Valószínűségi következtetések

HÁRSING LÁSZLÓ

A tudomány fejlődésében rendkívül nagy szerepet játszanak a hipotézisek. Kitüntetett szerepük szorosan összefügg azzal a ténnyel, hogy egyetlen tudomány sem elégedhet meg a vizsgált jelenségek egyszerű leírásával és osztályozásával, hanem valamennyinek arra kell törekednie, hogy feltárja a vizsgált jelenségekben érvényre jutó általános összefüggéseket, továbbá ezek okait és várható okozatait, hogy ismeretükben lehetségessé váljék a cselekvő ember számára a természeti és a társadalmi jelenségek változásainak céltudatos irányítása, az eredményes gyakorlati cselekvés. A tudományok ezt a feladatukat csak akkor tudják megoldani, ha nem korlátozzák tételeik érvényességét a már behatóan vizsgált jelenségekre, hanem következtetéseket vonnak le a még egyáltalán nem vagy nem kielégítő gondossággal vizsgált jelenségekre nézve is. E következtetések általában nem a hagyományos formális logika értelmében vett következtetések, jelentős részük azonban tárgyalható az ún. *valószínűségi logika* keretében. A tudományos hipotézisek többnyire valószínűségi következtetések eredményeiként jönnek létre. Szélesítik az emberi tudás területét, mintegy a nem tudás és a biztos tudás közötti láncszemeket alkotják, megjelölve azokat a lehetséges irányokat, amelyeken a tudományos kutatásnak a továbbiakban haladnia kell. Ha a tudományos gyakorlat később igazol valamely hipotézisből levont konkrét logikai következtetést, akkor a hipotézis valószínűsége megnövekszik, sőt a tudományos törvény rangjára is emelkedhet.

1. *A logikai valószínűség fogalma és összefüggése a valószínűség más formáival*

A valószínűségi logika alapvető kategóriája a valószínűség egy speciális formája: *a logikai valószínűség.* Mielőtt a logikai valószínűség fogalmát meghatároznánk, röviden foglalkoznunk kell *a valószínűség általános fogalmával.* Az egyes szaktudományok a valószínűségnek valamely speciális formáját vizsgálják. E speciális formákban azonban van valami közös tartalom, és éppen ezt emeljük ki a valószínűség általános fogalmának megalkotásában.

Ismeretes, hogy az anyag minden megjelenési formájának alapvető tulajdonsága a mozgás, amely, lényegét tekintve, változás. A változás viszont felfogható mint a lehetőségnek a valóságba való átmenete és a valóság talaján új lehetőségek létrejötte. Ezt a dialektikus ellentmondást úgy is kifejezhetjük, hogy a jelenségek egy meghatározott időpontban rendelkeznek bizonyos tényleges (valóságos) tulajdonságokkal, ugyanakkor azonban ezek a megvalósult tulajdonságok a jövőben más tulajdonságok megjelenését teszik lehetővé. Minden dolog — mint a mozgó anyag egy megjelenési formája — tartalmazza a lehetőség és valóság dialektikus ellentmondását.

A lehetőség mindig a valóság alapján jön létre. Valamely lehetőség alapjához elsősorban a tárgy *belső* tulajdonságai tartoznak, de számos esetben igen fontos szerepet játszanak a *külső* tényezők (feltételek) is. Az utóbbiak szerepe gyakran oly jelentős lehet, hogy a belső tulajdonságoktól elvonatkoztathatunk, és az illető jelenség lehetőségét csak a külső feltételek bizonyos komplexumához viszonyítva ítéljük meg.

A lehetőség egyrészt a jelenségek változásának *minőségi* jellemzője, és azt fejezi ki, hogy a már megvalósult tulajdonságok és a fennálló feltételek alapot nyújtanak bizonyos új tulajdonságok létrejöttéhez, másrészt a lehetőségnek *mennyiségi* oldala is van, és ez nem más, mint *a lehetőség megalapozottságának nagysága, mértéke.* A megalapozottság nagysága maga is változik, növekszik vagy csökken, és ennek megfelelően kifejezésre juttatja a lehetőségnek mint a jelenség minőségi karakterisztikájának a valósághoz és a szükségszerűséghez való közelségét. A lehetőségnek ezt a mennyiségi meghatározottságát nevezzük *valószínűség*nek *a szó általános értelmében.*

„A valószínűség fogalma a lehetőség e mennyiségi oldalának, a lehetőség megalapozottsága, fejlettsége nagyságának, a valóságba vagy a szükségszerűségbe való átmenete közelségének kifejezésére szolgál" — írja Szmirnov.[1] Hasonlóan definiálja a valószínűség általános fogalmát Jaglom: „A valószínűség valamely olyan esemény 'lehetőségének fokát' jellemző mennyiség, amely be is következhet és el is maradhat."[2]

Most rátérünk a valószínűség *speciális* formáinak vizsgálatára. Ismeretes, hogy a filozófia alapvető kérdésére adott materialista válasznak megfelelően megkülönböztetünk objektív, az emberi tudattól függetlenül létező jelenségeket, amelyeket a valószínűségelméletben eseményeknek szokásos nevezni, és ezeknek tudatunkban létrejött szubjektív tükörképeit. Így beszélhetünk valamely objektív jelenség lehetősége alapjának nagyságáról mint *objektív valószínűségről,* és valamely közvetett ismeretnek (hipotézisnek) más, az objektív valóságról közvetlenül (megfigyelés, kísérlet stb. segítségével) nyert ismereteken alapuló lehetőségének nagyságáról mint *logikai valószínűségről.* A valószínűség utóbbi formája *tartalmát tekintve* szintén *objektív jellegű,* mert valamely hipotézis igazságának valószínűségét olyan ismeretek (ítéletek) igazsága alapján állítjuk, amely ítéletekben szereplő jelenségek objektíven összefüggnek a hipotézisben szereplő jelenséggel. Minthogy a logikai valószínűség közvetlenül az ítéletek kapcsolatait jellemzi és csak közvetve az objektív jelenségek összefüggéseit, és mivel az ítéletek — mint minden emberi ismeret — az objektív valóság jelenségeinek szubjektív képei, ezért a logikai valószínűségnek *szubjektív* oldala *is* van. A logikai valószínűség tehát az objektív valóságot visszatükröző emberi megismerés *egy* sajátossága, míg az objektív valószínűség az emberi tudattól *teljesen* függetlenül létező jelenségek sajátossága, és így szubjektív oldallal nem rendelkezik.

