# A tudományos hipotézisek valamelyikének előnyben részesítése

HÁRSING LÁSZLÓ

A tudomány a felvetődő új problémákat rendszerint nem tudja azonnal kielégítően megoldani, hanem a rájuk vonatkozó releváns ismeretek alapján bizonyos feltételes megoldásokra tesz javaslatot. Az ilyen feltételes megoldásokat nevezzük *hipotéziseknek*. A hipotézisek még nem megbízhatóan megalapozott tudományos ismeretek, de egyelőre semmi sem zárja ki azt, hogy bármelyikük egykor azzá legyen. A hipotézisek e sajátos átmeneti státuszát a *logikai valószínűség*gel jellemezzük.[1] A biztos ismeret és a tévedés a hipotézisek két egymással ellentétes határesete. A biztos ismeretet más ismeretek minden kétséget kizáróan, egyértelműen megalapozzák, és így tudományos értékű igazságnak tekinthető. A tévedést pedig mint a megismerés zsákutcáját egyértelműen kizárják.

Az egyes problémák kapcsán rendszerint több hipotézis is felmerül mint lehetséges megoldás. A tudomány ezt a helyzetet átmenetinek tekinti, és arra törekszik, hogy a felmerült hipotézisek körét szűkítse, s végül is egy megoldási variánst fogadjon el, részesítsen előnyben az összes többivel szemben. Cikkünkben ennek az előnyben részesítésnek a logikai mechanizmusát kíséreljük meg felvázolni. Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy valamennyi vizsgált esetben csak két megoldási variáns közül kell egyiket előnyben részesítenünk.

## *1. A diszjunktív hipotézis valamelyik tagjának előnyben részesítése*

A tudományok történetéből nem egy olyan hipotézis-párt ismerünk, amelynek — a megalkotása idején birtokolt, releváns ismeretek alapján — legalább egyik tagja biztos volt. Ezeket az ismereteket szokásos egyszerűen *evidenciának*, az említett sajátossággal rendelkező hipotézis-párokat pedig *diszjunktív hipotéziseknek* nevezni. A diszjunktív hipotézis egyik tagja biztos ugyan, de kérdéses, hogy melyik ez. A további vizsgálódások éppen e kétség feloldását célozzák: eredményeik alapján előnyben lehet azután részesíteni az egyik hipotézis-tagot a másikkal szemben. Az előnyben részesítés jelen esetben kétféleképpen lehetséges: a hipotézis-tagok valamelyikét vagy megcáfolják vagy bebizonyítják.

[1] A logikai valószínűség fogalmával részletesebben „A valószínűségi következtetések" c. dolgozatunkban foglalkoztunk. Magyar Filozófiai Szemle, 1965/6. sz.

*1.1. A diszjunktív hipotézis egyik tagjának cáfolása*

Először azt szeretnénk igazolni, hogy a diszjunktív hipotézis egyik tagjának cáfolása biztossá teszi a másikat.

Jelöljük a szóban forgó hipotézis-tagokat $a$-val és $b$-vel, az evidenciát pedig $k$-val. $k$-ra nézve kikötjük, hogy nem tartalmazhat önellentmondást. Jelentse a $P(a/k)$ függvény az $a$ hipotézis $k$ evidencián alapuló bizonyítottsági fokát (logikai valószínűségét), ahol $P$ valószínűségi funktor, az $a$ és a $k$ pedig argumentumok. A továbbiakban folyamatosan alkalmazzuk a következő szimbólumokat: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\mid$, $\forall$, $^-$, ezek rendre a konjunkciót, a diszjunkciót, az implikációt, az inkompatibilitást, az antivalenciát és a negációt jelentik. $P(a/k)$-t az alábbi három axiómával határozzuk meg:

A1. $0 \leqq P(a/k) \leqq 1$

A2. $P(a/k) + P(\bar{a}/k) = 1$

A3. $P(a \wedge b/k) = P(a/k) \cdot P(b/k \wedge a)$

A megadott axiómák interpretációi a következők:

Az A1. axióma valamely $a$ hipotézis $k$ evidencián alapuló valószínűségének értékskáláját adja meg. A logikai valószínűség 0 és 1 határok közt minden értéket felvehet, beleértve a határokat is. Mivel a logikai valószínűség pontos számértékének meghatározására egzakt mérési eljárás nem áll rendelkezésünkre, becslésekre vagyunk utalva. (A becslés szempontjaival a cikk terjedelmi korlátozottsága miatt nem foglalkozunk.) A minimális (0) és a maximális (1) logikai valószínűségeknél stabil, egyébként instabil (komparatív) értékekkel dolgozunk. Ennek megfelelően a $k$ evidencia alapján becsült logikai valószínűségeket az alábbi értékkategóriákba soroljuk:

a) Ha $P(a/k) = 1$, akkor az $a$ hipotézis *biztos*.

b) Ha $P(a/k) = 0$, akkor az $a$ hipotézis *kizárt*.

c) Ha $P(a/k) < 1$, akkor az $a$ hipotézis *nem biztos*.

d) Ha $P(a/k) > 0$, akkor az $a$ hipotézis *nem kizárt*.

e) Ha $0 < P(a/k) < 1$, akkor az $a$ hipotézis *esetleges*.

Az A2. axióma azt mondja ki, hogy az $a$ hipotézis $k$ evidencián alapuló logikai valószínűsége meghatározza a neki ellentmondó $\bar{a}$ hipotézis ugyanezen evidencián alapuló logikai valószínűségét, éspedig a kettő összege egyenlő 1-gyel.

