjuk, hogy ezt a folyamatok hosszának és az olyan események különbségének leírására dolgozták ki, melyek közül az egyik korábban (illetve később) következett be, mint a másik. A gyakorlati tevékenység számára az idő mérése igen jelentős. A mérés folyamatában a reális idő valamennyi tulajdonsága közül a kvantitatív kerül előtérbe, a mérésnek ez az objektuma. Ez a sajátság a tartam vagy időterjedelem.

A koordináták descartes-i módszerének a fizikában való alkalmazása lehetővé tette a geometria eszközeinek felhasználását a tartam leírására. A fizikai mennyiségek időbeli változása jellegének kutatása során a feladatok eléggé széles körének megoldásában sikeresnek mutatkozott egy olyan koordináta-rendszer alkalmazása, melynek egyik tengelye időtengelyként szerepel — ez nem más, mint a reális időbeli folyamat geometriai modellje.

Az idő geometriai ábrázolásának modell jellegét említve hangsúlyozni kell az eredetihez való viszonyának sajátosságát. Hiba lenne feltételezni, hogy az idő geometriai vonalaival, melyeket a fizika matematikai apparátusában használnak, „reális" fizikai vonalak azonosíthatók. Ebben a vonatkozásban az idő lényegesen különbözik a tértől, melynek matematikai formája sok esetben közvetlen tükrözése a reális világ térformáinak.

A vonal, mely az idő geometriai modelljéül szolgál, függetlenül e funkciójától, térbeli objektum olyan értelemben, mint a pont, a sík stb. Ezért az idő geometrizációja lényegében nem más, mint az idő térfogalmakban való elképzelésének módszere.

Különösen világos kifejezést nyer az idő térszerű értelmezése a négydimenziós térkonstrukcióban, melyben az idő mint az egyik dimenzió lép fel.

Itt az idő maximálisan hasonul a térhez, s a tér számára meghatározott törvények érvényesek rá is.

A négydimenziós tér-idő konstrukció nem a relativitáselmélet találmánya. Igaz, hogy gyakran nem világos formában, de alkalmazták már a klasszikus fizikában is. Erre a körülményre Einstein és Infeld is felfigyel. „Az események világa — írják — négydimenziós kontinuumot képez. Ebben nincs semmi misztikus, s ez az állítás egyaránt igaz a klasszikus fizikára és a relativitáselméletre vonatkozóan."[1]

A relativitáselmélet számára azonban különösen nagy jelentőségű a négydimenziós tér-idő konstrukció. Ismeretes, hogy a speciális relativitáselmélet állapította meg a hosszúságok és időintervallumok viszonylagosságát, különkülön tekintve őket. A szilárd mérőrúd hossza és az idő ritmusa eltérő értékű a nyugvó és az egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerben. Ugyanakkor a speciális relativitáselmélet új invariánst tárt fel, a tér-idő intervallumot, melynek négyzetét a következő módon szokás felírni:

$$ds^2 = c^2dx^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

Minkowski úgy interpretálta ezt a mennyiséget, mint egy sajátos tér pontjainak egymástól való távolságát. Ez az ún. négydimenziós pszeudoeukleidészi tér abban tér el a szokásos eukleidészi tértől, hogy néhány dimenziója képzetes jellegű.

A Minkowski-féle térkonstrukció lehetővé tette a relativitáselmélet alapvető tételei, egyebek között az abszolút és viszonylagos egységéről szóló állítás világosabb és szemléletesebb kifejezését. A tér-idő intervallum, mely nem más, mint a Minkowski-féle tér pontjainak egymástól való távolsága, invariáns, és ebben az értelemben abszolút. Ám az intervallum tér- és idő-vetületei viszonylagosak. Ilyen módon az abszolút nem zárja ki a viszonylagosat, hanem ezen keresztül fejeződik ki. Az abszolútnak és a viszonylagosnak a relativitáselmélet által feltárt kapcsolata a Minkowski-féle térben „átlátszó" kifejezést nyer.

J. Whitrow a relativitáselméletnek az idő geometrizációjához való hozzájárulását jellemezve írja: „Einsteinnek a természet erőire vonatkozó elmélyült kutatásai fő célját világosan kifejezi a 'fizika geometrizálása' terminus; az idő teljesen feloldódik a négydimenziós tér geometriájában."[2] Ha a speciális relativitáselméletet vesszük figyelembe, az idézett kifejezés némileg pontatlannak bizonyul. Mint már szó volt róla, a négydimenziós térkonstrukció összeegyeztethető a klasszikus fizikával is. Emellett a klasszikus tér-idő felfogásban az idő-elem egyáltalán nincs kitüntetve. A relativitáselmélet — ellentétben a klasszikus fizikával — nemcsak a tér és idő között fennálló mély kapcsolatot tárta fel, hanem emellett a térdimenziókkal szemben ki is emelte az idődimenziót. Ez a dimenzió, mint a relativisztikus tér-idő elem általunk idézett formulájából látható, valós, ugyanakkor a térdimenziók képzetesek. Vagy, ha a tér-idő elem kvadratikus formájának előjelviszonyairól beszélünk, az időnek plusz, a térdimenzióknak mínusz előjel felel meg.

