TANULMÁNYOK

A modellalkotás mint tudományos kutatási módszer

HORVÁTH IMRE

1. Bevezetés: a „modell" és a „modellalkotás" problémája

Mind a tudományos kutatás legkülönbözőbb területein, a természet, a társadalom és a gondolkodás törvényeinek vizsgálatában, mind a köznapi szóhasználatban a „modell", és a „modellalkotás" kategóriája — különösen az utóbbi évtizedekben — eléggé elterjedt.

A „modell" alatt teljes általánosságban a való világ valamely adott jelenségének, állapotának többé-kevésbé hű mását értjük, amely szintén az anyagi világ meghatározott része. *A „modellalkotás" pedig olyan emberi tevékenység, amely a világ két vagy több jelensége között bizonyos vonatkozásban megfelelőséget állapít meg, illetve ilyen, egymásnak megfelelő jelenségeket, objektumokat hoz létre.* E tevékenység alapján létrejövő jelenséget, állapotot, a másik objektum „modell"-jének tekinthetjük, mely a tudományos — esetleg csupán a köznapi — megismerés megkönnyítését szolgálja. A modellalkotás részben objektívnek, részben szubjektívnek tekinthető. Objektívnek azért, mivel a jelenség vagy a meghatározott oldalaik közötti megfelelőség, hasonlóság objektív jellegű, szubjektívnek pedig a megfelelőségi kapcsolatok felismerésének szubjektív vonatkozása miatt.

Thomson szerint egy dolgot megérteni annyi, mint megalkotni a mechanikai modelljét. E megállapítás tisztán mechanisztikus világszemléletre utal ugyan (ez természetes is, hiszen *Thomson* is meg volt győződve a mechanikai mozgás alapvető jellegéről), de jól szemlélteti a modellalkotás lényegét, célját. *Maxwell, Thomson* és *Boltzmann* ezen az alapon szerették volna visszavezetni a különböző mozgásformákhoz tartozó jelenségek magyarázatát a mechanikai mozgásra. A megoldás lehetőségét az analógiákban látták.

Mint említettük, a modell csupán többé vagy kevésbé megfelelője az eredeti jelenségnek, s így a megfelelőségnek bizonyos fokáról lehet csak beszélni. Azt, hogy egy vizsgálandó jelenség és a modellje között minden szempontból megfelelőség álljon fenn, nem lehet megvalósítani. Ez azonban a tudományos kutatásban általában nem is lényeges. Például egy repülőgép aerodinamikai szempontból (pl. szélcsatornában) történő vizsgálatánál a külső forma — az áramvonalasság — a döntő, és ugyanakkor lényegtelen a belső térkialakítás, a berendezések elhelyezése stb. Más vonatkozású vizsgálatban persze a fenti lényegtelen szempontok lényegessé válhatnak, például amikor a repülőgép belső tere optimális kihasználásának a vizsgálatáról van szó. Mindig az adott eset határozza meg, hogy milyen szempontokban kell fennállnia a megfelelőségnek, és melyek azok a vonatkozások, amelyektől eltekinthetünk. A tudományos kutatásban — mint a későbbiekben a hasonlósági modellek elemzésénél erre részletesen kitérünk — mindig a konkrét eset határozza meg, hogy a megfelelőség milyen fokát kell elérni. A megfelelőséget általában matematikai (geometriai) kritériumok formájában kell igazolni.

A „modell" és a „modellalkotás" kategóriáinak rövid elemzése után tekintsük a modellalkotás néhány *formáját.*

A tudományos kutatás eredményeképpen szerzett ismeretek a megismerési folyamat kezdetén hipotetikus jellegűek, majd egyre inkább bizonyított kvalitatív, illetőleg kvantitatív összefüggésekké, törvényekké válnak. Így az ismeretek bővülésével egyre inkább megközelítjük az objektív világ jelenségeit, és ez a közelítés a világról alkotott tükörkép, a tudat formáinak fejlődésében nyilvánul meg. Mivel az objektív valóság és a tudati képe csupán bizonyos vonatkozásokban és csak többé-kevésbé pontosan fedik egymást, mégpedig oly módon, hogy a tükörkép tartalmában és formájában minden esetben szegényebb, *a tudati kép* teljes általánosságban a *való világ modelljének tekinthető.*

A modellalkotás problémája a tudományos kutatásban — különösen a filozófiai és természettudományos vizsgálatoknál — mindenkor jelentős szerepet játszott. Ha végigtekintünk a tudományok történetén, azt tapasztaljuk, hogy egy-egy tudományág, diszciplina fejlődésének intenzitását sok esetben a területén alkalmazott átfogó jellegű, esetleg az egész tudományágat megalapozó *diszciplina-modell* helyes megalkotása és alkalmazása határozta meg. Különösen szembetűnő e megállapítás érvényessége a mechanika és a termodinamika területén.

Más vonatkozásban az is megállapítható, hogy bizonyos fejlődési szakasz után egy diszciplina-modell az őt definiáló axiómarendszerével a fejlődés gátjává is válhat. Ez abban is megnyilvánul, hogy a kérdéses tudományág a kutatás során egyre több olyan ismeretanyaggal rendelkezik, amely a régi modell alapján teljes egészében nem magyarázható. Ekkor válik szükségessé a régi alaptételek felülvizsgálása, módosítása vagy esetleg a régi axiómarendszer teljes feladása. Egy jelenségről alkotott és definiált modell fejlődésének ez a folyamat a tulajdonképpeni hajtóereje. A modellek fejlődése abban nyilvánul meg, hogy a modellalkotásnál alkalmazott absztrakciók mértéke csökken, aminek eredményeképpen az eredeti jelenség és a modell közti többoldalú megfelelés mértéke fokozódik. Jó példa erre a hasonlóság-elméletnek mint diszciplina-modellnek a fejlődése.

Az eddigiekben említést tettünk a modellalkotás legáltalánosabb formájáról, ami a világról, az objektumairól alkotott tükörkép kialakítását jelenti. Majd az összetettől az egyszerű felé haladva vizsgáltuk az úgynevezett diszciplina-modellt, amely végeredményben egy adott tudományág elvi modelljét jelenti, és azért alkotjuk meg, hogy az adott területen érvényesülő törvényeket a modell alapján egységesen tudjuk megmagyarázni, általában a világ bonyolult jelenségeinek leegyszerűsítése mellett.

A modellalkotás módszerét először leginkább a fizikában alkalmazták *szerkezeti* (strukturális, statikus) és *folyamat-* (funkcionális, dinamikus) modellek konstruálásával. A klasszikus hidromechanika a súrlódásmentes folyadék, az inkompresszibilis közeg, a permanens stacioner állapotok stb. definiálásával a klasszikus mechanika a koncentrált erő, az egyenletesen megoszló erő, az anyagi pont, a merev test stb. fogalmainak bevezetésével a strukturális és funkcionális modellek egész sorát hozta létre. Tovább lehetne a felsorolást folytatni a termodinamika, az elektrosztatika (pontszerű töltés), az elektrodinamika (statikus, stacionárius terek), a matematika, a geometria (a végtelen féltér, az euklidesi geometria stb.) területén is.

A természettudományokon kívül a társadalomtudományokban, mint például a közgazdaságtanban is egyre nagyobb mértékben alkalmazzák a modelleket, különösen matematikai modellek formájában. Például a népgazdaság egyes ágai, a gazdasági viszonyok egyes részei közti kapcsolatot mérlegek formájában dolgozzák ki, aminek elvi és módszertani alapjai a matematikai modellek. (Az ágazati kapcsolatok mérlegének matematikai modellje lényegében egy lineáris egyenletrendszer.[1,2]) Hasonló meggondolások alapján beszélhetünk például a lineáris programozások modelljeiről is, amelyeknek szintén egyenletrendszerek, illetőleg matrixok a matematikai alapjaik. Sőt az utóbbi időben a teológiában is egyre gyakrabban alkalmazzák a modellalkotás módszerét, mondván, hogy a szemléletesség hiánya a teológiában — a modern kvantumfizikához hasonlóan — célszerűvé teszi a modellek alkalmazását.[3,4]

A modellek megalkotásának a célja tehát minden esetben az, hogy absztrakció útján a tudományos kutatás megkönnyítésére vizsgálati alapot (modellt) teremtsünk oly módon, hogy ez a világ jelenségeinek lényeges tulajdonságait térbeli időbeli és anyagi viszonyait adekvátan tükrözze.

1.1 A modellek osztályozása

A modell és a modellalkotás fogalmainak bevezetése után rátérünk a *modellek osztályozásának* a problémájára.