Az A3. axióma szerint az $a \wedge b$ konjunktív hipotézis $k$ evidencián alapuló logikai valószínűsége egyenlő egy olyan szorzattal, amelynek első tényezője az $a$ és a $b$ hipotézis valamelyikének logikai valószínűsége a $k$ evidencia alapján, második tényezője pedig a másik hipotézis logikai valószínűsége ugyanezen evidencia és az első hipotézis igazoltságának feltételezése alapján.

A fenti axiómákból — bizonyos kiegészítő feltételek megadásával — tételeket ($T$) vezetünk le. Ehhez bizonyos levezetési szabályokat ($S$) adunk meg:

S1. Ha $P(a/k) = P(b/k)$, akkor az egyenletekben és az egyenlőtlenségekben helyettesíthetők egymással.

S2. Ha $a$ logikailag azonos $b$-vel, akkor $P(a/k) = P(b/k)$.

Bizonyítandó tételünk a következő: a diszjunktív hipotézis egyik tagjának megcáfolása biztossá teszi a másikat, azaz:

T1. Ha a) $P(a \vee b/k) = 1$ és

b) $P(a/k) < 1$,

akkor $P(b/k \wedge \bar{a}) = 1$.

A levezetés a következő:

Helyettesítsünk A2.-ben $k$ helyére $k \wedge (a \vee b)$-t, azután a $P(a \vee b/k) = P(a \vee b/k)$ azonosság jobboldalát szorozzuk a helyettesítéssel nyert 1-gyel egyenlő kifejezéssel.

$$P(a \vee b/k) = P(a \vee b/k) \cdot \{P[a/k \wedge (a \vee b)] + P[\bar{a}/k \wedge (a \vee b)]\}.$$

Végezzük el a szorzást:

$$P(a \vee b/k) = P(a \vee b/k) \cdot P[a/k \wedge (a \vee b)] + P(a \vee b/k) \cdot P[\bar{a}/k \wedge (a \vee b)].$$

Az A3. axióma alapján az egyenlet jobb oldalát egyszerűbb alakban is felírhatjuk:

$$P(a \vee b/k) = P[(a \vee b) \wedge a/k] + P[(a \vee b) \wedge \bar{a}/k]. \tag{1}$$

Az ítéletkalkulusból ismeretes, hogy $(a \vee b) \wedge a = a$ és $(a \vee b) \wedge \bar{a} = \bar{a} \wedge b$. A helyettesítést elvégezve azt kapjuk, hogy

$$P(a \vee b/k) = P(a/k) + P(\bar{a} \wedge b/k). \tag{2}$$

Az a) feltétel alapján

$$P(a/k) + P(\bar{a} \wedge b/k) = 1.$$

Rendezzük át az egyenletet az alábbi formába:

$$1 - P(a/k) = P(\bar{a} \wedge b/k).$$

Az A2. axiómából $P(\bar{a}/k) = 1 - P(a/k)$, továbbá az A3. axióma alapján $P(\bar{a} \wedge b/k) = P(\bar{a}/k) \cdot P(b/k \wedge \bar{a})$.

Ennek megfelelően

$$P(\bar{a}/k) = P(\bar{a}/k) \cdot P(b/k \wedge \bar{a}). \tag{3}$$

A b) feltételnek és az A2. axiómának megfelelően $P(a/k) > 0$, és így a vele való osztás elvégezhető.

$$P(b/k \wedge \bar{a}) = 1.$$

Ezt akartuk igazolni.

A T1. alapján az alábbi R1. következtetési szabályt kapjuk:

R1.
$$\frac{P(a \vee b/k) = 1,\ P(a/k) < 1}{P(b/k \wedge \bar{a}) = 1}$$

Az R1. szabályt az alábbi példán szemléltetjük. A XIX. század első harmadának fizikusai a fényinterferencia és a fényelhajlás felfedezése után

szinte valamennyien biztosak voltak abban, hogy a fény hullám természetű. (Mint ismeretes, a fény hullám-elmélete Huygenstől származik, de a fizikusok nagyobb része a fényt Newton nagy tudományos tekintélye alapján majdnem egy évszázadon keresztül korpuszkuláris természetűnek tekintette.) Továbbra is kétséges volt azonban, hogy longitudinális hullámmozgás-e, ahogyan Huygens feltételezte, vagy pedig transzverzális. 1809-ben Malus, 1811-ben pedig Arago felfedezi a fénypolarizáció jelenségét, ami ellentmond annak a feltevésnek, hogy a fény longitudinális hullámmozgás. Ennek alapján Young kimondja, hogy a fény transzverzális hullámmozgás.[2] Jelentse $a$ azt, hogy a fény longitudinális hullámmozgás, $b$ azt, hogy transzverzális, $k$ a XIX. század fizikusainak releváns ismereteit a polarizáció felfedezése előtt. R1. lehetővé teszi az alábbi következtetés megformulázását:

A polarizáció felfedezése előtt biztos volt, hogy a fény longitudinális vagy transzverzális hullámmozgás.

A polarizáció felfedezése előtt nem volt biztos, hogy a fény longitudinális hullámmozgás.

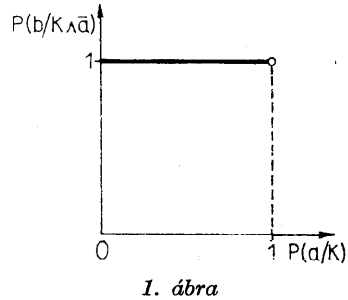
---

A polarizáció felfedezése után biztossá lett, hogy a fény transzverzális hullámmozgás.