Jelentősen többel járult hozzá az idő geometrizációjához az általános relativitáselmélet. Míg a speciális relativitáselmélet esetében a geometriai

[1] Einstein—Infeld: *Hogyan lett a fizika nagyhatalom.* Bp. Lux Kiadó, 1938. 199. o.
[2] Дж. Уитроу: *Естественная философия времени.* Прогресс, Москва 1964. 13. o.

forma csupán elegáns „köntös" a már kész fizikai elvek számára, addig az általános relativitáselméletben ez a forma a dolgok legbelső lényegét tükrözi. Az általános relativitáselmélet a gravitáció relativisztikus elmélete, mely a gravitációs mezőt mint a tér-idő geometriai megnyilvánulását szemléli. Az általános relativitáselmélet alapját a gravitációs egyenlet képezi, mely a tér-időnek a gravitációs mező formájában megtestesült geometriája és az anyag közötti kapcsolatot fejezi ki (az anyag-energia-impulzus tenzorral).

Természetesen az általános relativitáselmélet sem törli el azt a különbséget a tér és az idő között, melyet a speciális relativitáselmélet vezetett be. Az általános relativitáselmélet is ugyanazokhoz a kritériumokhoz igazodik, mint a speciális, megkülönböztetve a teret és az időt a gravitációs egyenlet megoldásaként kapott tér-idő elemek előjele szerint. Ám felvetődik a kérdés, hogy eléggé teljesen kifejezi-e ez a mozzanat az idő specialitását, azokat a jegyeket, melyek a tértől megkülönböztetik?

A tér és idő „kölcsönös egymásba alakulása"

Az idő és a háromdimenziós tér koordinátái közötti különbségeknek a tér-idő elem kvadratikus alakjának megfelelő meghatározása az előjelek alapján érdekes eredményhez vezet, melyet néha a tér és idő „kölcsönös egymásba alakulásának" neveznek. (Az idézőjel használatának okát a későbbiekben adjuk meg.) A dolog lényege a következő.

A szimmetrikus tömegeloszlással rendelkező anyagi test vagy testek rendszere (csillagok, galaktikák stb.) szférikus szimmetriával bíró stacionárius gravitációs teret hoz létre. Ebben a mezőben egy sajátos felület található, melyet a gravitációs rádiusz határoz meg; ez az ún. Schwarzschild-szféra.[3]

Amennyiben az anyagi tömegek rendszere gravitációs erők hatására összetömörül, úgy a tömegtől távoleső megfigyelő szempontjából a rendszer sugara végtelenül közeledik a gravitációs rádiuszhoz, de ezt soha el nem éri. Az anyagi tömegekhez kapcsolt vonatkoztatási rendszerben a Schwarzschild-szférába való tömörüléshez szükséges idő véges. A tömegek véges idő eltelte után átlépik a Schwarzschild-szférát, és tovább folytatják a tömörülést, elvileg a zérus sugárig ($r = 0$).

A vizsgált példa jól illusztrálja a véges és a végtelen közötti különbség viszonylagosságát az időre vonatkozóan. Bennünket azonban az adott esetben egészen más érdekel. A dolog lényege az, hogy az előjelviszonyok a Schwarzschild-szférán kívüli területek esetében mások, mint a belső területeken. Az az elem, mely a külső terület számára negatív előjelű, s ennek következtében egy a térdimenziók közül, a Schwarzschild-szférán belül pozitív előjelre tesz szert, s a külső terület számára választott standard előjelviszonyok szempontjából időkoordinátává válik.

Hogyan lehet interpretálni a szóban forgó körülményt? Ja. B. Zeldovics és I. D. Novikov annak a vélményüknek adtak hangot, hogy az adott esetben a tér és az idő helyet cserélnek, és ebben az értelemben „kölcsönösen egymásba alakulnak". Egyebek között a következőket írják: „A tömegeknek a kritikus méretek alá (a gravitációs rádiuszon belülre — *E. Cs.)* történő különösen erős

[3] A gravitációs rádiuszt a következőképpen határozhatjuk meg:
$r_g = 2G \frac{m}{c^2}$ ahol G a gravitációs állandó, m a tömeg és c a fénysebesség.