A valószínűség e kétféle formájának szemléltetésére megemlítjük az alábbi példákat:

a) Reggel kitekintünk az ablakon, és azt tapasztaljuk, hogy az utca kövezete nedves; felmerül a kérdés: mi okozta? Legkézenfekvőbb, ha arra

[1] Л. В. Смирнов: Категория Вероятности. Вопросы Философии, 1958/12. 82. o.
[2] A. Яглом: Вероятность. Философская Энциклопедия. 1. köt. Moszkva 1960. 244. o.

következtetünk, hogy az elmúlt éjjel esett. Ezt az ítéletet hipotézisnek tekintjük. E hipotézisnek az utca kövezete nedvességéről a közvetlen megfigyelés alapján alkotott ítéleten alapuló megalapozottsági fokát (a megalapozottsági fok később szabatosabban definiált értelmében) nevezzük logikai valószínűségnek.

b) Kockával dobunk. A kocka legyen „szabályos" abban az értelemben, hogy szimmetria középpontja és súlypontja egybeesik, továbbá a levegő áramlása ne legyen olyan mérvű, hogy befolyásolja a kocka esését. E feltételek alapján a kocka bármelyik lapjára való esése lehetőségének nagysága egyenlő. Ezt a valószínűséget Laplace nyomán mint a kedvező és a lehetséges esetek hányadosát szokták meghatározni. Ez a hányados ez adott esetben 1/6. Így pl. a kettes kockadobásnak a kocka szimmetriáján, továbbá azon a tényen alapuló valószínűségét, hogy a levegő nem végez áramlást, nevezzük objektív valószínűségnek.

Minden lehetőség alapjának van mennyiségi meghatározottsága. Így a valószínűség mind az objektív lehetőség, mind a logikai lehetőség esetében mennyiségi meghatározottság. Ebből azonban egyáltalán nem következik az, hogy valamely tetszőleges jelenség valószínűségét meghatározott feltételek mellett minden esetben ki tudjuk számítani. Pl. az imperializmus korában minden kapitalista országban fennáll a szocialista forradalom lehetősége, amely bizonyos objektív és szubjektív feltételeken alapul. Ahhoz, hogy ez a lehetőség a valóságba menjen át, a feltételeknek el kell érniök egy bizonyos fejlettségi fokot. Arra a kérdésre, hogy egy ország meghatározott fejlődési periódusában az objektív és a szubjektív feltételek milyen fokban alapozzák meg a szocialista forradalom lehetőségét, csak a helyzet konkrét elemzése alapján lehet válaszolni. De ebben az esetben sem tudjuk „kiszámítani" ennek a lehetőségnek számértékét, hanem meg kell elégedni olyan mennyiségi jellegű, de nem számszerűen meghatározott összehasonlításokkal, minthogy a szocialista forradalom „nagyobb mértékben" vagy „kisebb mértékben" valószínű az adott ország egy megelőző vagy egy más ország megelőző vagy jelenlegi fejlődési periódusához viszonyítva.

Megemlítjük, hogy a valószínűség számértékének meghatározása főleg az ún. véletlen tömegjelenségek esetében lehetséges. Valamely jelenség akkor *véletlenszerű*, ha meghatározott feltételek esetén bekövetkezhetik, de el is maradhat, és akkor *tömegjelenség*, ha korlátlanul megismételhető azonos feltételek között. Az azonos típusú véletlen tömegjelenségek hosszú sorozataiban egy meghatározott jelenség gyakoriságának sűrűsödési tendenciája van bizonyos meghatározott számérték körül, és ettől általában annál ritkábban tér el, minél hosszabb a sorozat. Az objektív valószínűségnek ezt a speciális fajtáját *statisztikai valószínűségnek* nevezzük.[3] Példaként ismét a kockadobást említjük. Sorozatosan dobunk egy kockával. Most nem vagyunk tekintettel arra, hogy a kocka szimmetrikus-e vagy sem, továbbá hogy a helyiség levegőmozgása zavarja-e a kocka esését vagy sem, csupán azt kötjük ki, hogy a feltételek ne változzanak. Jelen esetben azon, hogy pl. a kettes szám dobásának valószínűsége 1/6, azt értjük, hogy nagy számú dobás esetén a kettest eredményező dobások számának és az összes dobások számának hányadosa (a kettest eredményező dobások viszonylagos gyakorisága) az 1/6 szám körül

[3] Lásd bővebben Rényi Alfréd: A valószínűségszámítás elvi kérdései a dialektikus materializmus megvilágításában. Filozófiai Évkönyv I. évf. Akadémiai Kiadó 1952. és А. С. Монин: О двух формах выражения причиности. Вопросы Философии, 1959/4.

ingadozik, és ettől általában annál kevésbé tér el, minél nagyobb a dobások száma.