Az osztályozás többféle alapon történhet, mint ezt az eddigiekben az egyes kutatók által felállított rendszerek is mutatják. Például *C. W. Churmann, R. L. Ackoff* és *E. L. Arnoff* — idézett munkájukban — a *képszerű,* az *analóg* és a *szimbolikus* modelleket különböztetik meg. Képszerű modell alatt értik például a térképet, a különböző maketteket stb. Az analóg modellek fogalmát pontosan nem definiálják, és talán ebből adódik az, hogy ezek szerepét helytelenül ítélik meg, mondván, hogy a kutatásban betöltött szerepük nem nagyobb, mint egy kísérleti állaté. A szimbolikus modellek alatt a matematikai es logikai modelleket értik, mivel „az alkalmazott szimbolumok általában matematikai vagy logikai jellegűek".

Megállapítható, hogy a fenti osztályozásnak nincs egységes alapja, és így például nem lehet azonos rendű osztályoknak tekinteni a képszerű és az analóg modelleket.

A továbbiakban kísérletet teszünk arra, hogy a természet, a társadalom és az emberi gondolkodás jelenségeit tükröző különböző modelleket elvi alapon rendszerezzük oly módon, hogy egyes osztályaik rendűsége is kifejezésre jusson. Az alábbiakban kétféle osztályozási módot vezetünk be.

a) Az első osztályozási mód alapjának *az alapvető mozgásformákat* tekintjük, amelyek a jelenségek, így a rendszerezés *tartalmi* oldalát képviselik.

b) A második osztályozási mód alapjául pedig *a viszonyított dolgok, jelenségek természetét,* jellegét tekintjük, ami a rendszerezés *formai* oldalát képviseli.

Mint a későbbiekben látni fogjuk, mindkét rendszerezési mód önmagában egységes, és minden lehetséges modellformát magába foglal.

[1] Bródy András: Az ágazati kapcsolatok modellje. Akadémiai Kiadó, 1964.
[2] Churmann, C. W.—Ackoff, R. L.—Arnoff, E. L.: Introduction to operations research. Wiley and Slons. New York 1957.
[3] Auer, J.: Die Begründung „der Modell-Idee" für die Hilfsbegriffe des katolischen Dogmas. Einsicht und Glaube, Freiburg, Basel, Wien 1962.
[4] Schöngen, G.: Analogie und Metapher. Karl Alber. Freiburg, München 1962.

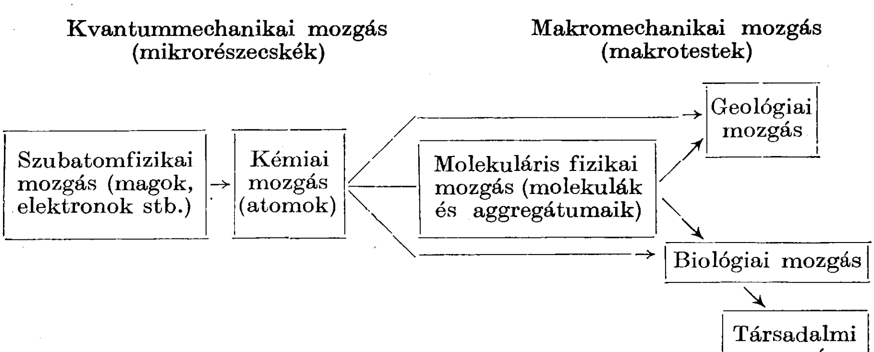
1.2 A mozgásformák alapján történő osztályozás

A modellek osztályozása tartalmi szempontból történhet az alapvető mozgásformák alapján. Amint a későbbiek során az analóg és a hasonlósági modellek, illetőleg problémák elemzésénél, osztályozásánál látni fogjuk, a mozgásformák alapján történő osztályozás elvi és gyakorlati szempontból egyaránt feltétlenül célszerű. Ugyanakkor általános is, mivel a való világ valamennyi jelensége az alapvető mozgásformákba besorolható. Persze létezhetnek még fel nem ismert alapvető mozgásformák, feltárásukkal természetesen az ismert alapvető mozgásformák köre is bővülni fog.

A feladat megoldása érdekében a modern természettudományok ismeretei alapján röviden foglalkozunk az anyag természeti mozgásformáival kapcsolatos néhány általánosabb tétellel, illetőleg e mozgásformákkal és összefüggéseikkel.

Mint ismeretes, az anyag különböző fajtáinak és a mozgásformák kölcsönös kapcsolatának problémáját először *Engels* vetette fel és oldotta meg. *Engels* munkássága óta azonban már eltelt több évtized, ezalatt, különösen a természettudományok, jelentős fejlődésen mentek át. Ennek folytán olyan mozgásformák is ismertté váltak, amelyekről *Engelsnek* még nem lehetett tudomása. Ily módon szükségessé vált a mozgásformák újabb rendszerbe foglalása. Ez természetesen nem csupán osztályozás. *N. M. Rutkevics* erről a következőket írja: „. . . a tudomány . . . különböző fajta szálakból álló egységes szövedékének kialakulása idején át kell gondolnunk ezt a folyamatot. Ennek lényeges momentuma a tudományok kölcsönös kapcsolatának, és ezen kölcsönös kapcsolat objektív alapjának a megvilágítása; ez az objektív alap nem más, mint a mozgásformák sokfélesége és egysége a természetben."[5]

A mozgásformák rendszerbe foglalására több kísérlet történt. A modern természettudományok alapján készült egyik legmodernebb osztályozás *B. M. Kedrovtól* származik.[6] További vizsgálataink során a *Kedrov*-féle rendszert tekintjük alapnak, a *Rutkevics* által tett néhány módosítás figyelembevételével.



1. séma. A mozgásformák Kedrov-féle osztályozása

[5] Rutkevics, N. M.: Hozzászólás B. M. Kedrov előadásához. A modern természettudományok filozófiai problémái. Akadémiai Kiadó, 1962. (524. o.)

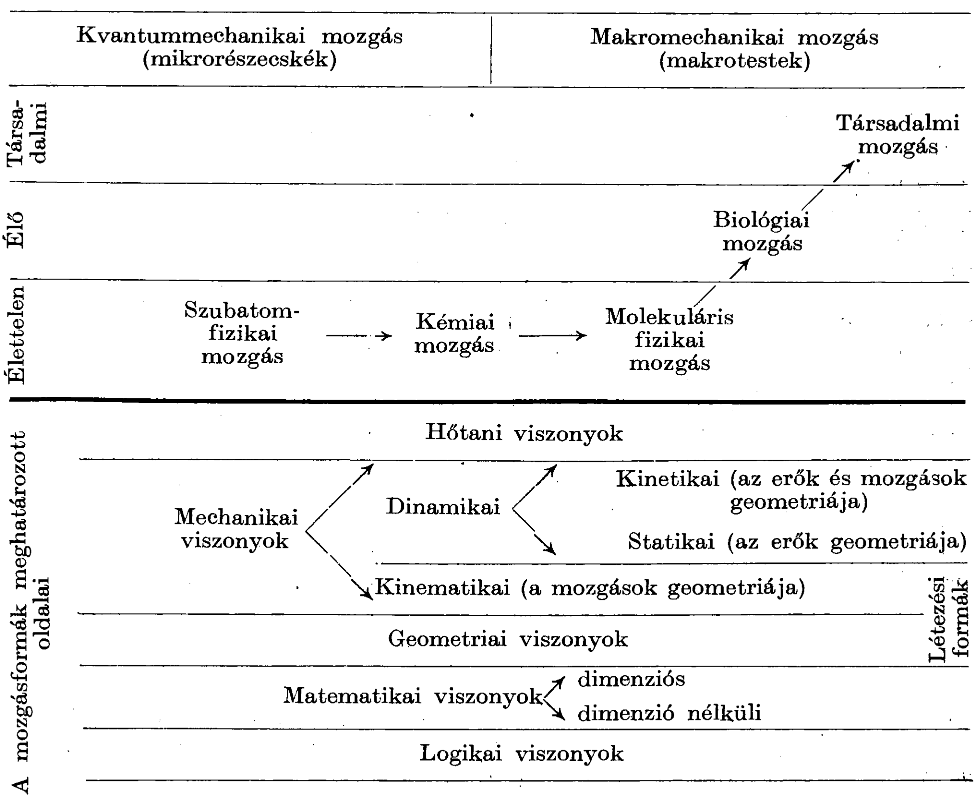
[6] Kedrov, B. M.: Az anyag mozgásformáinak összefüggése a természetben. A modern természettudományok filozófiai problémái. Id. kiad. (177. old.)

Amint az *1. sémából* kitűnik, az alapvető mozgásformák sorában a mechanikai mozgás nem szerepel, mivel a mechanikai mozgást *Kedrov* a különböző mozgásformák minőségtől független oldalának tekinti.