koncentrációjánál úgy tűnik, hogy az erős nehézkedési térben az x^1 (vagyis a háromdimenziós tér egyik koordinátája — *E. Cs.)* elveszti térkoordináta jellegét."[4] Más helyen ezt írják: „A T-területen, melyet az $r^2 = g_{22}$ határoz meg (vagyis a Schwarzschild-szférán belül — *E. Cs.)*, már nincsenek térkoordináták; e terület időszerű jelleggel rendelkezik.[5]

A térnek és az időnek szó szerint vett „kölcsönös egymásba alakulására" vonatkozó konklúzió a maga paradoxitásában aligha bír létjogosultsággal. Nem csupán arról van szó, hogy ez ellentmond a józan észnek. Ez a modern tudományban nem mérvadó. Az említett konklúzió — megítélésünk szerint — a tér és idő topológiája szempontjából indokolatlan. A geometriai modell egyenletében csupán az idő kvantitatív oldala, a tartam nyer kifejezést. Az idő kvalitatív oldalát mint valamiféle sorrendbeli viszonyt azonban itt nem veszik világosan számításba. Ezért maga a tér és idő átalakulásáról szóló konklúzió az idő kvalitatív oldalának figyelembe vétele nélkül (és ennek megfelelően a tér kvalitatív természetének figyelembe vétele nélkül) egy olyan hipotézis, mely nem rendelkezik elegendő alappal.

Milyen módon oldható meg ez a paradoxon? Az ilyen meglepetéseket általában elkerülhetjük, ha hozzávetőleg a következő módon okoskodunk. Mint már megjegyeztük, a tömörülési folyamat a külső megfigyelő számára csak végtelen idő után éri el a Schwarzschild-szférát, vagyis sohasem éri el. Ezért a külső megfigyelő számára fel sem vetődik a tér és idő átalakulásáról fentebb megfogalmazott probléma. Még tovább mehetünk ezen az úton, ha a fizikai objektumok létezésének egy különleges kritériumát vezetjük be. Tekintsük úgy, hogy egy fizikai objektum akkor létezik számunkra, ha — elvben — kapcsolatba léphetünk vele és információt szerezhetünk róla. Ellenkező esetben az objektum nem létezik számunkra, jóllehet „önmagában" azért létezhet. A létezés javasolt kritériuma szempontjából — melyet a relatív létezés kritériumának nevezhetünk — minden, ami a Schwarzschild-szfétrán belül történik, számunkra nem létezik.

A kérdés ilyen megoldása azonban valószínűleg keveseket győz meg, mivel meghatározott folyamat elvi lehetőségéről, illetve lehetetlenségéről van szó. El lehet képzelni a probléma más, pozitív jellegű megoldását is.

Az általános relativitáselmélet egyenleteinek megoldásai lehetnek a tér-idő elem kvadratikus formái, a legkülönfélébb előjelviszonyokkal. Emellett az időnek nem kell feltétlenül pozitív előjelűnek lennie. Egyenlő sikerrel tekinthetjük az időt pozitív előjelűnek (+ — — —) vagy negatív előjelűnek (+ + + —). A fentebb mondottakat figyelembe véve feltételezhetjük, hogy a a Schwarzschild-szféra alatti tér-idő metrikája számára a gravitációs egyenletnek valamilyen sajátos megoldása adódik, melynek előjelviszonyai különböznek a külső tér előjelviszonyaitól. De ez az előjel-eltérés a tér és az idő semmiféle kölcsönös egymásba alakulását nem jelenti.

Függetlenül attól, hogy mennyire hatékony a paradoxon megoldására javasolt módszer, az alapjai teljesen világosak. Az idő előjelének az előjelrendszeren belüli meghatározásában az a legfontosabb, hogy az meghatározza az időnek a topológiai sajátságaiban megnyilvánuló minőségi jellegét. A tér és idő „kölcsönös egymásba alakulásának" paradoxona valójában a relativisztikus idő topológiai meghatározatlanságának paradoxona.

[4] Я. Б. Зельдович—И. Д. Новиков: *Релятивистская астрофизика.* Москва, 1964. 66—67. o.

[5] *Uo.* 92. o.

A „zárt-idő" konstrukciója

Az idő geometriai koncepciójának másik próbaköve a relativisztikus kozmológiából adódó „zárt-idő" konstrukció; e kozmológia elméleti-fizikai alapjául az általános relativitáselmélet szolgál.