A logikai és az objektív valószínűségnek van egy további igen fontos egyezése: leírhatók ugyanannak a matematikai formalizmusnak a segítségével. Ezt a matematikai formalizmust *absztrakt valószínűségi kalkulus*nak nevezzük, mivel elvonatkoztat a benne szereplő változók minden tartalmi meghatározottságától, definiálatlanul hagyja őket, és csak a közöttük fennálló formális összefüggéseket definiálja axiómák és levezetési szabályok segítségével. Mind a logikai, mind az objektív valószínűség az absztrakt valószínűség egy-egy interpretációjának (modelljének) tekinthető. A logikai valószínűség esetében az absztrakt valószínűségi kalkulus definiálatlan alapfogalmai ítéleteket, az objektív valószínűség esetében pedig eseményeket, illetőleg a statisztikai valószínűség esetében véletlen tömegjelenségeket jelentenek. Az absztrakt valószínűségi kalkulus logikai interpretációját nevezzük *valószínűségi logiká*nak. A valószínűségi logika felfogható olyan következtetések általános elméletének, amelynek konklúziói hipotézisek.

Mint a filozófia minden lényeges kérdésében, a valószínűség általános fogalma tartalmának meghatározása körül kibontakozott vitában is a materializmus és idealizmus összecsapásának lehetünk tanúi. Ennek a vitának nyomon követése meghaladná dolgozatunk terjedelmét. Ezért csupán néhány modern szerző véleményének vázlatos ismertetésére szorítkozunk.

A valószínűségi logika XX. századbeli fejlődésére igen nagy hatással volt J. M. Keynes munkássága, aki „A treatise on probability" című nagy művében a logikai valószínűség minden előbbinél teljesebb és rendszeresebb kifejtését adja. Keynes a valószínűséget mint a „racionális hit fokát" (degree of rational belief) határozza meg, amely szerinte objektív természetű. „. . . abban az értelemben, amely a logika szempontjából jelentős, a valószínűség nem szubjektív. Azaz nincs alávetve az emberi szeszélynek. Egy ítélet nem azért valószínű, mert úgy gondoljuk. Mihelyt adottak azok a tények, amelyek ismereteinket meghatározzák, ezekben a tényekben objektíven és a mi véleményünktől függetlenül rögzítve van az, hogy mi valószínű vagy valószínűtlen."[4] Ugyanakkor a „racionális hit fokát" azonosítja a valószínűség általános fogalmával: „A valószínűség elmélete tehát logikai, mert annak a hitnek fokaival foglalkozik, amelyet az adott feltételek mellett ésszerű elfogadnunk, és nem csupán egyes egyének tényleges hitével, amely lehet racionális, vagy sem . . .".[5]

Keynes felfogását számos marxista és nem marxista szerző[6] méltán vádolja szubjektivizmussal. Ez a vád természetesen elsősorban nem azon a tényen alapul, hogy Keynes a logikai valószínűséget mint a „racionális hit fokát" definiálja. A „racionális hit foka" kifejezés félrevezető, és a szubjektivizmus látszatát kelti ugyan, de valójában ennek a fogalomnak tartalma Keynesnél objektív: a hipotézisek megalapozottsági foka. A szubjektivizmus ott jelentkezik nála, hogy a logikai valószínűség fogalmát kizárólagosnak tekinti, és az objektív jelenségek leírására is kiterjeszti. Ez végső fokon az

[4] J. N. Keynes: A treatise on probability, London 1921. 4. o.
[5] Uo.
[6] Rényi Alfréd: Id. tanulmány 74. o.; Б. Пятницин: Вероятная логика. Философская Энциклопедия. 1. köt. Id. kiad. 244. o.; R. von Mises: Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit. Dritte Aufl. Wien 1951. 87—89. és 111—115. o.

emberi tudattól teljesen független valószínűségek tagadásához és az objektív jelenségek szubjektivizációjához vezet.

Keynes követője, Jeffreys, a statisztikai valószínűség jogosultságát azon az alapon utasítja el, hogy „a valószínűség területét igen komolyan korlátozza. Lehetetlenné teszi, hogy valószínűségről beszéljünk, ha a kísérletek végtelen sorozatának lehetősége nincs meg. Ha annak a valószínűségéről beszélünk, hogy a Naprendszer úgy alakult ki, hogy két csillag szoros közelségbe került egymással,[7] vagy hogy a csillagos ég szimmetrikus, éppen az ismétlés eszméje van kizárva; de éppen ezekben az esetekben legélesebb az ismeretelméleti probléma. De ez még nem minden, a definíciónak egyáltalán nincs gyakorlati alkalmazása. Az ilyen definíciónak a védelmezői valóban azt gondolják, amit mondanak; újra és újra azt mondják, hogy a valószínűség fogalma csak a végtelen sorozatokra alkalmazható, és semmit sem tud kezdeni az egyedi esetekkel... De a statisztikusokhoz olyan gyakorlati emberek jönnek tanácsért, mint farmerek és mérnökök, és nekik mindig az esetek véges számával van dolguk."[8]

Ez az elutasítás azonban a statisztikai valószínűségnek csupán a Mises-féle pozitivista koncepciójával szemben jogos, amely a valószínűséget valamely kísérlet végtelen sokszori megismétlésével nyert viszonylagos gyakoriság határértékének definiálja.[9] A statisztikai valószínűség azonban nem követeli meg, hogy a kísérletek száma ténylegesen végtelen legyen, hanem csupán azt, hogy a kísérletek korlátlanul megismételhetők legyenek.[10]

Az ellentétes véglet jellemzi Mises valószínűség-koncepcióját. Ő a valószínűség kizárólagos formájának a statisztikai valószínűséget tekinti. Kifejti, hogy a valószínűségi elmélet az alábbi problémákkal egyáltalán nem foglalkozik: Valószínű-e, és milyen mértékben valószínű, hogy Németország ismét háborút viseljen a Libériai Köztársaság ellen? Valószínű-e, és milyen mértékben valószínű, hogy Tacitus „Annales"-ének egy meghatározott helyét helyesen olvassuk? Kizárja Mises a valószínűségelmélet területéről az erkölcsi döntések problematikáját. Véleménye szerint a valószínűség fogalma csak az alábbi három területen alkalmazható: A szerencsejátékok, a biztosítási ügyletek és a mechanikai, ill. fizikai jelenségek területén.[11] Ugyanakkor Mises elveti a logikai valószínűség fogalmát azon az alapon, hogy szubjektív jellegű.[12]