A *Kedrov*-féle koncepcióval szemben *Rutkevics* véleménye az, hogy egyrészt a hőmozgás sem tekinthető különálló mozgásformának (még az alapvető fizikai mozgásformán belül sem), mivel a hőmozgás — a mechanikai mozgáshoz hasonlóan — szintén az anyag bizonyos fizikai, kémiai mozgásformáinak meghatározott oldala. Ily módon a hőmozgás sem kapcsolható össze valamilyen anyagfajtával (pl. a molekulákkal), hanem a különböző mozgásformákban lejátszódó statisztikus jelenségek bizonyos oldalának tekinthetők. Másrészt *Rutkevics* megjegyzi, hogy a geológiai jelenségek nem tekinthetők önálló mozgásformának, mivel azok lényegileg a földkéreg fiziko-kémiai folyamatainak összefonódása.

A *Kedrov*- és a *Rutkevics*-féle koncepciókat figyelembe véve a mozgásformák *2. sémán* feltüntetett rendszerét tekintjük a fentiekben célul kitűzött osztályozás alapjául.

Az alapvető mozgásformáknak és meghatározott oldalaiknak a *2. séma* szerint feltüntetett rendszere alapján a modellek osztályozása elvégez-



2. séma. Az alapvető mozgásformák és meghatározott oldalaik hető. Ugyanis egy mozgásformán belül levő folyamatnak, állapotnak lehet modellje

a) ugyanazon mozgásformán belül levő más jelenség (pl. egy fizikai mozgás modellje lehet egy más fizikai jelenségnek),

b) egy más mozgásformához tartozó jelenség (pl. egy kémiai mozgás modellje lehet egy biológiai mozgásnak),

c) a mozgásformák meghatározott oldalait képező jelenség (pl. egy molekuláris fizikai mozgásnak modellje lehet egy mechanikai mozgás),

d) végül a mozgásformák egyes meghatározott oldalai által jellemzett állapotok, illetőleg folyamatok is lehetnek egymás modelljei (pl. egy mechanikai állapotnak modellje lehet egy geometriai alakzat).

A megállapítások természetesen nem jelentik azt, hogy valamely magasabb rendű mozgásforma visszavezethető lenne egy alacsonyabb rendűre.

A fentiek szerint kiadódó négy fő típusnak több altípusa lehet a mozgásformák számának, illetőleg a mozgásformák meghatározott oldalai számának megfelelően. Sőt az egyes mozgásformák, illetve oldalaik adott jelenségekre, állapotokra történő felbontásával belátható, hogy a lehetséges modellek száma elvileg végtelen.

Amint a későbbiekben látni fogjuk, az analógiák osztályozásául szintén a fenti elgondolás szolgál alapul.

1.3 A viszonyított dolgok, jelenségek természete szerint történő osztályozás

A modellek osztályozása — formai szempontból — történhet a viszonyított dolgok, jelenségek természete szerint. A való világban levő minden dolog, jelenség vagy mint *objektív reális* anyagi jelenség, vagy mint valamely *objektív jelenség tükörképe,* leképezése létezik. E két nagy jelenségcsoport figyelembevételével a modelleknek *három* nagy osztályát különböztethetjük meg.

a) Két objektív reális dolog, jelenség között fennálló rokonsági viszony esetén *ontológiai modellről* beszélhetünk.

b) Lehetséges rokonsági viszony egy objektív reális, és egy szubjektív kép között is. Ez esetben *gnoszeológiai modellről* lehet szó.

c) Végül lehetséges rokonsági kapcsolat két szubjektív tükörkép között, mikor is *logikai modellről* lehet szó.

A fenti három osztályban minden lehetséges modellforma benne foglaltatik, és ezen osztályozás — formailag — egységes rendszert alkot, és inkább elméleti szempontból lehet jelentős. Gyakorlatilag — a műszaki és természettudományok vonatkozásában — inkább a mozgásformák alapján történő osztályozás bír nagyobb jelentőséggel.

*

A „modell", a „modellalkotás" problémájának felvetése, és a modellek osztályozása, rendszerezése után vizsgáljuk meg részletesebben azt a kérdést, hogy *mi is a modellalkotás lehetőségének elvi alapja.* Mi is az a viszony, amelynek alapján valamely dolog, jelenség modelljéről beszélhetünk? E kérdésnek elvi vizsgálata minden esetben az *analógia* problémájához vezet.

2. *Az analógia és az analóg modellek*

A modellek megalkotását két vagy több dolog, jelenség vagy jelenségcsoport között levő bizonyos meghatározott kapcsolat teszi lehetővé. Ezért indokolt e kapcsolat részletesebb elemzése.

A modellalkotás elvi alapját az alábbi *tételekkel* definiáljuk:

a) *A modellek megalkotásának a lehetősége minden esetben analógiák létezéséből fakad.*

b) *Az analóg viszonyokkal kapcsolatban analóg modellek értelmezhetők.*

c) *Az analógiák létezése az anyagi világ dialektikus egységét bizonyítja.*

2.1 *Az analógia fogalma*

Az *analógia fogalma*, meghatározása a tudományok története során fokozatos fejlődésen ment át.

Az analógiának mint filozófiai kategóriának, sőt mint tudományos kutatási módszernek a jelentőségét az utóbbi évekig általában nem ismerték el. Az analogikus következtetésnek — amely a tudományos hipotézis- és elméletalkotásnak a kezdeti fázisa — csupán *heurisztikus* erejét ismerték el (vagy még azt sem). Az analogikus következtetést általában megbízhatatlannak tartották. A fenti megállapítás érvényes volt mind a polgári, mind a marxista filozófusok nézeteire.

Az analogikus következtetések valódi jelentőségét először leginkább a természettudományos kutatásban ismerték fel, különösen a matematikailag interpretált analógiák és a hasonlósági elmélet alkalmazásával, amikor is kiderült, hogy *az analógiák megbízhatóságának valószínűségi fokozatai vannak,* ezeknek szélső esete a szükségszerűen helyes eredményt adó analogikus következtetés. A természettudományos kutatáson kívül a filozófiában csak az utóbbi években foglalkoznak tudományos igényű értekezések az analógia kérdésével.

Az analógiának többféle meghatározási formája ismeretes. Az ismertebbek közül idézünk néhányat:

Eukleidész az „Elemek" című munkájának V. könyvében a következőt írja: „Azokat a nagyságokat, amelyeknek ugyanaz a viszonyuk, 'analógiában állóknak' kell neveznünk." Az analógiának ezen meghatározása a geometriai arány fogalmával azonos.[7]

Az analógia fenti fogalmát a *püthagoreusok* a fizika különböző területein, *Platón* pedig az erkölcsi kérdések elemzésénél alkalmazták. *Arisztotelész* tovább bővítette az analógia alkalmazási körét, és átvitte a biológia és a pszichológia területére.

Kant az analógiának már általánosabb értelmezését adja: „. . . valamiben sok (például tulajdonság) van (ami másokban is megvan), következésképp benne van a többi (például tulajdonság) is — ez az analógia".[8]

C. Maxwell a következő analógia-meghatározást adja: „Fizikai analógián valamely tudományág törvényei és egy másik tudományág törvényei között fennálló olyan hasonlóságot értek, amelynek következtében az egyik tudományág a másik megvilágítását szolgálhatja".[9]

[7] Bärthlein, K.: Der Analogiebegriff bei den griechischen Matematikern und bei Platon. Inaugural-Dissertation, Würtzburg 1957.
[8] Kant, E.: Logika. Petrograd 1915.
[9] Maxwell, C.: Scientific Papers. I. köt. Cambridge 1890.

Pólya György az izomorfizmussal hozza kapcsolatba az analógiát: „Az izomorfizmus az analógia teljesen magyarázott formája".[10]

Fogarasi Béla az analógia fogalmának inkább köznapi értelmezését adja: „Analógián általában hasonlóságot, párhuzamot szokás érteni".[11]

A fenti definíciók elemzéséből kiderül, hogy azok általában csupán az analógiák többé-kevésbé szűk csoportjára érvényesek. Az is megállapítható — és ez érvényes a természettudományos és a filozófiai kutatás területén is —, hogy általában nem tesznek éles különbséget az analógia és a hasonlóság között. Pedig a hasonlóság önmagában véve egy jól definiált fogalom, és amint a továbbiakban részleteiben is ki fogjuk fejteni, az analógia speciális esetének fogható fel.

A fenti definíciók figyelembevételével, a bennük levő általános vonás kiemelésével az analógiát a következőképpen határozhatjuk meg: *Az analógia dolgok, jelenségek, folyamatok vagy ezek meghatározott csoportjai között meglevő illetőleg létesíthető viszonylagos rokonság, megegyezés.* Meghatározásunkban a „viszonylagos" jelzőt kívánjuk kiemelni, illetve hangsúlyozni, mivel az analógiában álló dolgok, jelenségek lehetnek teljesen eltérő jellegűek is, de meghatározott viszonyaikban megegyezőség áll fenn.