Ha az ismert relativisztikus kozmológiai modellek többségét tekintjük, azt találjuk, hogy bennük az idő a végesség, illetve végtelenség (pontosabban a zártság, illetve nem-zártság) vonatkozásában másként viselkedik, mint a tér. Például ismert egy sor modell, melynek háromdimenziós tere véges (de határtalan). Ilyen például Einstein statisztikus modellje, az oszcillációs modell stb. E modellek négydimenziós világának időmetszete — az idővonalak, a háromdimenziós tér ortogonálisai — azonban nem zárt, és a végtelenbe nyúlik. Még de Sitter modellje is ilyen, melyben nemcsak a háromdimenziós teret, hanem a tér-időt is a végtelen idő jellemzi. Az ilyen modellek időmetszete nem más, mint egy egyoldalú hiperboloid, mely az idővonal irányában nyitott.

Az a körülmény, hogy a relativisztikus kozmológia hosszú időn át olyan modellekkel foglalkozott, melyekben az idő nem zárt, csaknem meggyőzte a kozmológusokat arról, hogy a zárt idő esete az általános relativitáselméletben általában kizárt. A tudomány fejlődése azonban váratlan meglepetést okozott. 1949-ben Gödel osztrák matematikus és logikus az Einstein-egyenlet megoldásául olyan kozmologikus modellt kapott, mely zárt időszerű vonallal bír. Ugyancsak felfedezte, hogy a de Sitter-modellnek létezik olyan változata, melyben a háromdimenziós tér végtelen, és az idő zárt.

A zárt idő formálisan azt jelenti, hogy valamely megfigyelő véges időintervallum után visszatér saját múltjához, és újból átéli. Természetesen az ilyen lehetőség gyakorlatilag — valószínűleg — nem realizálható, és a zárt-idő konstrukciót ebből a szempontból megítélni értelmetlen. A kérdés az, hogy e modell logikailag ellentmondásos-e.

Úgy tűnik, hogy a „zárt-idő" konstrukció paradoxsága a józan észnek ellentmondó jelenség reakciója, és ebben a vonatkozásban nem különbözik a zárt-tér konstrukció paradoxságától. Egyéb vonatkozásban azonban lényeges különbség van közöttük. A zárt tér, mely határtalan, végessége ellenére csupán intuíciónknak mond ellent. Egyébként teljesen elfogadható térkonstrukció, mely eleget tesz egy meghatározott geometria, az ún. Riemann-geometria axiómáinak. Más dolog a zárt-idő konstrukció. Ez nemcsak hogy nem illeszthető a józan ész kereteibe, de ellentmond magának az idő természetének.

A zárt-idő konstrukció megítélésénél arra szokták a fő figyelmet fordítani, hogy ellentmond az oksági elvnek. J. Synge írja ebben a vonatkozásban: „Látjuk, hogy a próbatest újból és újból ugyanazon a pályán ismétli mozgását (saját történelmét)! Ez eltér az okságról szóló alapvető elképzeléseinktől, és arra a következtetésre jutunk, hogy a negatív K görbületű de Sitter-tér a mai fizika szempontjából túlzottan 'forradalmi jellegű' eszmékhez vezet."[6]

A de Sitter-modellben kialakulttal analóg szituáció figyelhető meg egy másik relativisztikus kozmológiai modellben, a Gödel-modellben is. Whitrow, leírva ezt a modellt, mint lényeges fogyatékosságot említi az idővonal zárt jellegét, ami — véleménye szerint — ellentmond az oksági elvnek. Így ír: „Ha a test, mely a világmindenségben mozog, az einsteini relativitáselméletnek megfelelően saját idővel rendelkezik, mely eltér a világmindenségnek mint egész-

[6] Дж. Синг: *Общая теория относительности.* ИИЛ, Москва 1963. 228. o.

nek az idejétől, akkor feltételezhetjük annak lehetőségét, hogy meghatározott körülmények között az ilyen test időben zárt pályát ír le. Ebben az esetben meg kell ismétlődnie ugyanannak az eseménynek. Az ilyen lehetőséget el kell utasítani. . . annak következtében, hogy az ilyen testen utazó megfigyelő elvben hatást gyakorolhat saját múltjára."[7]

A zárt-idő konstrukció és az oksági elv ellentmondása nyilvánvaló. Ám még többet is mondhatunk róla. Ez a konstrukció, mint idő-modell, az említettek mellett még belső logikai ellentmondásban is szenved. Ennek kimutatása céljából fordítsuk figyelmünket az idő alapvető sajátságaira. Minden bizonynyal el kell fogadnunk, hogy a sorrend és a tartam ilyen sajátságok. Az első az idő minőségi oldalát, a második a mennyiségi oldalát jellemzi.

Az időrendi viszonyok egy sor topológiai axióma segítségével írhatók le, melyek kötött fontos helyet foglalnak el a következők:

1. az *a* esemény nem létezhet korábban önmagánál;

2. két — *a* és *b* — esemény számára a következő három lehetőség közül csak az egyik teljesülhet: *a* egyidejű *b*-vel; *a* korábbi, mint *b*; *b* korábbi, mint *a*;

3. ha az *a* esemény korábbi, mint *b* és a *b* esemény korábbi, mint *c*, úgy az *a* is korábbi, mint *c*.