Ha $P(a/k) < 1$, akkor értékének változása nem befolyásolja $P(b/k \wedge \bar{a})$ értékét. Ez kitűnik a

$$P(b/k \wedge \bar{a}) = \frac{1 - P(a/k)}{1 - P(a/k)}.$$

egyenletből, amelyet (3) alapján kapunk. A $P(b/k \wedge \bar{a})$ értéke a $P(a/k) = 1$ helyet kivéve mindenütt 1-gyel, azaz grafikonja — egy olyan koordinátarendszerben, amelynek abszcisszájára $P(a/k)$ értékeit mérjük fel — az abszcissza-tengellyel párhuzamos, egységnyi magasságban haladó egyenes (0,1) balról zárt, jobbról nyílt intervalluma.




*1. ábra*

### *1.2. A diszjunktív hipotézis egyik tagjának igazolása*

A diszjunktív hipotézisek egyik tagjának cáfolása a fentebb kifejtettek alapján biztossá teszi a másik hipotézist. Felvetődik a kérdés: hogyan hat vissza az egyik tag igazolása a másik bizonyítottsági fokára? Kimutatjuk,

[2] Max von Laue: A fizika története. Gondolat, 1960. 43. o.

hogy a diszjunktív hipotézis egyik tagjának igazolása meghatározott feltételek teljesülése esetén kedvezőtlenül hat vissza a másik hipotézisre, azaz valamely hipotézis bizonyítottsági foka csökken, ha a vele diszjunktív viszonyban álló hipotézist igazoltuk. Ezt a tételt a valószínűségi logikában így formulázzuk:

T2. Ha a) $P(a \vee b/k) = 1$,
b) $P(a/k) < 1$ és
c) $P(b/k) < 1$,
akkor $P(a/k) > P(a/k \wedge b)$.

A T2. levezetésénél felhasználjuk a T1.-nél már bevezetett

$$P(a/k) + P(\bar{a} \wedge b/k) = 1$$

egyenlőséget, amely az a) feltétel alapján a jelen esetben is fennáll. Ezt A2. és A3. segítségével az alábbi alakra hozzuk:

$$P(b/k) \cdot P(\bar{a}/k \wedge b) = P(\bar{a}/k). \tag{4}$$

Minthogy b) és A2. alapján $P(\bar{a}/k) > 0$, így $P(b/k)$ is

$$> 0 \quad \text{és} \quad P(\bar{a}/k \wedge b) > P(\bar{a}/k).$$

Ha $\bar{a}$ helyére $a$-t helyettesítünk, akkor A2.-nek megfelelően az egyenlőtlenség iránya ellenkező lesz, így megkapjuk a bizonyítandó egyenlőtlenséget:

$$P(a/k \wedge b) < P(a/k).$$

A T2.-n alapul az R2. következtetési szabály:

R2. $$\frac{P(a \vee b/k) = 1,\ P(a/k) < 1,\ P(b/k) < 1}{P(a/k) > P(a/k \wedge b)}.$$

Az R2. szabálynak jelentős szerepe van a tudományos hipotézisek előnyben részesítésénél. Ez kitűnik az alábbi példából: A XIX. század második felében két hipotézis jött létre a kőolaj keletkezéséről. Mengyelejev szerint a kőolaj fémkarbidok és vízgőz egymásra hatásából jött létre, míg Engler és Höfer szerint alsóbbrendű élőlények szénhidrátjaiból, fehérjéiből és zsiradékából keletkezett sekély partmenti vizekben. Az a tény, hogy a kőolaj főként szénhidrogénekből áll, mindkét hipotézissel magyarázható. Ennek alapján a XIX. század kémikusai biztosra vették, hogy a kőolaj keletkezését legalább az egyik hipotézis helyesen magyarázza. Később azonban olyan tények kerültek napvilágra, amelyek ugyan alátámasztották a kőolaj szerves eredetét, de ugyanakkor nem zárták ki teljes mértékben a részbeni szervetlen eredet lehetőségét sem. Elképzelhető volt, hogy ugyanazon lelőhelyen talált kőolaj keletkezésében mindkét folyamatnak része volt. Jelentse $a$ azt, hogy a kőolaj szervetlen eredetű, $b$ azt, hogy szerves eredetű, és $k$ azon ismeretek összességét, amelyek mindkét hipotézist egyaránt alátámasztják, pontosabban fogalmazva: az $a$ igazolását megelőző releváns ismereteink összességét. R2.-nek megfelelően tehát a kőolaj szervetlen eredetének hipotézisét annak alapján, hogy a szerves eredetről szóló hipotézist sikerült igazolni, nem kell egyszerű tévedésként elvetnünk, bár logikai valószínűsége csökkent.