A marxista filozófusok és logikusok az utóbbi időben általában elismerik a logikai és az objektív valószínűségnek mint az absztrakt valószínűségi kalkulus két interpretációjának lehetőségét. Közülük megemlítjük A. Jaglomot,[13] B. Pjatnyicint[14] és L. Szmirnovot.[15] K. Berka neves csehszlovák logikus a valószínűségi logikát az induktív logika korszerű formájának tekinti.[16]

[7] A szerző Jeans hipotézisére utal.
[8] H. Jeffreys: Scientific inference. Cambridge 1957. 181. és köv. o.
[9] L. bővebben Rényi Alfréd id. tanulmányában, 79—80. o.
[10] Uo.
[11] R. von Mises: Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit. Id. kiad. 10—11. o.
[12] Uo. 87—89. o.
[13] А. Яглом: Id. cikk, 244. o.
[14] Б. Пятницин: Id. cikk. 244. o.
[15] Л. В. Смирнов: Id. cikk 87. o.
[16] K. Berka: Über Gegenstand der formalen Logik. Deutsche Zeitschrift für Philosophie, 1964/9. 1106. o.

Ugyanakkor ki kell emelnünk, hogy a valószínűségi elmélet filozófiai problémáinak megoldása a marxista filozófián belül még csak kezdeti stádiumában van.

A valószínűség kétféle interpretációjának lehetőségét ma már számos nem marxista logikus is elismeri, közülük Carnapot, von Wrightot és Pólyát említjük meg.[17] A logikai valószínűség fogalmának jogosultságát elismerő logikusok között nincs egyetértés abban a kérdésben, hogy a valószínűség e formája — a tetszőleges (nem azonosan igaz és nem azonosan hamis) ítélet valószínűsége — értelmezhető-e mint konkrét szám (numerikus felfogás), vagy *csak* határozatlan jellegű mennyiségi összehasonlításokat tesz lehetővé hipotézisek között (komparatív felfogás), aszerint, hogy bizonyítottságuk foka a premisszák számától függően növekszik, változatlan marad, vagy csökken. A kidolgozott numerikus valószínűségi logikák közül Reichenbach[18], valamint Carnap[19] rendszere a legismertebb. Pólya merőben komparatív értelemben alkalmazza az absztrakt valószínűségi kalkulus tételeit az ún. plauzibilis következtetések vizsgálatára.[20] Dolgozatunk kereteit e probléma beható tárgyalása meghaladja. Mi a továbbiakban a logikai valószínűség fogalmát ugyan numerikusan definiáljuk, de lényegében csak komparatív értelemben használjuk. A logikailag biztos ítéletek valószínűsége értékét 1-nek, a logikailag kizárt ítéletek valószínűsége értékét 0-nak vesszük.

2. *Az absztrakt valószínűségi kalkulus axiómái és néhány tétele*

Ahhoz, hogy a hipotézisek valószínűsége megnöveléséhez elégséges feltételeket megjelöljük, szükséges, hogy az absztrakt valószínűségi kalkulus axiómáit (A) és néhány, az axiómákból bizonyos szabályok (S) segítségével levezethető tételét (T) ismertessük.

[17] R. Carnap—W. Stegmüller: Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit. Wien, 1959. 21—36. o.; G. H. von Wright: The logical problem of induction. Oxford. 1957. 97—102. o.; G. Pólya: Mathematics and plausible reasoning. Vol. II. Patterns of plausible inference. Princeton, 1954. 109—141. o.

[18] Reichenbach a valószínűség Mises-féle statisztikai felfogását tekinti a valószínűség egyedül lehetséges értelmezésének. Így Reichenbach valószínűségi logikája végső fokon nem más, mint a Mises-féle felfogás logikai interpretációja: a kijelentéssorozatok logikája. Egy kijelentés igazságának a valószínűsége Reichenbach felfogása szerint az illető kijelentés igazságának gyakoriságát jelenti. Lásd bővebben H. Reichenbach: Experience and prediction. Chicago 1961. 319—326. o.

[19] Carnap — ellentétben Reichenbachhal — a valószínűségi logikát mint a bizonyítottsági fok (degree of confirmation) elméletét fogja fel. A bizonyítottság fokát egy eléggé egyszerű szemantikai rendszerben definiálja, amely véges vagy végtelen sok individuális konstanst, véges sok elemi predikátumot, végtelen sok individuális változót és viszonylag kevés számú logikai funktort tartalmaz. Ebben a rendszerben minden kijelentéshez számérték rendelhető. Ha ismerjük pl. a *k* és az *a* kijelentéshez rendelt számértéket, akkor meghatározhatjuk P (a/k) számértékét, vagyis azt, hogy *k* milyen fokban igazolja *a*-t. Lásd bővebben R. Carnap—W. Stegmüller: Id. mű 138—193. o.

[20] Pólya — Carnaphoz hasonlóan — elismeri a valószínűség kétféle interpretációjának jogosságát, de a logikai valószínűséget éppúgy, mint Keynes, az ésszerű hit fokának tekinti. Kategorikusan elutasítja azonban a logikai valószínűség kvantitatív értelmezhetőségét. „Eddig nem terjesztett elő senki sem világos és meggyőző módszert a hihetőségek (credibilities) kiszámítására nem-triviális esetekben, és ha olyan konkrét helyzeteket képzelünk el, amelyekben a hihetőségek becslése jelentős. . ., könnyen beláthatjuk, hogy a nevetségessé válás komoly veszélye áll fenn, ha a hihetőségeknek meghatározott számértéket tulajdonítunk." G. Pólya: Id. mű 138. o.