2.2 Az analógiák osztályozása

A modellek osztályozásának megfelelően az analógiák rendszerezése is elvégezhető, hiszen — mint említettük — analóg viszonyokkal kapcsolatban minden esetben értelmezhetők analóg modellek. E megállapításnak természetesen a megfordítottja is érvényes. Ily módon a modellek osztályozásának megfelelően az analógiák rendszerezése is

a) az alapvető mozgásformák alapján (tartalmi oldal), és

b) a viszonyított dolgok, jelenségek jellege szerint (formai oldal)

történhet. Tehát a modellek osztályozásánál tett megállapításaink értelemszerűen ezúttal is érvényesek.

A két fő rendszerezési mód mellett azonban — amelyekre ezúttal már részleteiben nem térünk ki — gyakorlati szempontok figyelembevételével célszerű az analógiákat az alábbiak szerint is csoportosítani.

2.2.1 Kvalitatív és kvantitatív analógiák

A természeti és társadalmi jelenségek megismerésére irányuló elemzéseket általában azzal kezdjük, hogy a kérdéses jelenséget befolyásoló minőségi és mennyiségi jellemzőket kiválasztjuk, és ezek komplex hatásait differenciáltan megvizsgáljuk.

A vizsgálati módszer — a jelenség természetétől függően — lehet kvalitatív vagy kvantitatív. A természeti jelenségek vizsgálatánál mindig megállapíthatunk mennyiségi összefüggéseket, a társadalmi folyamatoknál azonban ez nem minden esetben lehetséges.

[10] Pólya, G.: Mathematics and plausible reasoning. Vol. I. Princeton, University Press, 1954.

[11] Fogarasi Béla: Logika. IV. kiadás. Akadémiai Kiadó, 1958.

Az egyes jelenségek vizsgálatánál gyakran kiderül, hogy velük bizonyos vonatkozásban analóg viszonyok találhatók — esetleg a természeti és társadalmi folyamatoknak egészen más területén. E viszony lehet teljes, mikor is a két analóg jelenség minden oldala hasonló tulajdonságokat mutat, de lehet olyan is, amikor csak meghatározott oldalak analogikus kapcsolata áll fenn.

Az analóg kapcsolatok, az analógiák meghatározása a kutatómunka során előbb többnyire csupán minőségi jellegű, később — a megismerési folyamat előrehaladtával — mennyiségi összefüggéssé alakíthatjuk őket. Eszerint az analógiáknak *két* nagy csoportja különböztethető meg. Az első csoportba sorolhatók azok az analógiák, amelyek *matematikailag nem interpretálhatók.* Ez azt jelenti, hogy a kérdéses folyamat jellegéből adódóan számszerű kapcsolatok — például matematikai egyenletek formájában — nem állíthatók fel. Annak a ténynek, hogy az analógia matematikailag nem interpretálható, két oka lehetséges.

Először: lehet olyan analógia, amely számszerűleg nem jellemezhető. Például az a hasonlat, hogy „a teve a sivatag hajója", matematikailag nem jellemezhető analógiának tekinthető, az egymásnak megfelelő tagjai között semminemű számszerű összefüggés nem írható fel.

Másodszor: lehet olyan analógia, amelyet — bizonyos heurisztikus módszerek alapján — csupán sejtünk, és a meg ismerési folyamat kezdetén számszerűleg jellemezni nem tudunk, de előbb-utóbb mérhető változók közötti számszerű összefüggéssé fejlődhet.

Ez utóbbi mintegy átmenetet képez az analógiák másik nagy csoportjához, a *matematikailag interpretálható analógiákhoz,* amelyek a természetfilozófiában, a természettudományokban és még inkább a gyakorlati vonatkozású műszaki tudományokban a legnagyobb jelentőséggel bírnak. Tanulmányunk további részében ezzel a típussal foglalkozunk részleteiben.

A természeti, társadalmi folyamatokat általában számszerű mennyiségek, változók jellemzik, amelyek többé vagy kevésbé szoros kapcsolatban állnak egymással. *J. C. Maxwell* megállapítása szerint a kutatás sikere elsősorban a folyamatot befolyásoló leglényegesebb változók helyes kiválasztásától függ. Az összefüggések a matematika módszereivel egyenletek, függvényábrák, táblázatok formájában általában meghatározhatók.

A természeti és társadalmi jelenségeket jellemző matematikai kapcsolatok — az anyagi világ minőségi és mennyiségi végtelenségének megfelelően — végtelen számúak. E jelenségek között gyakran találunk olyanokat, amelyeket jellemző matematikai egyenletek — különösen a folyamatok nagyobb csoportjait leíró általánosabb érvényű differenciálegyenletek — alakra nézve teljesen azonosak, illetőleg azonos alakra hozhatók. *Azokat a folyamatokat, amelyeket leíró matematikai kapcsolatok, egyenletek alakra nézve azonosak, noha eltérő* (fizikai, kémiai, biológiai, társadalmi stb.) *jelenségekre, jelenségcsoportokra vonatkoznak, és ennek következtében az egyenletekben szereplő változók értelmezése* — beleértve a kezdeti és a kerületi feltételeket jelentő változókat is — *részben vagy egészben eltérő, matematikailag interpretált analóg jelenségeknek nevezzük.*

Megjegyezzük, hogy a fentiekben definiált kvantitatív analógiát a műszaki gyakorlatban egyszerűen analógiának nevezik, és az analógiák egyéb típusait nem különböztetik meg. Ez természetesen abból következik, hogy a természettudományokban és különösen a műszaki tudományokban majdnem kizárólag a kvantitatív analógiákat alkalmazzák.

Az analógiák általában, de leginkább a kvantitatív analógiák bizonyos heurisztikus jelleggel rendelkeznek, s ennek következtében a kutatómunkában eredményesen alkalmazhatók. Segítségükkel a már megismert jelenségek adatai, általában az ismeretek a kutatás sokszor egészen más területére átvihetők, csupán a megfelelő analógiát kell megtalálni, illetőleg bizonyítani. Az analógiák sokszor nem csupán a feladat közvetlen megoldásában jelenthetnek segítséget, hanem ezt megelőzően, már a feladatok megfogalmazásában is. Teljes általánosságban mondható, hogy az *analógia munkamódszernek* és kutatási módszernek tekinthető — amint erre a későbbiekben még ki fogunk térni —, mindennemű természeti, társadalmi jelenség vizsgálatánál. Adott esetben a feladat az, hogy elvi és gyakorlati szempontból egyaránt megfelelő analógiákat válaszszunk ki, amelyek megvalósítási, mérési stb. szempontból egyaránt könnyen kezelhetők.

A fentiek szerint az analógiák felismerésének különösen akkor van gyakorlati jelentősége, ha a két (vagy több) jelenség közül az egyik jól ismert, kitanulmányozott, a másik pedig kevésbé ismert. Ez esetben az analógia lehetővé teszi a már kidolgozott számítási módszerek alkalmazását.

2.2.2 Az analógiák felismerésének véletlen és szükségszerű jellege

Az analógiák csoportosításának alapja lehet még az analóg jelenségek vagy jelenségcsoportok felismerésének véletlen és szükségszerű jellege is.

Ezt a *Krilovtól* származó idézettel kívánjuk megvilágítani: „A teljesen különböző területekre vonatkozó, de egyforma differenciálegyenletekre vezethető analógiák egész tömegét hozhatjuk fel. Azt gondolhatná az ember, vajon mi köze lehet az égitesteknek a nap és egymás közötti vonzóerő hatása alatt végbemenő mozgása számításának a hajó hullámokon való ingásához, vagy mi köze lehet az égitestek mozgásában mutatkozó szekuláris egyenlőtlenségek meghatározásának valamely hajó tengelyét vagy villamos generátort hajtó többhengeres Diesel-motor tengelyének torziós lengéseihez? Ezzel szemben, ha csak a képleteket és az egyenleteket írjuk fel szavak nélkül, lehetetlen megkülönböztetni, hogy e kérdések melyikét oldjuk meg: az egyenletek azonosak."[12]

Az idézetből kitűnik, hogy léteznek olyan analógiák, amelyek az anyagi világ egymástól nagymértékben eltérő területeiről származnak. Az ilyen analóg jelenségekről fel sem lehetne tételezni az analógia létezését az alapegyenletek (például differenciálegyenletek) ismerete nélkül, hiszen jellegük, mechanizmusuk annyira eltérő. Kizárólag a jelenségeket leíró alapegyenletek alapján lehet az analógiára következtetni, illetőleg azt bizonyítani.

Az ilyen analógiáknak a felismerése teljesen véletlenszerű. A kutatómunka során a leíró alapegyenletek azonos struktúráját, az *izomorfiát* fedjük fel.