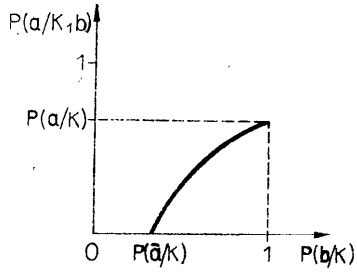
Vizsgáljuk meg, hogyan hat $P(a/k)$ és $P(b/k)$ változása $P(a/k \wedge b)$ változására. (4)-ből A2. alapján

$$P(b/k) - P(b/k) \cdot P(a/k \wedge b) = 1 - P(a/k) .$$

Innen

$$P(a/k \wedge b) = \frac{P(a/k) + P(b/k) - 1}{P(b/k)} = 1 - \frac{1 - P(a/k)}{P(b/k)} .$$

Ennek alapján megállapítható, hogy minél kisebb $P(a/k)$ és $P(b/k)$, annál kisebb $P(a/k \wedge b)$. Tekintsük $P(a/k)$-t állandónak, $P(b/k)$-t és $P(a/k \wedge b)$-t változónak. $P(b/k)$ az $1 - P(a/k)$ és az 1 határok között, $P(a/k \wedge b)$ pedig a 0 és a $P(a/k)$ határok között változik az alábbi diagramnak megfelelően:




*2. ábra*

Az eddigieket összegezve a következőket állapíthatjuk meg: *Ha egy diszjunktív hipotézis egyik tagját megcáfoljuk, akkor a másik biztossá lesz, ill. ha egyiket igazoljuk, akkor a másik logikai valószínűsége csökken, mégpedig annál nagyobb mértékben, minél kisebb volt a tagok logikai valószínűsége az igazolás előtt.*

### *2. A rivális hipotézisek előnybenrészesítése*

A rivális hipotéziseket az jellemzi, hogy legfeljebb egyikük lehet igaz, azaz nem lehetnek együtt igazak, de lehetnek együtt hamisak. A rivális hipotézisek tulajdonképpen az inkompatibilitás viszonyában állnak egymással. Szeretnénk előnyben részesíteni a rivális hipotézisek egyikét a másikkal szemben. A jelen esetben is két megoldási lehetséggel számolhatunk: a rivális hipotézisek egyikét bebizonyítjuk vagy megcáfoljuk.

#### *2.1. A rivális hipotézis egyik tagjának igazolása*

Általánosan elfogadott az a szabály, hogy a rivális hipotézis egyik tagjának igazolása után a másikat el kell vetnünk. Ezt a szabályt a valószínűségi logikában így formulázzuk:

T3. Ha a) $P(a \mid b/k) = 1$ és

b) $P(a/k) = 0$ ,

akkor $P(b/k \wedge a) = 0$ .

Az ítéletkalkulusból ismeretes, hogy $a \mid b = \bar{a} \vee \bar{b}$. Ennek alapján (2) és a) felhasználásával

$$P(\bar{a}/k) + P(a \wedge \bar{b}/k) = 1 .$$

Ezt az egyenlőséget némi számolással a következő alakra hozhatjuk:

$$P(a/k) = P(a/k) \cdot P(\bar{b}/k \wedge a) \tag{5}$$

Innen, a b) feltétel figyelembe vételével, könnyen belátható, hogy

$$P(b/k \wedge a) = 0 .$$

A T3.-on alapuló R3. szabály kifejezi a rivális hipotézis tagjának igazolásakor végzett következtetés logikai mechanizmusát.

R3.
$$\frac{P(a \mid b/k) = 1, \quad P(a/k) > 0}{P(b/k \wedge a) = 0} .$$

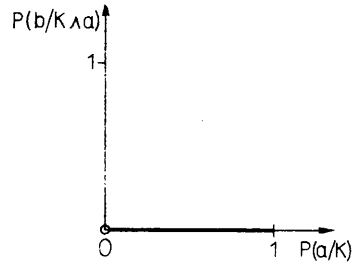
Példaként egy nevezetes tudománytörténeti vitát említünk meg. A XIX. század elején Berzelius és követői azt hírdették, hogy a szerves vegyületeket nem lehet mesterségesen előállítani, mert csak az élő szervezetekben és csakis bizonyos életerő, *vis vitalis* hatására képződnek. Ezt cáfolta meg Wöhler a karbamid mesterséges előállításával. Wöhler felfedezése előtt az életerő-hipotézis és a szerves vegyületek mesterséges előállíthatóságának hipotézise rivális hipotézisek voltak: együtt semmiképpen sem lehettek igazak, de esetleg lehetett mindkettő hamis (s ebben az esetben egy harmadik igaz). Az akkori ismeretek alapján feltehető volt, hogy a szerves vegyületek ugyan az élő szervezetben létre jönnek, de esetleg nem az életerő, hanem valamilyen, akkor még nem ismert ok hatására. Így, miután Wöhlernek sikerült szerves anyagot mesterségesen előállítania, az életerő elméletét el kellett vetni.

Ha $P(a/k) > 0$, akkor értékének változása nem befolyásolja $P(b/k \wedge a)$ értékét. Ugyanis (5)-ből A2. alapján

$$P(a/k) = P(a/k) \cdot [1 - P(b/k \wedge a)].$$

Innen

$$P(b/k \wedge a) = \frac{P(a/k) - P(a/k)}{P(a/k)} = 0 .$$




*3. ábra*

Tehát a $P(a/k)$ tengely (0,1) balról nyílt szakaszának pontjai alkotják $P(b/k \wedge a)$ grafikonját.

*2.2, A rivális hipotézis egyik tagjának cáfolása*[3]

Tegyük fel, hogy $a$ és $b$ rivális hipotézis-tagok, amelyeket a $k$ evidencia alapján állítottunk fel. Ha egyiküket sikerül megcáfolnunk, akkor a másik bizonyítottsági foka megnövekszik. Ez a valószínűségi logikában az alábbi tételben formulázható meg:

T4. Ha a) $P(a \mid b/k) = 1$,
b) $P(a/k) > 0$ és
c) $P(b/k) > 0$,
akkor $P(a/k) < P(a/k \wedge \bar{b})$.