Bevezetjük a $P(a/k)$ valószínűségi funktort, amelynek a és k argumentumai logikai ítéletek. A $P(a/k)$ funktort így olvassuk: a valószínűsége k-hoz viszonyítva vagy a valószínűsége k feltétel mellett. A $P(a/k)$ funktort von Wrighthoz kapcsolódva az alábbi axiómákkal határozzuk meg:[21]

A1. $0 \leqq P\,(a/k) \leqq 1$. A valószínűség nagysága 0 és 1 között változhat, beleértve a 0 és az 1 határokat is.

A2. $P\,(a/k) + P\,(a/k) = 1$. a-nak és a tagadásának ugyanazon k feltételhez viszonyított valószínűségeinek összege egyenlő 1-gyel.

A3. $P\,(a \Lambda b/k) = P\,(a/k) \cdot P\,(b/k \Lambda a)$. Az a és b konjunkciójának k feltételhez viszonyított valószínűsége egyenlő a-nak k feltételhez és b-nek k és a konjunkciójához mint feltételhez viszonyított valószínűségei szorzatával. Ezt az axiómát szokás általános szorzási tételnek nevezni.

Von Wright-nál szerepel egy további A4. axióma is: $P(k/k) = 1$, ha k nem önellentmondó. Ezt az axiómát a levezetéseknél nem használjuk fel.

Az egyes tételek levezetése az axiómákból az alábbi szabályok segítségével történik:

S1. A számszerűleg egyenlő funktorok helyettesíthetők egymással az egyenletekben és az egyenlőtlenségekben.

S2. A logikailag ekvivalens argumentumok helyettesíthetők egymással a funktorokban.

Interpretáció:

$P\,(a/k) > 0$ jelentése: Ha k igaz, akkor a nincs kizárva.
$P\,(a/k) = 1$ jelentése: Ha k igaz, akkor a biztos.
$P\,(a/k) < 1$ jelentése: Ha k igaz, akkor a nem biztos.
$0 < P\,(a/k) < 1$ jelentése: Ha k igaz, akkor a nem biztos, de nincs is kizárva.
$P\,(a/k) = 0$ jelentése: Ha k igaz, akkor a kizárt,

Levezetünk néhány olyan tételt, amelyre a valószínűségi következtetések tárgyalásánál szükségünk lesz.

T1. $P\,(a/k) \cdot P\,(b/k \Lambda a) = P\,(b/k) \cdot P\,(a/k \Lambda b)$

Levezetés:

1.	$P\,(a/k) \cdot P\,(b/k \Lambda a) =$	$P\,(a \Lambda b/k) =$	(A3-ból)
2.	$=$	$P\,(b \Lambda a/k) =$	(S2-ből)
3.	$=$	$P\,(b/k) \cdot P\,(a/k \Lambda b)$	(A3-ból)

T2. $P\,(a/k) < P\,(a/k \Lambda b)$, ha fennállnak az alábbi feltételek:

a) $P\,(k \Lambda b/a) = 1$
b) $P\,(a/k) > 0$
c) $P\,(b/k) < 1$

[21] G. H. von Wright: Id. mű 93. o.

Levezetés:

1. $P(b/k \Lambda a) \cdot P(a/k) = P(a/k \Lambda b) \cdot P(b/k)$ (T1.)
2. $P(b/k \Lambda a) = 1$ (a)-ból és A3-ból)
3. $0 < P(a/k) = P(a/k \Lambda b) \cdot P(b/k)$ (1., 2. és b) szerint)
4. $P(a/k) < P(a/k \Lambda b)$ (3-ból és c)-ből S1-gyel)

T3. $P(c/k) < P(c/k \Lambda b)$, ha fennállnak az alábbi feltételek:

a') $P(k \Lambda b \Lambda c/a) = 1$
b') $P(a/k) > 0$
c') $P(b/k) < 1$
d') $P(b/c) = 1$

Levezetés:

1. $P(c/k \Lambda a) = 1$ (A3-ből és a')-ből)
2. $P(c/k) \cdot P(a/k \Lambda c) = P(a/k) \cdot P(c/k \Lambda a)$ (T1-ből)
3. Mivel $P(a/k) > 0$ (b') szerint) és $P(c/k \Lambda a) = 1$ (1. szerint), ezért a 2. jobboldala > 0, és így a baloldalán is mindkét tényező > 0, tehát $P(c/k) > 0$.
4. $P(c/k) \cdot P(b/k \Lambda c) = P(b/k) \cdot P(c/k \Lambda b)$ (T1-ből)
5. $P(b/k \Lambda c) = 1$ (A3-ből és d')-ből)
6. $0 < P(c/k) = P(c/k \Lambda b) \cdot P(b/k)$ (3., 4. és 5. szerint)
7. $P(c/k) < P(c/k \Lambda b)$ (6. és c') szerint)

T4. $P(\bar{k}/\bar{a}) < P(\bar{k}/\bar{a} \Lambda \bar{b})$, ha fennállnak az alábbi feltételek:

a'') $P(k/a \Lambda b) = 1$
b'') $P(\bar{k}/\bar{a}) > 0$
c'') $P(\bar{b}/\bar{a}) < 1$

Levezetés:

1. $P(\bar{k}/\bar{a}) \cdot P(\bar{b}/\bar{k} \Lambda \bar{a}) = P(\bar{b}/\bar{a}) \cdot P(\bar{k}/\bar{a} \Lambda \bar{b})$ (T1-ből)
2. $P(\bar{b}/\bar{k} \Lambda \bar{a}) = 1$ (A3-ból és a''/-ből)
3. $0 < P(\bar{k}/\bar{a}) = P(\bar{b}/\bar{a}) \cdot P(\bar{k}/\bar{a} \Lambda \bar{b})$ (1-ből, 2-ből és b'')-ből S1. alapján)
4. $P(\bar{k}/\bar{a}) < P(\bar{k}/\bar{a} \Lambda \bar{b})$ (3-ból, és c'')-ből S1. alapján)