A fentiekben tárgyalt analógiákkal szemben ismerünk több olyan analóg jelenséget, amelyeknek analógiája az alapegyenletek nélkül is belátható. Ez abból következik, hogy olyan jelenségekről van szó, ahol *a mozgásmechanizmus érzékelhetően is azonos*, annak ellenére, hogy az egymásnak megfelelő jelenségpárok, jelenségcsoportok ez esetben nem mindig azonos mozgásformát képviselnek.

[12] Krilov, A. N.: Matematika és természettudomány. Szovjetunió Tudományos Akadémiája kiadás. 1937. Idézi: Gutenmaher (11. old.)

Ezt szintén egy idézettel kívánjuk megvilágítani. *Maxwell* az ,,Értekezés a villamosságról és a mágnességről'' című tanulmányában a következőket írja:

,,Első látásra teljes analógia áll fenn az elektromosság mozgásának elmélete és a hőátadás elmélete között. Ha vehetnénk két egymáshoz mértanilag hasonló rendszert, olyképp, hogy az első rendszer bármely pontján a hővezetőképesség arányos legyen a másik rendszer megfelelő pontján fennálló elektromos vezetőképességgel, és ha az első rendszer bármely pontjának hőfokát arányossá tehetjük a második rendszer megfelelő pontjának elektromos potenciáljával, akkor a hő áramlása az első rendszer bármely keresztmetszetén át arányos lesz az elektromosságnak a második rendszer megfelelő keresztmetszetén át való áramlásával. Ilyen módon az elektromosság áramlása meg fog felelni a hő áramlásának, az elektromos potenciál pedig meg fog felelni a hőfoknak — az elektromosság teljesen úgy igyekszik a magas potenciálú helyekről az alacsony potenciálú helyekre áramlani, mint ahogy a hő igyekszik a magas hőfokú helyekről az alacsony hőfokú helyekre átáramlani.'' (Idézi Gutenmaher **id.** mű 11—12. o.)

Maxwell példájából látható, hogy a két jelenség — a hőáram és az elektromos áram — analógiája szinte érzékelhető, mivel a két mozgástípus mechanizmusa közeli rokonságot mutat.

Az analógiáknak ezt a típusát még egy, a gyakorlat szempontjából is jelentős, és ugyanakkor könnyen igazolható példával szemléltetjük.

Az *impulzus-, anyag- és a hőátadás hármas analógiáját* említjük.[13] A három transzportjelenséget leíró három alapvető differenciálegyenlet a *Newton*-törvény:

$$j = -\nu \frac{\partial(\varrho v)}{\partial y},$$

a *Fick*-törvény:

$$j = -D \frac{\partial c}{\partial y},$$

és a *Fourier*-törvény:

$$j = -a \frac{\partial(\varrho i)}{\partial y},$$

ahol j az áramsűrűség,
ν a kinematikai viszkozitás,
ϱ a sűrűség,
v az áramlási sebesség,
y a térbeli koordináta,
D a diffúziós állandó,
c a töménység,
a az összetett hővezetési tényező,
i a fajlagos entalpia.

[13] László Antal: Hasonlóság az impulzus-, hő- és anyagátadás között. Magyar Kémikusok Lapja, 1961. 5.

A fenti egyenletek lamináris áramlás esetére vonatkoznak. Ha az áramlás turbulens, a szállítás értéke megnő. Ez úgy vehető figyelembe, ha a ν, a D és az a értékekhez egy-egy tagot, a turbulens áramlás A együtthatóját hozzáadjuk:

$$j = -(\nu + A)\frac{\partial(\varrho v)}{\partial y},$$

$$j = -(D + A)\frac{\partial c}{\partial y},$$

$$j = -(a + A)\frac{\partial(\varrho i)}{\partial y}.$$

A differenciálegyenletek azonos struktúrája szembetűnő. De ezek ismerete nélkül is következtethető az analógia, mivel a három jelenség mozgásmechanizmusa közeli rokonságot mutat.

Végezetül megemlítjük, hogy a lamináris és a turbulens áramlás esetére felírt egyenletek szintén azonos struktúrájúak, és ezen az elvi alapon a hat differenciálegyenletből páronként bármely kettő analógiát determinál.

Részletesebb elemzés nélkül még megemlítjük, hogy a fizikában közismert *Newton*-féle tömegvonzás törvény és az elektromos töltésekre és mágneses mennyiségekre vonatkozó *Coulomb*-féle törvények is ilyen jellegű analógiákat definiálnak.

2.2.3 A strukturális és a funkcionális analógiák

Már a modellalkotás kérdésének elemzésénél említést tettünk a strukturális és a funkcionális modellekről, a *strukturális* és a *funkcionális* analógiák ezeknek megfelelően definiálhatók.

Strukturális analógia esetében a dolgok szerkezetében található — bizonyos vonatkozásban — *viszony-megfelelőség.* Például a kémiában ismeretes homológ sorok általános képlete strukturális analógiára utal. Az analógiának ezt a típusát egyébként — *Geofroy—Saint-Hilaire* után — *homológiának*, a funkcionális analógiát pedig egyszerűen analógiának szokás nevezni.

Funkcionális analógia akkor áll fenn, ha két vagy több dolog egymással rokon funkciót tölt be. Például a kémiában ugyanazt a reakciót többféle — azonos funkciójú — katalizátorral módosíthatjuk. Az izomer vegyületek is funkcionálisan analógok, mivel — bár szerkezetük, fizikai, kémiai tulajdonságaik eltérőek — vegyi összetételük, molekulasúlyuk azonos.

2.3 Differenciálegyenletek megoldása analóg modellek segítségével. Analóg számológépek

A természeti törvények többségét általános formában differenciálegyenletek alakjában szokás leírni. Ezen differenciálegyenleteknek analitikai úton történő integrálása azonban, mint ismeretes, gyakran, sőt mondhatni legtöbb esetben nem végezhető el. Sokszor csupán bizonyos egyszerű speciális esetben oldhatók meg. Az is előfordul, hogy az egyenletek integrálhatók, de hosszú időt, és nagy fáradságot igényelnek.

A fenti nehézségeken az analógiákon alapuló modellezéssel lehet segíteni, mikor is matematikailag pontosan megfogalmazott feltételek mellett lejátszódó természeti folyamatokat elemezhetünk. A kérdéses jelenségnek olyan analóg megfelelőjét kell kiválasztani, amely ismert törvényszerűségek szerint játszódik le, és benne könnyen mérhető változók szerepelnek. Ez leginkább az *elektromos jelenségek* esetében áll fenn, és éppen ez az oka annak, hogy az elektromos analógiákat alkalmazzák leggyakrabban. Aszerint, hogy az analóg jelenségpár a fizikai jelenségek milyen csoportjához tartozik, beszélhetünk például

elektromos — mechanikai,
elektromos — hidromechanikai (ami a fenti speciálisabb esete),
elektromos — akusztikai,
elektromos — termikus,
elektromos — diffúziós stb.

analógiákról. Természetesen nem feltétlenül elektromos modellen lehet csupán egy jelenséget vizsgálni. Például a radioaktív bomlást vagy a hővezetést[14] hidrodinamikai analógiával is lehet elemezni. A megterhelt rugalmas lemez alakváltozásával a szivárgó vízmozgás analóg folyamat. A fentiekben már említett anyag-, hő- és impulzusátadás jelenségei is az analógiák egész sorát jelentik.

Az elektromos-mechanikai analógiák gyakorlatilag jelentős három rendszerét ismertetjük. *(L. I. Gutenmaher* nyomán)[15]

a) Az első rendszerben az elektromos töltés az elmozdulásnak, az áramerősség a sebességnek, a feszültség pedig a mechanikai erőnek felel meg.

b) A második rendszerben az áramerősség a mechanikai erőnek, az elektromos erő a sebességnek, a mágneses fluxus pedig az elmozdulásnak felel meg.

c) A harmadik rendszerben az áramkör adott pontján levő feszültség az elmozdulásnak, a másik pontján levő feszültség a sebességnek, a harmadik pontján levő feszültség pedig a mechanikai erőnek felel meg.

Az utóbbi rendszer az elektroncsövek alkalmazásának eredményeként jelentős egyszerűsítést jelent, mivel a mechanikai rendszer valamennyi változóját az elektromos rendszer jól mérhető egyetlen fizikai jellemzőjével írhatjuk le.

Sok fizikai folyamatot, jelenséget parciális differenciálegyenletek vagy egyenlet-rendszerek írnak le. Ilyenek például a fizikai mezők is. Az elektromos analógiával ez esetben is célhoz érhetünk a különböző kezdeti és kerületi feltételek figyelembevételével. Például több egymással analóg folyamatot ír le a *Laplace*-féle egyenlet. Elektromos, mágneses, hidrodinamikai, (szivárgási) termikus analógiák egész sora ismeretes a *Laplace*-féle egyenletek izomorfizmusa[16] alapján. Az elektromos modellek alkalmazása lehetőséget ad arra is,

[14] Doležalik, V.: Hasonlóság és modellezés a kémiai technológiában. Műszaki Könyvkiadó, 1962.