A felsorolt axiómák, ha nem is teljes leírásai az idő sajátságainak, kifejezik annak mint sorrendi viszonynak a lényegét. Nem nehéz észrevenni, hogy a zárt-idő mindezen axiómákat megsérti. Itt az *a* esemény megelőzi önmagát: két nem egyidejű — *a* és *b* — esemény kielégíti a következő viszonyt: *a* korábbi, mint *b*, és *b* korábbi, mint *a*. Zárt-idő használata esetén elveszti értelmét az az axióma is, mely az időbeli sorrend tranzitív jellegét meghatározza.

A zárt-idő konstrukcióban nemcsak időrend nincs, hanem időtartam sem. Annak ellenére, hogy a zárt idővonalnak nullától különböző hossza van, nulla időtartamot fejez ki. Egy *a* eseménnyel kezdődő és ugyanazzal befejeződő ciklus megvalósítása esetén zérus időintervallumot kapunk.

Az ellentmondás, melyhez jutottunk, a következőben áll. Eredetileg az időnek a geometria eszközeivel való leírásánál igyekeztünk figyelembe venni annak alapvető tulajdonságait, az időrendet és az időtartamot. Az idővonalnak, mint térbeli objektumnak a használata azonban — ami teljesen megfelel az általános relativitáselméletnek — olyan konstrukcióhoz vezetett, melyben az idő sajátságai és az őket megadó axiómák degenerálódtak.

A fentebb ismertetettel polemizáló másik nézőpontnak megfelelően a zárt-idő konstrukció logikailag nem ellentmondásos. Például Reichenbach, aki az idő oksági elméletére támaszkodik, úgy tekinti, hogy a zárt-idő konstrukció ekvivalens a zárt oksági lánccal, mely ideális esetben megvalósítható, és mentes bármiféle logikai hibától. „Ha elképzeljük a zárt oksági láncot — írja Reichenbach —, ebben nincs semmi ellentmondás."[8]

Számunkra úgy tűnik, hogy a zárt oksági lánc, abban a formájában, ahogy Reichenbach leírja, elmos egy finomságot, melyet a relativitáselmélet vezetett be. A relativitáselmélet megkülönbözteti a dolgok ciklusait az események ciklusaitól. Ha egy oszcilláló kozmikus modellt tekintünk, mely ideális esetben pontosan saját állapotát ismétli periodikusan, úgy itt csak a dolgok ciklusait figyelhetjük meg. Egy és ugyanazon állapotnak a különböző periódu-

[7] Дж. Уитроу: *Естественная философия времени.* Прогресс, Москва 1964. 57. o.
[8] Г. Рейхенбах: *Направление времени.* ИИЛ, Москва. 58. o.

sokban különböző események felelnek meg, melyek időkoordinátájukban különböznek. Az idő, mely ennek a modellnek megfelel, végtelen.

A zárt oksági lánc csak abban az esetben nem ellentmondásos és realizálható, ha komponensei állapotok és „dolgok", nem pedig események. Az ilyen modell relativisztikus szempontból természetesen mindig végtelen idővel kapcsolatos.

Még világosabban figyelhető meg a Reichenbachhal kapcsolatban említett pontatlanság A. Grünbaum *A tér és idő filozófiai problémái* c. könyvében. Grünbaum felvet egy példát az idealizált „világmindenségre", melyet egy síkban orbitális pályán mozgó pont segtítségével mutat be. A pont visszatérése ugyanazon helyre — Grünbaum véleménye szerint — ugyanazon esemény ismétlődése.[9]

A Grünbaum által felvetett példa a relativitáselmélet nézőpontjából nem kielégítő. Ha Grünbaum világmindensége egy orbitális pályán mozgó pont, úgy a körvonal az adott esetben e „világmindenségnek" csak a terét képviseli. A relativitáselmélet szerint ennek a térnek olyan idő felel meg, melyet a térre merőleges vonal reprezentál. Ilyen módon végső fokon azt kapjuk, hogy a Grünbaum féle „világmindenség" tér-idő világa nem egy síkbeli körvonal, hanem egy kétdimenziós felület, mely egy henger végtelen felületébe megy át. Itt nincs semmiféle ismétlődése az eseményeknek, mivel a mozgó pont egy és ugyanazon helyének különböző időkoordináta értékek felelnek meg.