3. *A valószínűségi következtetések néhány fajtája*

A valószínűségi következtetések számos fajtáját különböztetjük meg, közülük az *indukciós* és az *analógiás következtetés* a legjelentősebb. Indukciós következtetésnek az olyan következtetést nevezzük, amelynek premisszái a T2. tétel feltételei, konklúziója pedig a T2. tételnek megfelelően egy *a* ítélet feltételes valószínűségének megnövekedése a feltétel bővítése esetén, vagyis egy hipotézis megalapozottsági fokának megnövekedése. Hasonlóan definiáljuk az analógiás következtetést a T3. tétel segítségével.

Ha az indukciós és az analógiás következtetés premisszáit összehasonlítjuk egymással, azt tapasztaljuk, hogy az a) és az a') csak abban tér el egymástól, hogy az utóbbiban a-nak egy további c következménye is szerepel, a b) és a b'), ill. a c) és a c') mindkettőnél közös, végül az analógiás következtetésnél szerepel még egy további d') premissza is. Minthogy az a'), b') és c') premisszák alkalmasak egy indukciós következtetés megalapozására, ebből az következik, hogy az analógiás következtetés egy rejtett indukciós következtetést tartalmaz, de a d') szükségessége arra utal, hogy az analógiás következtetés általános esetben nem vezethető vissza az indukciós következtetésre.

Az indukciós következtetés általános sémáját a T2-nek megfelelően az alábbi formában írhatjuk fel:

$$\text{I.}\ \frac{P(k \Lambda b/a) = 1,\ P(a/k) > 0,\ P(b/k) < 1}{P(a/k) < P(a/k \Lambda b)}.$$

Jelentse pl. a azt, hogy a fény hullámtermészetű, k azt, hogy a fénynek megvan az interferencia-tulajdonsága, és b azt, hogy a fénynek megvan a diffrakció-tulajdonsága. Ebben az esetben az I-nek megfelelően az alábbi indukciós következtetést kapjuk:

Ha a fény hullámtermészetű, akkor biztos, hogy a fény rendelkezik mind az interferencia, mind a diffrakció tulajdonságával.

Ha a fénynek megvan az interferencia-tulajdonsága, akkor nincs kizárva, hogy a fény hullámtermészetű.

Ha a fénynek megvan az interferencia-tulajdonsága, akkor nem biztos, hogy megvan a diffrakció-tulajdonsága.

A fény hullámtermészetének valószínűsége nagyobb az interferencia és a diffrakció együttes fennállása esetén, mint egyedül az interferencia fennállása esetén.

Az analógiás következtetés általános sémája a T3-nak megfelelően a következő:

$$\text{II.}\ \frac{P(k \Lambda b \Lambda c/a) = 1,\ P(a/k) > 0,\ P(b/k) < 1,\ P(b/c) = 1}{P(c/k) < P(c/k \Lambda b)}.$$

Jelentse a, k és b ugyanazt, mint az előző példában, és c azt, hogy a fénynek tulajdonsága a Doppler-effektus. Ebben az esetben a II. sémának megfelelően az alábbi analógiás következtetést kapjuk:

Ha a fény hullámtermészetű, akkor biztos, hogy az interferencia, a diffrakció és a Doppler-effektus tulajdonsága a fénynek.

Ha a fénynek megvan az interferencia-tulajdonsága, akkor nincs kizárva, hogy a fény hullámtermészetű.

Ha a fény rendelkezik az interferencia tulajdonságával, akkor nem biztos, hogy megvan a diffrakció-tulajdonsága is.

Ha a Doppler-effektus tulajdonsága a fénynek, akkor biztos, hogy a diffrakció is tulajdonsága.

A fény Doppler-effektusának a valószínűsége az interferencia alapján kisebb, mint az interferencia és a diffrakció alapján.

Az indukciós és az analógiás következtetések sémájában a változók helyére tetszőleges összetett formulákat helyettesíthetünk. Hasznos lehet *kvantort* tartalmazó formulák használata is. Jelentse $x_1, x_2, \ldots, x_m, \ldots$ az egyes dolgokat, (x) ezek összességét (pontosabban: azt, hogy az utána következő formula által leírt ítélet *minden* x dologra vonatkozik), $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$ az egyes tulajdonságokat és (f) az összes tulajdonságokat (pontosabban: azt, hogy az utána következő formula által leírt ítélet *minden* f tulajdonságra vonatkozik), végül $f_i(x_k)$ azt, hogy az x_k dolognak megvan az f_i tulajdonsága. Legyen továbbá az indukciós következtetés sémájában

$$a = (x)\,[f_1(x) \rightarrow f_2(x)]$$

$$k = [f_1(x_1) \rightarrow f_2(x_1)]\, \Lambda\, [f_1(x_2) \rightarrow f_2(x_2)]\, \Lambda \ldots \Lambda\, [f_1(x_{m-1}) \rightarrow f_2(x_{m-1})]$$

$$b = f_1(x_m) \rightarrow f_2(x_m).$$

Így a következő „kvantifikált" indukciós következtetési sémát kapjuk:

Ia. $P\{[f_1(x_1) \rightarrow f_2(x_1)]\, \Lambda \ldots \Lambda\, [f_1(x_{m-1}) \rightarrow f_2(x_{m-1})]\, \Lambda\, [f_1(x_m) \rightarrow f_2(x_m)]/ (x)[f_1(x) \rightarrow f_2(x)]\} = 1$