[15] Gutenmaher, L. I.: Elektromos modellek. Akadémiai Kiadó, 1951.

[16] Az izomorfizmus L. A. Poletajev szerint a következőképpen definiálható: „Két halmazt akkor nevezünk izomorfnak, ha elemeik páronként megfordíthatóan és egyértelműen megfelelnek egymásnak, és ha az egyik halmaz elemeinek leképzései a másik halmaz elemei leképzéseinek megfelelnek. (Lásd L. A. Poletajev: Kybernetik. Berlin 1962.)

hogy térben lejátszódó bonyolultabb — két, három, sőt *n* dimenziós — jelenségekre térmodelleket alkossunk.

Az elektromos analógiás modellek (analógiás számológépek) kialakítását általában két fő cél vezérli. Egyrészt meglevő vagy tervezendő konkrét műtárgyak, berendezések modelljeiként működnek, másrészt univerzálisabb modellekként, mikor is matematikai feladatok meghatározott csoportját képesek elvégezni (például a fizika meghatározott típusú differenciál-, integrálegyenleteit megoldani). Az ilyen univerzális modelleket elektrointegrátoroknak is nevezik. Ezeket a differenciál-, illetőleg az integrálegyenletek meghatározott csoportja jellemzi.

2.4 Az analogikus következtetés[17]

Az analogikus következtetés létjogosultságáról már az ókorban vitákat folytattak. Az epikureusok védelmezték, a sztoikusok pedig elvetették e következtetési módszert. *Avicenna* arra a megállapításra jutott, hogy az analogikus következtetés olyan, mintha a „cum hoc, ergo propter hoc" elv alapján következtetnénk az oksági kapcsolatra. A formális logika művelői szerint az analogikus következtetés nem adhat biztos, megbízható eredményt, leginkább heurisztikus jellegű, így a hipotézisek felállítására célszerűen alkalmazható. Az ilyen hipotézisek azonban nem mindig bizonyulnak helyeseknek.

A. I. Uemov szerint az analogikus következtetés a gondolkodás azon más formáival áll rokonsági kapcsolatban, amelyek csupán valószínű következtetést eredményeznek: mindenekelőtt az indukcióval.[18] Az indukció az egyesről az általánosra történő következtetés. Ezzel szemben *az analogikus következtetés a tradukcióhoz tartozik, ami az egyseről az egyesre való következtetést jelenti.* Ezen különbözőség ellenére hasonlatosság is tapasztalható a két következtetési mód között, amint erre *Kant* — idézett munkájában — rávilágított. Szerinte az indukció: „Valami a sokban, következésképpen mindenben"; az analógia pedig: „valamiben sok van, következésképpen benne van a többi is".

Eszerint *az analogikus következtetés az indukció speciális esetének fogható fel:* a tulajdonságok indukciója. Tehát a formális logikában az indukcióval kapcsolatban tett megállapítások, törvényszerűségek az analógiára is vonatkoztathatók. Az indukciós következtetés eredményességének valószínűségi fokozatai az analogikus következtetés esetén is értelmezhetők. A szükségszerűség mint *a valószínűségi fokozatok* szélső esete fennáll az analogikus következtetések megbízhatóságát illetően is, amint ezt a matematikailag interpretált analógiák, illetőleg speciális eseteik, a hasonlóság-elméleten alapuló következtetési módszerek bizonyítják.

Analogikus következtetés esetében azonban a premisszáktól a zárótételhez történő áttérésnél újabb ismeretek bevonása szükséges. Ebből követ-

[17] „Az analógia és analogikus következtetés két különböző dolog. Az előbbi a világ anyagi egysége sajátos megjelenési formája, a dologban levő konkrét azonosságok és hasonlóságok kifejezésének megtestesítője, a dolgok és a jelenségek meghatározott viszonyait tükröző fogalom, az utóbbi pedig éppen a dolgokban levő konkrét azonosságokra és analogikus kapcsolatokra támaszkodó gondolkodási (logikai) művelet. (Lásd Bóna Ervin: Analógia a természetben — analogikus következtetés a természettudományban. Magyar Filozófiai Szemle. 1963/2. sz.)

[18] Уемов, А. И.: О достоверности выводов по аналогии. Философские вопросы современной формалной логики. Москва, 1962.

kezik, hogy a zárótétel helyessége nem kizárólag a premisszák igaz voltától függ. A következtetési láncolatba bevont újabb ismeretektől, tételektől függően válik az analogikus következtetés eredményessége valószínűvé vagy szükségszerűvé.

Még arra kívánunk rámutatni, hogy az analogikus következtetéssel *új ismeretek* birtokába lehet jutni. Ezt azért kívánjuk hangsúlyozni, mivel vannak olyan nézetek, amelyek szerint az analogikus következtetés az analóg jelenségek között fennálló logikai azonosság miatt nem ad új ismereteket. *Ami azonban logikailag azonos, az nem biztos, hogy azonos a megismerés számára.* Hiszen a logikailag teljesen azonos jelenségek megismerése során gyakran egészen új és meglepő ismeretekre tehetünk szert. A többi közt éppen ebben rejlik az analogikus következtetési mód nagy szerepe, ami a tudományos kutatásban olyan jelentős lehet. A fenti megállapítások természetesen nem jelentik a dedukció háttérbe szorítását, hiszen az analogikus következtetés végső soron az indukció és deduckió dialektikus egysége.

2.5 Az analogikus következtetés mint általános kutatási módszer

A tudományos kutatásban — a tudományág jellegétől függően — különböző kísérleti, kutatási módszerek alakultak ki. *Az analogikus következtetés és speciális esete, a hasonlóság-elmélet módszere* — amint a későbbiekben részletesen kifejtjük — *a kísérlet, a kutatás legáltalánosabb módszerének és egyben elméletének fogható fel.* Legáltalánosabb olyan értelemben, hogy a kutatás tárgyától függetlenül a tudományos problémák majdnem minden csoportjának vizsgálatánál alkalmazható. Természetesen kiemelkednek egyes olyan diszciplinák — mint a mechanika, hőtan, fiziko-kémia (diffúzió stb.) —, amelyeknél e módszer különös jelentőséggel bír. S ezzel szemben vannak olyan tudományágak, amelyekben az analógiás következtetés módszere viszonylag körülményesebben alkalmazható, mint például a biológiai, fiziológiai kísérleteknél. A módszer alkalmazását illetően az utóbbi években azonban ezen a területen is jelentős fejlődés tapasztalható, különösen a kibernetikai gépek megalkotásának eredményeképpen.

Általánosságban megállapítható, hogy a különböző tudományok fejlődésével párhuzamosan a speciális és általánosabb vizsgálati módszertanuk is fejlődik. E megállapítás vonatkozik az analogikus következtetés módszerére is.

Gyakran a kutató nem is gondol arra, hogy munkája közben — esetleg csupán hétköznapi problémáknál is — egész sor analogikus, illetőleg hasonlósági problémát old meg. Például megállapítható, hogy bármilyen jellegű mérésnek (sebesség-, hőmérséklet-mérés stb.) hasonlóság-elméleti alapja van. Hiszen minden esetben a kalibrált műszerrel, mérőeszközzel viszonyítunk, hasonlítunk össze különböző mennyiségeket. Bármilyen kutatási feladatnál, de különösen a természettudományok területén a kutatónak célszerű *tudatosan* alkalmazni ezen kutatási módszert, mivel ezáltal nagyobb áttekintésében látja a problémát, könnyebben alkot munkahipotézist, így egyszerűbben juthat a megfelelő eredményhez, amelyet ugyancsak általánosítani tud a különböző analóg, illetőleg hasonló jelenségekre.

E módszer különösen a kísérleti eredmények általánosíthatósága miatt jelentős. Az analógiával és a hasonlóság-elmélettel a kísérleti eredmények átvihetők a jelenségek egész csoportjára. Ez lényeges idő- és munkamegtakarítást jelent.

Ugyanakkor az olyan kutatási területeken levő problémák, amelyek még nehezebben hozzáférhetők, az analogikus következtetési módszerrel esetleg könnyűszerrel megoldhatók.

Nem kívánjuk eltúlozni e módszer jelentőségét, de amint a természettudományos kutatás története szemlélteti, mindenkor jelentős volt, és napjainkban még nagyobb szerepet játszik. Nem utolsósorban a kutatók szemléletének, sőt világnézetének helyes kialakításában is szerepe lehet.

3. A hasonlóság és a hasonlósági modellek

Az analógiák részletes elemzésénél már rámutattunk arra, hogy az analóg jelenségek esetében az egymásnak megfelelő változók fizikai, kémiai stb. tartalma részben vagy teljes egészében különbözik egymástól. Sőt, az is lehetséges, hogy az egyik jelenséget jellemző valamely változónak a hozzá analóg jelenség változóiból alkotott hatványszorzat (esetleg más matematikai kombináció) felel meg.