Igaz, Grünbaum azt állítja, hogy a feltételnek megfelelően az ő „világmindenségének" az egész tér-idő világa a síkban helyezkedik el. Ezért, mint írja, a „szuperidőre" való hivatkozás nem más, mint az említett feltétel kicserélése. Ha azonban Grünbaum elutasítja az idő bevezetését, úgy relativisztikus nézőpontból nála egyáltalán nincs idő. Ezért az időfogalom használata nála jogtalanná válik.

A zárt-idő konstrukciót általában úgy lehet racionalizálni, ha ellentmondásait valóban kiküszöböljük. E célból be kell vezetni néhány tisztán matematikai hipotézist a sokszorosan összefüggő zárt vonalakra vonatkozóan. Ezt a gondolatot annak idején még Fridman felvetette. Fridman kimutatta, hogy a tér zártsága önmagában még nem azonos a végességével. *A világ mint tér és idő* c. könyvében írja: „Azt állítják, hogy elfogadva az állandó pozitív görbületű Világmindenséget, következtetni lehet végességére és mindenekelőtt arra, hogy az egyenesek a Világmindenségben 'véges hosszúságúak', hogy a Világmindenség térfogata ugyancsak véges stb. Ez az állítás vagy félreértésen, vagy kiegészítő hipotéziseken alapulhat. A világ metrikjából ez semmiképpen sem következik. . ."[10] Ilyen hipotézis Fridman szerint az, hogy két pont, melyek egymástól 360° távolságban levő párhuzamosokon fekszenek, egybeesők. Ha ugyanis különbözőknek tekintjük őket, úgy a zárt vonalak, felületek, sőt maga a háromdimenziós tér is többrétegűek, és a látszólagos zártság ellenére végtelenek.

A térrel analóg módon a zárt idővonalakat is többrétegűeknek s ezért végteleneknek lehetne tekinteni. Ebben az esetben a zárt-tér konstrukció már semmiféle ellentmondást nem tartalmaz.

Meg kell jegyezni, hogy a Fridman által felvetett javaslatot a fizikusok és kozmológusok többsége nem fogadta el. Ennek oka az, hogy a modell absztrakt matematikai jellegű, és nincs (legalábbis a mai fizika szempontjából) világos

[9] A. Grünbaum: *Philosophical Problems of Space and Time.* New York 1963. 197. o.
[10] А. Фридман: *Мир как пространство и время.* Москва 1965. 101. o.

fizikai értelme. Maga Fridman is, érezve az állandó pozitív görbületű tér többrétűségére vonatkozó hipotézis (fizikai értelemben vett) mesterkéltségét, természetesebbnek találja, hogy az ilyen tereket mint végeseket értelmezzük. Figyelembe véve ezt a körülményt, újból arra a szituációra fordítjuk figyelmünketmely a zárt idővonalak konstrukciója és az idő topológiájának összeegyeztet, hetetlenségével kapcsolatos.

Az idő geometriai koncepciójának fejlődése és tendenciái

Mindkét megvizsgált paradoxon (és láthatóan joggal nevezzük őket paradoxonoknak) valamilyen módon összefügg az idő geometrizációjának azzal a formájával, mely a relativitáselméletben valósul meg. Mindkettőnek közös alapja van: bennük fejeződik ki a relativitáselmélet alapján elért következtetések és a sorrendi viszonyként felfogott idő „természetes" topológiája közötti ellentét. A paradoxonok kiküszöbölésére logikailag legalábbis két út járható, melyek abban különböznek, hogy az egyik az idő természetes topológiájára, a másik pedig az idő relativisztikus geometriai koncepciójára épül.

Az egyik ilyen út lényege az idő fogalmának általánosítása a topológiájának megváltoztatása révén. Ennek az általánosításnak a célja egy olyan időtopológia kialakítása, mely mind a tér és idő „kölcsönös egymásba alakulásával", mind pedig a „zárt-idő" konstrukciójával összeegyeztethető.

Az időfogalom általánosításának útja előnyösnek mutatkozhat. A tudományos megismerésre jellemző az ilyen tendencia. Ez egyebek között abban nyilvánul meg, hogy valamely fogalom korlátozottságának megítélésénél sok esetben lehetségesnek és célszerűnek mutatkozik e fogalom általánosítása a jelentése terjedelmének növelése utján. Ezt a tendenciát nyomon lehet követni például a számfogalom, a térfogalom stb. fejlődésében.

A fogalom általánosításának folyamata azonban csak az általánosításra vonatkozó egy sor korlátozó feltétel esetén lehet racionláis értelmű. Először: a fogalom általánosítása ilyen vagy olyan módon a fogalom bizonyos tartalmi jegyeinek kizárásával kapcsolatos. E tartalmi jegyek véges halmazt alkotnak. Ezért egy adott fogalom általánosítása tartalmi jegyek kizárása útján természetes korlátokkal bír. Másodszor: a fogalom tartalmát alkotó jegyek nem egyenértékűek. Egyesek közülük kiemelkedő jelentőségűek, kizárásuk megszünteti a fogalom értelmes tartalmát, még akkor is, ha a többi jegyek egy nem üres halmazát megőrizzük.