$P\{(x)[f_1(x) \rightarrow f_2(x)]/[f_1(x_1) \rightarrow f_2(x_1)]\, \Lambda \ldots \Lambda\, [f_1(x_{m-1}) \rightarrow f_2(x_{m-1})]\} > 0$

$P\{[f_1(x_m) \rightarrow f_2(x_m)]/[f_1(x_1) \rightarrow f_2(x_1)]\, \Lambda \ldots \Lambda\, [f_1(x_{m-1}) \rightarrow f_2(x_{m-1})]\} < 1$

$P\{(x)[f_1(x) \rightarrow f_2(x)]/[f_1(x_1) \rightarrow f_2(x_1)]\, \Lambda \ldots \Lambda\, [f_1(x_{m-1}) \rightarrow f_2(x_{m-1})]\} <$
$< P\{(x)f_1(x) \rightarrow f_2(x)]/[f_1(x_1) \rightarrow f_2(x_1) \ldots\ldots [f_1(x_m) \rightarrow f_2(x_m)]\}$

Jelentsen $x_1, x_2, \ldots x_m$ kémiai elemeket, f_1 a fémtulajdonságot, a jó áramvezetés tulajdonságát. Az Ia. sémának megfelelően az alábbi „kvantifikált" indukciós következtetést kapjuk:

Ha minden fémes tulajdonságú kémiai elem jól vezeti az elektromos áramot, akkor biztos, hogy a vas és a réz mint fémes tulajdonságú kémiai elemek jól vezetik az áramot.

Ha a vas és a réz mint fémes tulajdonságú kémiai elemek jól vezetik az elektomos áramot, akkor nincs kizárva, hogy az összes fémes tulajdonságú kémiai elem jól vezeti az elektromos áramot.

Ha a vas és a réz mint fémes tulajdonságú kémiai elemek jól vezetik az áramot, akkor nem biztos, hogy valamely más fémes tulajdonságú kémiai elem, pl. az alumínium is jól vezeti az elektromos áramot.

Abból, hogy a vas és a réz mint fémes tulajdonságú kémiai elemek jól vezetik az elektromos áramot, kisebb valószínűséggel következik az, hogy minden fém jól vezeti az elektromos áramot, mint abból, hogy a vas, a réz és az alumínium mint fémes tulajdonságú kémiai elemek jól vezetik az elektromos áramot.

Egy „kvantifikált" analógiás következtetést az alábbi helyettesítésekkel kaphatunk:

$$a = (f)[f(x_1) \to f(x_2)]$$
$$k = [f_1 f_2 \ldots f_{n-2}(x_1)] \land [f_1 f_2 \ldots f_{n-2}(x_2)]$$
$$b = f_{n-1}(x_1) \land f_{n-1}(x_2)$$
$$c = f_n(x_1) \land f_n(x_2)$$

(A fentiekben $f_1(x) \land f_2(x) \land \ldots \land f_k(x)$ helyett röviden $f_1 f_2 \ldots f_k(x)$-et írtunk.)

IIa. $P\{[f_1 \ldots f_n(x_1) \land f_1 \ldots f_n(x_2)]/(f)[f(x_1) \to f(x_2)]\} = 1$

$P\{(f)[f(x_1) \to f(x_2)]/[f_1 \ldots f_{n-2}(x_1) \land f_1 \ldots f_{n-2}(x_2)]\} > 0$

$P[f_{n-1}(x_1) \land f_{n-1}(x_2)]/[f_1 \ldots f_{n-2}(x_1) \land f_1 \ldots f_{n-2}(x_2) < 1$

$P\{[f_{n-1}(x_1) \land f_{n-1}(x_2)]/[f_n(x_1) \land f_n(x_2)]\} = 1.$

$$P\{[f_n(x_1) \land f_n(x_2)]/[f_1 \ldots f_{n-2}(x_1) \land f_1 \ldots f_{n-2}(x_2)]\} <$$
$$< P\{[f_n(x_1) \land f_n(x_2)]/[f_1 \ldots f_{n-1}(x_1) \land f_1 \ldots f_{n-1}(x_2)]\}.$$

Jelentse x_1 a klórt, x_2 a brómot, f_1 azt, hogy 3 és 5 vegyértékűek, f_2 azt, hogy mérgezők, f_3 azt, hogy erősen negatív elemek és f_4 azt, hogy halogén elemek. A IIa. sémának megfelelően az alábbi „kvantifikált" analógiás következtetést kapjuk:

Ha fennáll az, hogy a klór minden tulajdonsága a brómnak is tulajdonsága, akkor biztos, hogy mindkettő 3 és 5 vegyértékű, mérgező, erősen negatív és halogén elem.

Ha a klór és a bróm egyaránt 3 és 5 vegyértékű és mérgező, akkor nincs kizárva, hogy a klór minden tulajdonsága a brómnak is tulajdonsága.

Ha a klór és a bróm egyaránt 3 és 5 vegyértékű és mérgező, akkor nem biztos, hogy mindkettő erősen negatív elem.

Ha a klór és a bróm halogén elemek, akkor biztos, hogy erősen negatív elemek.

Abból, hogy a klór és a bróm egyaránt 3 és 5 vegyértékű és mérgező, kisebb valószínűséggel következik az, hogy mindkettő halogén elem, mint abból, hogy mindkettő még erősen negatív elem is.

Vizsgáljuk meg az analógiás következtetésnek a logikai kézikönyvek által leggyakrabban felhozott példáját: Jelentse x_1 a Földet, x_2 a Marsot, f_1 a víz előfordulását, f_2 a légkör jelenlétét, f_3 azt, hogy az évi átlagos hőmérséklet elér egy bizonyos minimumot, f_4 a széndioxid előfordulását, f_5 az élet előfordulását.