A hasonlósági modellek — amint az alábbiakban részletesen kifejtjük — *az analóg modellek speciális eseteinek foghatók fel,* amikor is az alapegyenletben szereplő matematikai jelek, szimbólumok fizikai, kémiai stb. értelmezése a különböző rendszerekben azonos. Ebből egyúttal következik az a lényeges megállapítás is, hogy *az egymáshoz hasonló rendszerek minden esetben azonos mozgásformát képviselnek.* Már ebből is világosan kitűnik, hogy az analógia a hasonlóság általános esete, és semmiképpen nem tekinthetjük a két fogalmat kölcsönösen egymás különleges esetének. Éppen ebből a meggondolásból tárgyaljuk a hasonlóság problémáját az analógia elemzése után.

3.1 Történeti áttekintés

A természettudományos kutatás módszerei között a kísérleti munka — mint ismeretes — jelentős szerepet tölt be. Kísérlettel előállítható, illetőleg reprodukálható egy kérdéses természeti folyamat, amelynek elemzésével — a jelenség és a lényeg fokozatos feltárása útján — a megismerés bonyolult ellentmondásossága és mégis dialektikus egysége ellenére a folyamat megismerhető. Mindennemű kísérletnek és mindennemű olyan tudományos kutatási feladatnak, amelyben a már meglevő, illetőleg a jövőben létrehozandó folyamatot reprodukáljuk, hasonlóság-elméleti alapja van. E tény még az esetben is fennáll, ha tudatosan nem ismerjük. Ezért tekinthető a hasonlóság-elmélet a kísérletezés elméletének.

A hasonlóság-elméletet és azon alapuló modellkísérletezés módszerét éppen a fentiek miatt azokban a tudományágakban dolgozták ki, illetve alkalmazták elsősorban, amelyeknek alapja a kísérlet. Így az aerodinamika, a hidrodinamika, a hőtan, az anyagátadás, a szilárdságtan, majd később a kémiai reakciókinetika problémáinak megoldásánál a hasonlósági törvényeken alapuló modellkísérlezetés alapvető módszerré vált.

A modellkísérlet első tudatos alkalmazója *Arisztotelész* volt. Ő és később *Galilei* szilárdságtani kísérleteknél alkalmazták a modelleket, *Leonardo da Vinci* pedig áramlástani problémák vizsgálatánál. A hasonlósági mechanika megalapítójának mégis *Newton* tekinthető, aki 1686-ban a „Principia" második könyvének VII. fejezetében megfogalmazta a mechanikai hasonlóság kritériumát. *Newton* volt az első aki az invariáns számot alkalmazta hasonlósági feltételként.[19]

A *Newton*-féle hasonlósági törvénynek konkrét feladatok megoldására történő alkalmazásában *Gauchy, Bertrand, Froude, Helmholz, Reynolds,*[20] *Thomson, Laplace* és *Mach* végeztek úttörő munkát. *Lorentz, Sommerfeld* és *Kohlrausch* elektromosságtani kérdéseknél alkalmazták az invariáns csoportokat. *Peclet, Nusselt, Prandtl, Kirpicsev*[21,22] és *Konakov* az anyag- és hőátadás hasonlóság-elméleti alapjait fektették le. A kémiai reakciókinetika hasonlósági kritériumainak meghatározása — a mozgásforma viszonylag komplex jellegénél fogva — aránylag későn, az 1920-as években történt *Damköhler* munkássága révén, majd ezt fejleszti tovább *Johnston*[23] és *Djakonov.*[24]

Az invariáns csoportok meghatározásánál nagy lépést jelentett a dimenzióanalízis tételeinek kidolgozása. Ebben úttörő szerepet játszott *Buckingham*[25] és *Federmann*, majd az elméletet *Bridmann* és *van Driest*, illetőleg a dimenziómatrix fogalmának bevezetésével *Langhaar*[26] fejlesztette tovább.

3.2 *A hasonlósági problémák osztályozása a mozgásformák alapján*

A hasonlóság-elmélet és gyakorlati alkalmazása, a kismintakísérletezés történeti fejlődése során kialakult néhány osztályozási mód, amellyel a hasonlósági problémákat rendszerezték. A jelenleg szokásos osztályozás szerint az alábbi főbb hasonlósági problémaköröket különböztetik meg:

a) Mechanikai hasonlóság, amely a geometriai, a kinematikai és a dinamikai, illetőleg a statikai hasonlóságot foglalja magába.

b) Hőhasonlóság (termikus hasonlóság).
c) Anyagátadási jelenségek hasonlósága.
d) Kémiai hasonlóság.

Megjegyezzük, hogy egy magasabb rendű hasonlósági feladatnál általában igyekeznek figyelembe venni az alacsonyabb rendű hasonlósági kritériumot is. Például egy kémiai hasonlósági problémánál, ha lehetséges, egyidejűleg figyelembe veszik a mechanikai (geometriai, kinematikai és dinamikai), hő- és anyagátadási hasonlósági kritériumokat is. Erre a problémára egyébként a későbbiekben még visszatérünk.

A fenti sorrendnél ugyan van egy logikai folytonosság, hiszen az egyszerűbb mechanikai hasonlóságtól halad a komplexebb kémiai hasonlóság felé.

[19] Newton, I.: Principia philosophiae naturalis. 1687.
[20] Reynolds, O.: Scientific Papers: 1. köt. 81/85. Cambridge 1900.
[21] Кирпичев, Н. В.—Конаков, П. К.: Математические основы теории подобие. АН. СССР, Москва 1949.
[22] Кирпичев, Н. В.: Теория подобия. АН. СССР, Москва 1953.
[23] Johnstone, R. E.-Thring, W.: Pilot Plants, Models, and Scale Up Methods in Chemical Engineering, New York, McGraw Hill, 1955.
[24] Дяконов, Т. К.: Вопросы теории подобия в области физикохимических процессов. А. Н. СССР, Москва 1956.
[25] Buckingham, E.: Model experiments and the forms of empirical equations. Trans. A. S. M. E. 37(1915).
[26] Langhaar, H. L.: Dimensional Analysis and Theory of Models, New Work, London 1951.

Ezen osztályozásnak azonban lényeges hibái vannak. Egyrészt ugyanis a négy problémakört (mint ahogy ez az osztályozásból kiderül), nem lehet egyenlő súlyúnak tekinteni, másrészt a négy csoportban nem szerepel minden lehetséges hasonlósági feladat. E két lényeges hiányosság kiküszöbölhető, ha a hasonlósági feladatok osztályozását az alapvető mozgásformák alapján végezzük el. Ezen rendszerezési mód létjogosultságát az alábbi indokokkal támaszthatjuk alá:

1. A mozgásformák genetikus sora adekvát megfelelője lehet a hasonlósági problémák — egyszerűbbtől a bonyolultig tartó — sorának. Ily módon minden hasonlósági feladat a maga helyére kerül, úgy ahogyan az adott mozgásforma azt kijelöli.

2. Ahogyan egy magasabb rendű mozgásforma „megszüntetve megőrzi" az alacsonyabb rendű mozgásformákat, úgy tartalmazhat egy komplexebb hasonlósági probléma a genetikus sorrendnek megfelelő egyszerűbb hasonlósági kritériumokat.

3. Az a tény, hogy a termikus, mechanikai (dinamikai és kinematikai) és geometriai, matematikai és logikai viszonyokat a mozgásformák meghatározott oldalainak értelmezzük, azt jelenti, hogy ezek az oldalak minden mozgásformának mint hasonlósági feladatnak a vizsgálatánál hasonlósági feltételek gyanánt számításba veendők. Legfeljebb arról lehet szó, hogy egyik vagy másik oldal hatása adott esetben domináló, illetve elhanyagolható. Az is lehetséges, hogy csupán a mozgásformák meghatározott oldalait vizsgáljuk, ami mindenképpen absztrakció. Ilyen eset például a tisztán mechanikai vagy a tisztán geometriai hasonlóság problémája.

4. A kinematikai és a geometriai viszonyok — amellett, hogy a mozgásformák meghatározott oldalát jelentik — egyúttal a jelenségek, a mozgó anyag létezési formái. Ez az oka annak, hogy a kinematikai és a geometriai hasonlóság kritériuma minden hasonlósági feladatnál jelentős szerepet játszik. Természetesen ez nem jelenti azt, hogy adott esetben ezen kritériumokat részben vagy egészben nem hanyagolhatjuk el annak érdekében, hogy a vizsgált jelenség lényegét képező mozgásforma által determinált hasonlósági feltételeket ellentmondás nélkül figyelembe vehessük (például torzított modelleknél, folyószabályozási kisminták esetében).