Az (1) egyenlőség levezetéséhez teljesen hasonló eljárással kapjuk a következő egyenlőséget:

$$P(a/k) = P(a \wedge b/k) + P(a \wedge \bar{b}/k). \tag{6}$$

Az ítéletkalkulusból ismert, hogy $a \mid b = \overline{a \wedge \bar{b}}$. Felhasználva még a)-t és A2.-t, azt kapjuk, hogy

$$P(a \wedge b/k) = 0$$

Ezt behelyettesítve (6)-ba, alakítsuk $P(a \wedge \bar{b}/k)$-t szorzattá:

$$P(a/k) = P(\bar{b}/k) \cdot P(a/k \wedge \bar{b}) \tag{7}$$

Innen b), c) és A2. alapján kapjuk:

$$P(a/k) < P(a/k \wedge \bar{b}).$$

T4. alapján az R4. következtetési szabályt kapjuk:

R4.
$$\frac{P(a \mid b/k) = 1,\ P(a/k) > 0,\ P(b/k) > 0}{P(a/k) < P(a/k \wedge \bar{b})}.$$

Az emberiséget ősidőktől fogva foglalkoztatja saját származásának rejtélye. A legkülönbözőbb vallások az embert isten teremtményének tekintik. Ugyanakkor már számos ókori filozófus felvettete az ember alacsonyabbrendű élőlényektől való származásának lehetőségét. E hipotézisek már az akkori rendkívül alacsony szintű ismeretek ($k$) alapján sem voltak összeegyeztethetők, de külön-külön egyiket sem lehetett eleve kizárni. Az utóbbi évszázadokban azonban számos olyan tudományos értékű tényt sikerült feltárni, amely kifejezetten ellentmond az ember származásáról alkotott vallásos felfogásnak. Így megnövekedett az embernek más, alacsonyabbrendű élőlényektől való származásának valószínűsége. Mint ismeretes, ezt a hipotézist korszerű formában Darwin fejtette ki a XIX. század közepén, és bizonyos nem lényegbe vágó módosításokkal napjainkban is elfogadott.

[3] Hasonló módon tárgyalja Pólya György a rivális hipotézisek előnyben részesítésének kérdését. Mathematics and plausible Reasoning II. vol. Princeton, 1954. 123—124. o.

Vizsgáljuk meg, hogyan hat $P(a/k)$ és $P(b/k)$ változása $P(a/k \wedge \bar{b})$-re. Induljunk ki (7)-ből, és hozzuk az alábbi alakra:

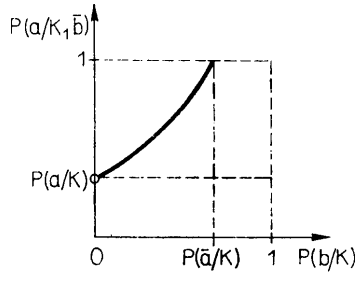
$$P(a/k \wedge \bar{b}) = \frac{P(a/k)}{1 - P(b/k)}.$$

Az egyenletből kitűnik, hogy $P(a/k \wedge \bar{b})$ annál nagyobb, minél nagyobb $P(a/k)$ és $P(b/k)$. Természetesen A1., továbbá a b) és c) feltételek határt szabnak $P(a/k)$ és $P(b/k)$ változásának. E változók mozgásterét a

$$0 < P(a/k) \leqq 1 - P(b/k) < 1$$

egyenlőtlenség korlátozza. Az egyenlőtlenség fennállása b), c) és (7) alapján könnyen belátható.

Tekintsük a továbbiakban $P(a/k)$-t állandónak, $P(b/k)$-t és $P(a/k \wedge \bar{b})$-t pedig változóknak. A közöttük fennálló összefüggést az alábbi diagram szemlélteti.




*4. ábra*

A rivális hipotézisek előnyben részesítésével kapcsolatos fejtegetéseinket összegezve: *Ha a hipotézis egyik tagját sikerül igazolnunk, akkor a másikat el kell vetnünk. Ha az egyiket sikerül megcáfolnunk, akkor ez a másik bizonyítottságának fokát megnöveli, még pedig annál nagyobb mértékben, minél nagyobb a tagok bizonyítottsági foka a cáfolás előtt.*

### *3. Az antivalens hipotézisek*

Induljunk ki a következő problémából: Legyen adva $a$ és $b$ hipotézis, amelyek közül $k$ releváns ismeretek alapján egyik és csak egyik lehet igaz. Az ilyen hipotézisek egy antivalens hipotézis tagjainak tekinthetők. Az antivalens hipotézis egyik tagjának igazolása vagy cáfolása lehetővé teszi, hogy a másik bizonyítottsági fokát egyértelműen meghatározzuk: az egyik igazolása esetén a másikat mint megcáfoltat el kell vetnünk, ill. az egyik megcáfolása esetén a másikat mint igazoltat el kell fogadnunk.

#### *3.1. Az antivalens hipotézis egyik tagjának igazolása*

Az antivalens hipotézis egyik tagjának igazolása maga után vonja a másik cáfolatát, azaz

T5. Ha a) $P(a \vee b/k) = 1$ és

b) $P(a/k) > 0$,

akkor $P(b/k \wedge a) = 0$.