A IIa. sémának megfelelően az alábbi „kvantifikált" analógiás következtetést kapjuk:

Ha mindazok a tulajdonságok, amelyek megtalálhatók a Földön, egyben a Marsnak is tulajdonságai, akkor biztos, hogy a Földön és a Marson egyaránt van víz, légkör, az évi átlagos hőmérséklet elér bizonyos minimális értéket, van széndioxid és élet.

Ha a Földön és a Marson egyaránt van víz, légkör és az évi átlagos hőmérséklet elér bizonyos minimális értéket, akkor nincs kizárva, hogy a Föld és a Mars összes tulajdonságai megegyeznek.

Ha a Földön és a Marson egyaránt van víz, légkör és az évi átlagos hőmérséklet elér bizonyos minimális értéket, akkor nem biztos, hogy mindkettőn van széndioxid.

Ha a Földön és a Marson egyaránt van élet, akkor biztos, hogy mindkettőn van széndioxid.

Abból, hogy a Földön és a Marson egyaránt van víz, légkör és az évi átlagos hőmérséklet bizonyos minimális értéket elér, kisebb valószínűséggel következik, hogy mindkettőn van élet, mint abból, hogy mindkettőn széndioxid is található.

Megjegyezzük, hogy mind az indukciós, mind az analógiás következtetést a valóságban jóval egyszerűbb sémák szerint végezzük, és kevesebb premisszával dolgozunk, mint az említett példákban. De ezekben az esetekben is rendszerint hallgatólagosan fel kell tételeznünk a hiányzó premisszák érvényességét ahhoz, hogy új ismereteink alapján megnövekedjék a hipotézis valószínűsége.

Az indukciós és az analógiás következtetéseken kívül vannak más valószínűségi következtetések is. Ilyen valószínűségi következtetést kapunk pl. a T4. tételnek megfelelően, amelynek sémája a következő:

$$\text{III.}\ \frac{P(k/a \vee b) = 1,\ P(\bar{k}/\bar{a}) > 0,\ P(\bar{b}/\bar{a}) < 1}{P(\bar{k}/a) < P(\bar{k}/\bar{a} \wedge \bar{b})}\,.$$

A valószínűségi következtetés ezen formáját a következő példával szemléltetjük: Jelentse a azt, hogy a túl sok eső esett, b azt, hogy a növényi kártevők elszaporodtak, és k azt, hogy rossz lesz a termés. A III. sémának megfelelően az alábbi valószínűségi következtetést kapjuk:

Ha túl sok eső esett, vagy a növényi kártevők elszaporodtak, akkor biztos, hogy rossz lesz a termés.

Ha nem esett túl sok eső, akkor nincs kizárva, hogy a termés nem lesz rossz.

Ha nem esett túl sok eső, akkor nem biztos, hogy a növényi kártevők nem szaporodtak el.

Abból, hogy nem esett túl sok eső, kisebb valószínűséggel következik az, hogy a termés nem lesz rossz, mint abból, hogy ezenkívül még a kártevők sem szaporodtak el.

*

Befejezésül kiemeljük, hogy a valószínűségi logika a modern formális logikának egyik ágazata. Formális logikának kell tekintenünk, mert az ítéletek konkrét tartalmától elvonatkoztat, és csak bizonyos formális tulajdonságait (egyik ítéletnek egy vagy több más ítéleten alapuló bizonyítottsági fokát, az ítéletek szubjektum-predikátum szerkezetét, a szubjektumok és a predikátumok terjedelmét stb.) veszi figyelembe. A valószínűségi logika, mint a modern formális logika általában, nem foglalkozik olyan problémákkal, mint az ítéletek létrejötte az emberi tudatban (tükröződés), az ítéletek igazságának bizonyítása a gyakorlat tényei alapján. Mindezek az ismeretelmélet és a módszertan területére tartoznak.

A legutóbbi időkig a marxizmus alapján álló logikusok viszonylag keveset foglalkoztak a logikai valószínűség problémájával. Ezzel kapcsolatos az a tény, hogy a valószínűségi következtetéseket nem tárgyalták olyan tudományos igénnyel, mint a logikailag biztos konklúziókat nyújtó következtetéseket. Megjelölik ugyan az olyan valószínűségi következtetések szabályait, mint az indukciós és az analógiás következtetés, de nem igazolják, hogy ezek a szabályok ténylegesen elégségesek a konklúzióként nyert hipotézisek valószínűségének megnöveléséhez új tények megállapítása esetén. Ezt a feladatot véleményünk szerint a valószínűségi logika segítségével meg lehet oldani.

Annak ellenére, hogy a valószínűségi logikával kapcsolatban még számos kérdés nem kellően tisztázott, megállapítható, hogy bizonyos területeken a kétértékű formális logikával szemben számos előnnyel rendelkezik, és így megérdemli, hogy a marxista logikusok is vizsgálat tárgyává tegyék, és megtisztítsák azoktól az idealista interpretációktól, amelyek eddigi fejlődése során hozzátapadtak.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ

Ласло Харшинг

Логическая вероятность — одна из интерпретаций так называемого абстрактного вероятностного calculus-a. Логической вероятностью называется степень доказанности суждений, основывающаяся на других суждениях. Логика вероятности — одна из отраслей современной формальной логики, считающая своей задачей обозначение условий, достаточных для того, чтобы в случае расширения наших знаний возрастала степень обоснованности истинности гипотез, полученных с помощью так называемых вероятностных умозаключений (индуктивных, умозаключений по аналогии и т. д.).

PROBABLE INFERENCES

by L. Hársing

Logical probability (necessity) is an interpretation of the so-called abstract probability calculus. Logical probability means in the author's view the degree of proof based on a judgment other than the one under consideration. The pertinent logical discipline is one of the branches of modern formal logic and its task is to determine the conditions sufficient in case of increasing our knowledge to enlarge the basis for hypothetical truths derived from probability (inductive, analogical, etc.) inferences.