Milyen határig lehet ilyen módon megvalósítani az időfogalom általánosítását anélkül, hogy elveszítené racionális jelentését? Ha az időről szóló fizikai elképzelések fejlődését tekintjük, azt találjuk, hogy az idő fogalma már alá volt vetve egy sor általánosításnak. Például az elméleti fizika kialakulásáig az időről a közvetlen tapasztalat hatására kialakult fizikai elképzelések csaknem mindig az egyirányú időről szóló elképzelésekkel voltak kapcsolatosak. Ezt a reális fizikai folyamatok irreverzibilitása és az ennek megfelelő időrend sugalmazta. Az elméleti fizika létrejötte lehetővé tette a fizikai törvényeknek az időjelek változásával szembeni invarianciája felvetését és az olyan időfogalom kidolgozását, mely magában foglalja mind az irreverzibilis, mind pedig reverzibilis időrend esetét.

Valami hasonló történt az idő egy másik sajátságával, a kontinuitással is. Ismeretes, hogy a klasszikus fizika és a relativitáselmélet szempontjából az idő folytonos természetű, ami egyébként az idővonalban nyeri el geometriai kife-

jezését, melyre érvényes az arkhimédészi axióma. A mező nem lokális elméletének bevezetése a diszkrét idő modelljeként, mely ugyancsak egy időformaként fogható fel, lényegében az időfogalom új általánosítását jelenti.

Az időfogalom említett általánosítása az idő néhány sajátságának elvetésében állt, megőrizve az időrendet, melyet a „korább-később" viszony jellemez. Helyénvaló a kérdés felvetése, hogy lehetséges-e az időfogalom további általánosítása ennek az időrendnek a fogalom tartalmából való kiküszöbölése útján.

Grünbaum a már említett könyvében azt állítja, hogy az ilyen általánosítás nemcsak lehetséges, hanem szükséges is. Ezt az általánosítást a „zárt-idő" konstrukció racionalizálását célzó meggondolások diktálják, melyek — véleménye szerint — logikailag hibátlanok.

Az út, melyen Grünbaum az időfogalom általánosításához közeledik, a következő: Az időrend alapvető vonatkozásának a háromtagú „között" viszonyt tekinti, melyet a zárt-idő vonatkozásában a következő axióma fejez ki: az A B C pontok közül csak az egyik található a másik kettő között. A zárt idővonal számára ez az axióma nem teljesül. Itt azonban lehetőség mutatkozik a pontok kölcsönös elhelyezkedési viszonyainak kidolgozására a párok megosztása módszerével, melyet a Riemann-geometriában alkalmaznak. Úgy tekintik például, hogy a körvonalon fekvő A B C D négy pont esetén az AC pontok felosztják a BD pontokat. Némileg specifikálva a pontok megosztásának módszerét a „zárt-tér" konstrukciónak megfelelően, Grünbaum azt állítja, hogy ez a konstrukció megőrzi az időrendet a következő jelentéssel: „A világ minden eseménye időben a Világmindenség tetszőleges két másik esemény-párja között létezik, a 'között' viszony azon értelmében, melyet a zárt görbén fekvő párok megosztása esetére határoztak meg."[11] Grünbaum azzal szünteti meg a „zárt-idő" modell ellentmondásait, hogy nem vizsgálja az időt a maga egészében a „korábban-később" viszony szempontjából, mellyel ezek az ellentmondások kapcsolatosak, hanem teljes figyelmet a „között" viszony specializálására fordítja.

Úgy tűnik, hogy az időfogalom Grünbaum által javasolt általánosítása nem kielégítő. Mint már megjegyeztük, az időfogalmat az olyan sajátságok jellemzésére vezették be, mint az időrend és az időtartam. Emellett e két sajátság kapcsolatos egymással, hiszen az időtartam feltételezi a korábbi és későbbi események különbözőségét (valamennyi esemény egyidejűsége esetén az időtartam fogalma degenerálódik, és az idő fogalma helyett a tér fogalmához jutunk). A „korábban-később" időrendi viszony kizárása a kötelező sajátságok közül maga után vonja az időtartam elvetését. Végeredményképpen olyan „időt" kapunk, melynek legfőbb specifikus jegyei hiányoznak.