A levezetésben felhasználjuk az ítéletkalkulus $a \vee b = (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$ és $\overline{a \wedge \bar{b}} \wedge (\bar{a} \wedge b) = \bar{a} \wedge b$ azonosságait, továbbá a (6) egyenlőséget:

$$P(a \vee b/k) = P(a/k) - P(a \wedge b/k) + P(\bar{a}/k) - P(\bar{a} \wedge b/k).$$

Minthogy A2. és a) alapján

$$1 - P(a \wedge b/k) - P(\bar{a} \wedge \bar{b}/k) = 1,$$

ezért

$$P(a \wedge b/k) = 0 \text{ és} \tag{8}$$

$$P(\bar{a} \wedge \bar{b}/k) = 0. \tag{9}$$

Minthogy $P(a/k) > 0$, ezért $P(b/k \wedge a)$ értéke A3.-nak megfelelően (8) alapján 0. T5.-nek megfelelően ismét egy következtetési szabályt kapunk:

R5.
$$\frac{P(a \vee b/k) = 1, \quad P(a/k) > 0}{P(b/k \wedge a) = 0}.$$

A darwinizmus létrejötte előtt egyes tudósok a növény- és állatvilágban megnyilvánuló célszerű mechanizmusokat természetes ($a$), más tudósok természetfeletti okokkal ($b$) magyarázták. A tudomány akkori fejlett szintjén ($k$) e két hipotézis közül egyik és csak egyik lehetett igaz. Miután Darwin bebizonyította, hogy a növények és állatok célszerű viselkedése az egyes fajok fejlődése során a környezethez való alkalmazkodás eredményeként alakult ki, a célszerűséget természetfeletti okokkal magyarázó hipotézist el kellett vetni.

### *3.2. Az antivalens hipotézis egyik tagjának cáfolása*

Az antivalens hipotézis egyik tagjának cáfolata maga után vonja a másik igazolását, azaz

T6. Ha a) $P(a \vee b/k) = 1$ és

b) $P(a/k) > 0$

akkor $P(a/k \wedge \bar{b}) = 1$

(8) alapján jelen esetben is fennáll

$$P(a \wedge b/k) = 0.$$

Ugyanakkor (6) alapján, figyelembe véve, hogy $P(a \wedge \bar{b}/k) = 0$,

$$P(a/k) = P(a \wedge \bar{b}/k).$$

Minthogy $P(a/k) > 0$, így $P(a \wedge \bar{b}/k) > 0$. Ebből A3. értelmében következik, hogy $P(\bar{b}/k)$ is $> 0$. Ha (9) baloldalát szorzattá alakítjuk, világosan látjuk, hogy

$$P(\bar{a}/k \wedge \bar{b}) = 0, \text{ ill. } P(a/k \wedge \bar{b}) = 1.$$

T6.-nak megfelelően az alábbi szabályt kapjuk:

R6. $$\frac{P(a \vee b/k) = 1,\ P(a/k) > 0}{P(a/k \wedge \bar{b}) = 1}.$$

A $P(a/k) > 0$ feltétel helyett természetesen megadhatjuk a $P(\bar{b}/k) > 0$ feltételt is, sőt a $P(\bar{a}/k) < 1$ és a $P(b/k) < 1$ feltételek valamelyikét is.

Ismeretes, hogy a századfordulón nyilvánvaló lett, hogy az ún. abszolút fekete test sugárzásának leírására a Rayleigh—Jeans-féle törvény, amely hallgatólagosan a sugárzó (a sugárforrásból éppen kilépő) energia folytonosságának feltételezéséből indult ki, nem alkalmas. Ez vezette el Planckot ahhoz a felismeréshez, hogy a sugárzó energiának csak diszkrét fokozatai lehetségesek. A sugárzó energia folytonos és diszkrét természetének feltételezése két antivalens hipotézisnek tekinthető és így egyikük cáfolata maga után vonja a másik igazolását.[4]

### *4. Az experimentum crucis*

Befejezésül vizsgáljunk meg egy, az előzőknél bonyolultabb esetet. Legyen adva $a_1$ és $a_2$ hipotézis, s a $k$ evidencián alapuló logikai valószínűségük legyen egyenlő. Tegyük fel továbbá, hogy $a_1$-ből levezettünk egy olyan $b$ következményt, amely összeegyeztethetetlen $a_2$-vel, és tapasztalatilag ellenőrizhető. Az alábbi kérdésekre keresünk választ: hogyan hat vissza a $b$ következmény igazolása, ill. cáfolása $a_1$-re és $a_2$-re.

#### *4.1. Előnyben részesítés a következmény igazolása alapján*[5]

Kimutatható, hogy két olyan hipotézis közül, amelyeknek ugyanazon $k$ evidencián alapuló logikai valószínűsége egyenlő, további meghatározott feltételek teljesülése esetén azt a hipotézist kell előnyben részesítenünk, amelynek következményét sikerült igazolnunk, azaz

ha a) $P(a_1/k) = P(a_2/k) > 0$,

b) $P(a_1 \to b/k) = 1$ és

c) $P(b/k) < 1$

akkor $P(a_1/k \wedge b) > P(a_2/k)$.

A levezetéshez az ítéletkalkulus $a \to b = \bar{a} \vee b$ azonosságát használjuk fel. Helyettesítsünk továbbá a (2) egyenlőségben $a$ helyére $\bar{a}_1$-t.

$$P(a_1 \to b/k) = P(\bar{a}_1/k) + P(a_1 \wedge b/k).$$

[4] Max von Laue: Id. mű 147—148. o.

[5] Ezt a következtetési szabályt számos szerző tárgyalja, és a valószínűségi logika egyik alapvető szabályának tekinti: J. M. Keynes: A Treatise on Probability. London 1921. 225—226. o.; G. Polya: Mathematics and plausible Reasoning. Vol. II. 119—122. o.: H. Hasenjaeger: Grundbegriffe und Probleme der modernen Logik. München 1962. 181—183. o.