Ami pedig a „között" fogalmát illeti, melyről Grünbaum beszél, ez nem egy specifikus idő, mivel a pontok közötti viszonyt elvben térszerű vonalakkal képes kifejezni. Ezt a funkciót lényegében a geometriában is betölti. A „között" fogalma időszerű értelmet csak a „korábbi-későbbi" fogalommal kapcsolatban nyer. Ebből a szempontból a „között" időviszonyként való megfogalmazását úgy lehet tekinteni, mint a tranzitív időrend egy momentumát.

Ilyenformán az idő fogalmának oly módon való általánosítása, hogy a sajátságok közül kizárjuk a „korábbi-későbbi" időrendi viszonyokat, lényegében egyet jelent az időfogalom elutasításával. Úgy tűnik, hogy ez túlságosan

[11] A. Grünbaum: *id. mű.* 193—196. o.

nagy ár egy olyan szerfölött absztrakt konstrukcióért, mint a „zárt-idő" konstrukció. Valószínűleg helyesebb lesz megőrizni az időfogalmat az időtartam és időrend értelmében. Éppen ebben a minőségben használja minden modern tudomány, közte a relativitáselmélet is. Mivel az idő geometriai értelmezése — mely nem több, mint egy modell — ellentétbe kerül az idő természetével, természetesen magát ezt a modellt kell alávetni kritikai analízisnek.

Az idő geometriai modelljét kétféle módon lehet bírálni. Fel lehet tételezni például, hogy az általunk vizsgált paradoxon nem az idő geometriai koncepciójában, hanem ennek egyoldalúságában és helytelen alkalmazásában gyökerezik. Ez nyilvánvalóan az általános relativitáselmélet jelenlegi helyzetével kapcsolatos, mely nem egy axiomatikus felépítésű elmélet. Remélhető, hogy az általános relativitáselmélet axiomatizálása, beleértve azokat az axiómákat is, melyek az idő topológiáját meghatározták, elvezethet az idő geometriai modelljében meglevő paradoxonok kiküszöböléséhez.

Lehetséges, hogy a relativitáselmélet axiomatizálása elvezet a paradoxonok kiküszöböléséhez. Nem lehet azonban kizárni az időparadoxonok problémájának egy másik, lényegesen radikálisabb megközelítését sem. Lehetséges, hogy az említett paradoxonok inkább maguknak a relativista időtanoknak és a velük kapcsolatos idő-geometrizációnak a korlátozottságáról beszélnek. Ezért megoldásuk e tanok alapjainak átvizsgálását követeli.

Érdekes megjegyezni, hogy maga Einstein, a természettörvények relativitáselméletbeli geometriai leírásának meglepő sikerei ellenére sem hajlott e leírásmód kanonizálására. Megjegyezve, hogy a modern fizikai gondolkodás egyik specifikus sajátossága a „geometrizáció", Einstein felveti a kérdést: „Megőrizzük-e egyszer s mindenkorra ezt a hitet?" — s mindjárt maga felel is rá: „Úgy vélem, erre a kérdésre leginkább egy mosollyal lehet válaszolni."[12] Úgy tűnik, hogy a geometriai módszer (legalábbis jelenlegi formájában való) fizikai alkalmazásának einsteini értékelése egyáltalán nem mentes a szkepszistől, hanem aláhúzza a modern fizika, egybek között az időről szóló modern fizikai tanítások relatív igazság jellegét.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ В ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Э. М. Чудинов

Выражение времени как координаты континуума в четырёхмерном пространстве есть такая модель действительного (реального) времени, в которой временные соотношения выражаются пространственными соотношениями. Исследуя, насколько полно отражает такая модель характер действительного времени, автор показывает, что метод, геометрического выражения времени, используемый и в теории относительности, недостаточно точно учитывает топологию времени как порядкового отношения. Каждая такая попытка, которая хочет применить эту геометрическую модель без учёта специальной топологии времени, приводит к предположению возможности «взаимного преобразования» пространства и времени и возможности конструкции «закрытого времени» — это то, что обычно принято называть логическим парадоксам времени в теории относительности. Данная статья анализирует пути и методы избежания этого парадокса.

[12] А. Ейнштейн: *Физика, философия и научный прогресс*. Собрание научных трудов. т. 4. 1967. 321. о.

THE GEOMETRICAL MODELLING OF TIME IN THE THEORY OF RELATIVITY

E. M. Chudinov

The representation of time as a coordinate of the four-dimensional continuum is a model of real time, which is characterized by the fact that temporal relations in it are expressed in spatial terms. Examining the question of how fully such a model reflects the nature real time, the author shows that the geometrization of time in the way it is done by the theory of relativity does not adquately take into account the topology of time as a serie relation. Any attempt to operate with a geometrical model of time without giving due account to its specific topology leads to the conclusion on the possibility of „interconversion" of time and space and to the construction of „closed time", which are regarded as logical paradoxes of the relativist theory of time. The article examines ways and means of overcoming these paradoxes.