Ebből A2., A3. és b) felhasználásával a

$$P(a_1/k) = P(b/k) \cdot P(a_1/k \wedge b) \tag{10}$$

egyenlőséget kapjuk, amelyből a) és c) alapján $P(b/k)$ elhagyásával a

$$P(a_1/k \wedge b) > P(a_2/k)$$

egyenlőtlenség adódik.

A T7.-nek megfelelő következtetési szabály:

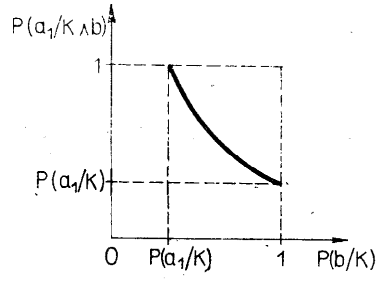
R7. $$\frac{P(a_1 \to b/k) = 1,\ P(a_1/k) = P(a_2/k) > 0,\ P(b/k) < 1}{P(a_1/k \wedge b) > P(a_2/k)}.$$

Vizsgáljuk meg, hogyan hat $P(a_1/k)$ és $P(b/k)$ változása $P(a_1/k \wedge b)$-re. (10)-ből

$$P(a_1/k \wedge b) = \frac{P(a_1/k)}{P(b/k)}.$$

azaz valamely hipotézis logikai valószínűsége, a hipotézis következményének igazolása után egyenlő a hipotézis előzetes logikai valószínűsége és a következmény előzetes logikai valószínűsége hányadosával.

Tekintsük $P(a_1/k)$-t állandónak. Ebben az esetben $P(a_1/k \wedge b)$ változását az alábbi görbe írja le:




*5. ábra*

Ha a $b$ következmény összeegyeztethetetlen $a_2$-vel, vagyis $P(a_2 \mid b/k) = 1$, akkor — minthogy $P(a_2/k) > 0$ — T3. alapján $P(a/k \wedge b) = 0$, vagyis $b$ ebben az esetben rivális hipotézisként funkcionál, és így igazolása kizárja $a_2$-t.

Példának ismét egy nevezetes tudománytörténeti tényt említünk meg: a hőanyag-hipotézis és a hőmozgás-hipotézis védelmezőinek vitáját a XIX. század elején. A hőanyag-hipotézis szerint a hőjelenségeket egy különleges anyag, a flogiszton idézi elő, amely a testekkel keveredhet. A test annál melegebb, minél több benne a hőanyag. A hőanyag a melegebb testekről átfolyik a hidegebbekre. Ez a hipotézis a testek hőáramlás útján történő felmelegedését könnyűszerrel meg tudta magyarázni. A súrlódás általi felmelegedésre azonban nem tudott kielégítő magyarázatot adni. A hipotézis

védelmezői azt hitték, hogy a súrlódó testek azért melegednek fel, mert hőanyagmennyiségük nem változik, hanem térfogatukkal együtt hőkapacitásuk csökken. A hőmozgás-hipotézis a hőjelenségeket a molekulák kinetikus mozgásával magyarázta. Eszerint a test annál melegebb, minél intenzívebb a részecskéinek a mozgása. Az áramlás útján történő felmelegedésnél a melegebb test részecskéi mozgásuk egy részét átadják a hidegebb test részecskéinek, s így ezek felgyorsulnak. Davy a következő kísérlettel cáfolta meg a hőanyag-hipotézist és adta meg a hőmozgás-hipotézis döntő bizonyítékát: Két jégdarabot egymáshoz dörzsölt. Ebben az esetben a jég anélkül olvadt meg, hogy melegebb testből hőanyagot kaphatott volna. Ugyanolyan térfogatú jégdarabokat tűzön olvasztott meg. Ezek a tűztől kaphattak volna flogisztont. Az így kapott víz azonban semmiben sem különbözött attól, amelyet a jég dörzsölés útján való megolvasztásával nyert.[6] Jelentse $a_1$ a hőmozgás-hipotézist, $a_2$ a hőanyag-hipotézist, $k$ a hőáramlás általi felmelegedést és $b$ a Davy-féle döntő kísérlet eredményét. Ebben az esetben az $a_2$-t mint megcáfolt hipotézist el kell vetnünk, és az $a_1$-t mint nagyobb fokban megalapozott hipotézist el kell fogadnunk.

*4.2. Előnyben részesítés a következmény cáfolása alapján*

Gyakran előfordul a tudományos vizsgálódásokban, hogy a gyakorlat valamely hipotézis következményét megcáfolja. Ebben az esetben a hipotézist el kell vetnünk. Legyen a szóban forgó hipotézis $a_1$, a következmény $b$. Kimutatjuk, hogy fennáll:

T8. Ha *a)* $P(a_1 \rightarrow b/k) = 1$, és

*b)* $P(b/k) < 1$,

akkor $P(a_1/k \wedge b) = 0$.

Felhasználva az $a \rightarrow b = b \vee \bar{a}$ ítéletkalkulusbeli azonosságot, a (10) egyenlőségnek megfelelően a

$$P(\bar{b}/k) = P(\bar{b}/k) \cdot P(\bar{a}_1/k \wedge \bar{b})$$

egyenlőséget kapjuk, amelyből *b)* alapján

$$P(\bar{a}_1/k \wedge \bar{b}) = 1, \text{ ill. } P(a_1/k \wedge \bar{b}) = 0.$$

T8. alapján nyerjük az R8. következtetési szabályt:

R8.
$$\frac{P(a_1 \rightarrow b/k) = 1, P(b/k) < 1}{P(a_1/k \wedge \bar{b}) = 0}.$$

Egészen másként hat vissza $b$ megcáfolása $a_2$-re. Minthogy $P(a_2 \mid b/k) = 1$, így R4. alapján $P(a_2/k) < P(a_2/k \wedge \bar{b})$, ha $P(\bar{b}/k) > 0$. Ez könnyen belátható a (10) alapján:

$$P(a_1/k) = P(b/k) \cdot P(a_1/k \wedge b).$$

Innen

$$P(a_1/k \leqq P(b/k).$$

[6] N. D. Papalekszi: Fizika I. rész. Tankönyvkiadó, 1951. 325—326. o.

Mivel $P(a_1/k) > 0$, így $P(b/k)$ is $> 0$.

A fentiek alapján az $a_2$ hipotézist előnyben kell részesítenünk az $a_1$ hipotézissel szemben R4.-nek megfelelően.

A kémia történetének jelentős állomása volt az égés magyarázatára megalkotott ún. flogiszton-hipotézis és az egyesülési hipotézis harca a XVIII. században. Az elsőt Stahl és követői, a másodikat Pristley, Lavoisier és mások védelmezték. Az első szerint az égés tulajdonképpen bomlás, a második szerint egyesülés. A lánggal, füsttel járó, jelentős súlycsökkenéssel egybekötött gyors égés látszólag mindkét hipotézist alátámasztotta. A vitát a fémek lassú égése — rozsdásodása — alkalmával bekövetkező súlynövekedése döntötte el. A flogiszton-hipotézis egyes makacs védelmezői megpróbálták felfogásuk és a tapasztalat ellentmondását különböző segédhipotézisekkel kiküszöbölni (a súlygyarapodás a levegőben levő ún. másodlagos flogiszton-szaporulatból ered, a flogisztonnak egyes esetekben negatív súlya van stb.). Miután Pristley és Lavoisier kimutatta, hogy az égés oxigénnel való egyesülés, a flogiszton-hipotézis hamissága egyértelműen nyilvánvaló lett.[7] Ha $a_1$ helyére a flogiszton-hipotézist, $a_2$ helyére az egyesülési hipotézist, $k$ helyére a gyors égést kísérő súlycsökkenést és $b$ helyére a lassú égéssel járó súlygyarapodást helyettesítjük, akkor a fentiek alapján rekonstruálhatjuk a flogiszton-hipotézis cáfolatát és az egyesülési hipotézis bizonyítottsági fokának megnövekedését.

*

A tudományokban a hipotézisek versenye napjainkban is folyik. A tudománytörténet tényeinek logikai analízise azonban lehetővé teszi számunkra, hogy a versengő hipotézisek egyike előnyben részesítéséhez elégséges logikai feltételeket találjunk, és e feltételek létrejöttét a tudomány gyakorlatában meggyorsítsuk.

## ПРЕДПОЧТЕНИЕ ОДНОЙ ИЗ НАУЧНЫХ ГИПОТЕЗ

*Ласло Харшинг*

В работе рассматриваются нормы, правила предпочтения определенного члена пар дизъюнктивных, ривальных и антивалентных гипотез, а также проблема experimentum crucis. С помощью вероятностного калькулуса даются достаточные условия предпочтения. Если опровергается один из членов дизъюнктивной пары гипотез, то второй становится надежным. Если же подтверждается один из членов, вероятность второго уменьшается, и притом в тем большей степени, чем меньше вероятность членов до подтверждения. Если подтверждается один членов ривальной пары гипотез, второй должен быть отвергнут, или если один из членов опровергнут, вероятность второго растет, и притом в тем большей степени, чем больше вероятность членов до опровержения. В случае доказательства одного из членов антивалентной пары гипотез второй член должен быть отвергнуть, или отвержение одного из членов влечет за собой верность второго. В работе анализируются два варианта experimentum crucis: в случае подтверждения следствия должна быть предпочтена та гипотеза (основание), из которой было выведено следствие, и должна быть отвергнута гипотеза, инкомпатибильная следствию. В случае опровержения следствия должно быть отвергнуто основание и принята в качестве более вероятной инкомпатибильная ему гипотеза.

[7] J. D. Bernal: Tudomány és történelem. Gondolat, 1963. 406—410. o.

# PREFERENCE FOR ONE OF TWO SCIENTIFIC HYPOTHESES

*by L. Hársing*

The study treats the rules of preferences for one member of the disjunctive, rival and antivalent pairs of hypotheses as well as the problem of experimentum crucis. With the help of probability calculus the author defines the sufficient conditions of preference. If we refute one member of the disjunctive pair of hypotheses, then the other becomes certain or, if one is proven, the probability of the other is reduced; the lesser the probability of the members before verification, the more the other reduces. If we verify one member of the rival pair of hypotheses then the other has to be discovered, or if one is refuted the likelihood of the other increases; the greater the probability of the members before refutation, the greater will be the likelihood of the other. If one member of the anti-valent pair of hypotheses is proven the other has to be discarded, or rather the discarding of one member will bring about the certainty of the other. The study examines two versions of the experimentum crucis. In case of the verification of the consequences we have to prefer the base, i.e., the hypothesis, from which the consequence was deduced and the hypothesis incompatible with the consequence must be rejected. If the consequence is refuted, then the base must be rejected and the hypothesis incompatible with it has to be regarded as having the greater likelihood.