5. Végül a mozgásformák alapján történő osztályozás esetén a rendszerből egyetlen probléma sem zárul ki, mivel a mozgásformák az anyagi világ valamennyi jelenségét magukban foglalják. Itt csupán az a gondolat merülhet fel, hogy jogos-e arról beszélnünk, hogy minden egyes mozgásformának van hasonló megfelelője, például lehetséges-e a szubatomfizikai mozgások hasonlósági kérdéseiről beszélni. Véleményünk szerint igen. Csupán adott fejlődési állapotnak megfelelően még egyáltalán nem vagy kevéssé ismert a probléma. Jelenleg a mozgásformák közül leginkább a molekuláris fizikai mozgás (például az anyagátadás, diffúzió stb.) hasonlósági kérdései tisztázottak, kevésbé azok a kémiai mozgás (reakciókinetikai kérdések) problémái. A mozgásformák meghatározott oldalai által meghatározott hasonlósági feladatok — a termikus, a mechanikai, a geometriai hasonlóság kérdése — állnak előttünk a legtisztábban. Ennek oka természetesen a viszonylag egyszerűbb problematikájukban rejlik.

A fenti öt pontban megkíséreltük összefoglalni azokat a szempontokat, amelyek alátámasztják, illetőleg indokolják osztályozási rendszerünk létjogosultságát. Végezetül még azt említjük meg, hogy — amint láttuk — az analógiák esetében létezik kapcsolat a különböző mozgásformák között (például lehet analógia egy kémiai és egy biológiai mozgás, vagy egy fizikai mozgás és egy geometriai viszony között). Hasonlóság esetében azonban csupán azonos mozgásformák, illetőleg e mozgásformák meghatározott oldalán belül létezik hasonlósági kapcsolat (például hasonlósági viszony állhat fenn két kémiai mozgás között, de ugyanakkor az adott mozgásforma meghatározott oldalai által reprezentált hasonlósági kritériumok is érvényesek. De nem beszélhetünk hasonlóságról például egy kémiai és egy biológiai mozgás, vagy egy fizikai mozgás és egy geometriai viszony között.) Ez egyébként az analógia és a hasonlóság definíciójából is következik.

3.3 A hasonlóság-elmélet alapfogalmai

A hasonlóság-elmélet konkrét feladatok megoldásában való alkalmazásának a célja minden esetben az, hogy bizonyos számú állapot- és mozgásparaméterrel (változókkal) jellemezhető fizikai, kémiai stb. rendszerekben végbemenő folyamatokból kvalitatív és kvantitatív következtetéseket vonhassunk le hasonló rendszerekre vonatkozóan. A lényeg tehát az, hogy *elméleti alapot keressünk különböző, jelenségek, rendszerek kölcsönös és egyértelmű* — általában matematikai alakban kifejezhető — *kapcsolatának meghatározására.* A modellkísérletezési gyakorlatban jelenségpárról szokás beszélni, ami alatt a modellt és a neki hasonlósági vonatkozásban megfelelő valóságos, általában nagyobb méretű (de lehet kisebb is) berendezést értjük. De általánosságban megállapítható, hogy a hasonlósági törvények nem egy jelenségpár, hanem egy jelenségcsoport egyes tagjai között képeznek kapcsolatot. A hasonlósági törvényeknek ez a tulajdonsága jelenti éppen nagy átfogó és általánosító képességüket.

Az egyes rendszerekből más rendszerekre való számszerű következtetés matematikai alapjai *az invariáns számok* és a hasonlósági transzformáció. Az invariáns számok tulajdonképpen a hasonlósági törvények (modelltörvények), amelyek azzal a tulajdonsággal rendelkeznek, hogy számértékük hasonló rendszerek esetében állandó. A hasonlóság és a hasonlósági transzformáció pedig eredendő geometriai fogalom. A hasonlóság-elméletben a hasonlósági transzformációt alkalmazzuk nem csupán hosszúság dimenziójú mennyiségekre, hanem tetszőleges dimenziójú változókra egyaránt. Eszerint a hasonlósági transzformáció általában

$$\frac{x'}{x''} = \lambda_x = \text{const},$$

ahol x' az egyvesszős rendszer valamely pontját jellemző változó,
x'' a kétvesszős hasonló rendszer térben és időben megfelelő pontját jellemző — x'-vel azonos fizikai jelentésű — változó,
λ_x a hasonló rendszerek egymásnak megfelelő pontjait jellemző, azonos fizikai tartalmat (dimenziót) képviselő változóinak az aránya, amelynek számértéke hasonló rendszereknél állandó.

Amennyiben például x' és x'' egymásnak megfelelő hosszúsági méretek, úgy geometriai hasonlóságról van szó. A klasszikus hasonlóság-elmélet szerint alkalmazott dimenzió nélküli számok a hasonlósági transzformációval szemben invariánsok.

Megemlítjük, hogy a transzformációknak vannak általánosabb eseteik is, mint például a *Lie*-féle transzformáció, amelynek a hasonlósági transzformáció speciális esete. A klasszikus hasonlóság-elmélet kizárólag hasonlósági transzformációt alkalmaz. Ezzel szemben más, esetleg komplikáltabb transzformációtípusokat alkalmazva bizonyos feladatok valószínűleg egyszerűbben és ellentmondások nélkül is megoldhatók.

Feltételezve azt, hogy az alkalmazandó transzformáció-típus ismeretes, a legnagyobb problémát a hasonlósági törvény meghatározása jelenti. Maguknak az invariáns számoknak a meghatározására többféle módszert is kidolgoztak. Ilyen módszerek: a dimenzióanalízis, az ismert differenciálegyenletből vagy az integráljából való meghatározás, azonos dimenzióval bíró — fizikai változók hatványszorzataiból álló — mennyiségek aránybaállítása stb. Adott feladat esetében azonban célszerű kísérletileg meggyőződni arról, hogy az előzetes feltételezés alapján hasonlósági törvény gyanánt alkalmazott invariáns valóban kielégítő átszámítási alapot képez-e a hasonló rendszerek között.

3.4 A klasszikus hasonlóság-elmélet fő tételei

A hasonlóság-elmélet lényegileg három — matematikailag is igazolt — fő tételen alapszik, így minden gyakorlati feladat megoldása e három tétel alkalmazására vezethető vissza.

A három fő tétel a természeti folyamatok kísérleti vizsgálata során felmerülő három alapvető kérdésre ad választ.

E kérdések:

1. Egy természeti folyamat elemzésekor milyen változókat, mennyiségeket kell mérni?
2. A mérési eredményeket miként kell feldolgozni?
3. A vizsgált rendszerhez milyen más rendszerek hasonlóak?

I. *A Newton-féle első hasonlósági fő tétel* a következőképpen fogalmazható meg:

Hasonló jelenségeknek azonos hasonlósági feltételeik vannak. Eszerint a feltett első kérdésre a válasz a következő: Egy természeti folyamat elemzésekor azokat a változókat, mennyiségeket kell mérni, amelyeket a hasonlósági feltételek tartalmazhatnak. A *Newton*-féle hasonlósági fő tétel matematikai alakja dinamikai jelenségekre, mozgásokra vonatkozóan

$$N = \frac{P}{\varrho\, l^2 v^2} = \text{idem},$$

ahol P a mozgásra jellemző erő,
ϱ a mozgó közeg sűrűsége,
l jellemző hosszúság,
v jellemző sebesség,
N a *Newton*-szám.

II. *A Buckingham—Federmann-féle második hasonlósági fő tétel* — a π-teoréma — a következőképpen fogalmazható meg: *Minden esetben felírható egy olyan integrál, amely a differenciálegyenletet alkotó dimenzió nélküli számok függvénye.* Más szóval a tétel olyan integrál létezését jelenti, amely a vonatkozó differenciálegyenletből meghatározható dimenzió nélküli számok (hasonlósági feltételek) függvénye. *A második fő tétel adja a lehetőséget annak, hogy az egymáshoz hasonló rendszereket jellemezhessük a dimenzió nélküli számok függvénykapcsolatával.*

A fentiek szerint a feltett második kérdésre a válasz a következő:

A mérési eredményeket úgy kell feldolgozni, hogy a kérdéses folyamatot jellemző dimenzió nélküli számok, illetve a függvénykapcsolatuk meghatározható legyen.

Megjegyezzük, hogy a π-teoréma nem csupán a megismert jelenség törvényszerűségeinek a hasonló rendszerekre való kiterjesztésére ad lehetőséget, hanem a mérési adatfeldolgozást is megkönnyíti. Hiszen ha a vizsgálandó jelenség, például n számú dimenzióval bíró változótól függ, akkor a dimenzió nélküli függvénykapcsolat felírásával a dimenziómatrix rendszámának megfelelően csökken a változók száma. Ez a legtöbb gyakorlati esetben 2, 3 vagy 4 változószám csökkenést jelent, ami a kísérletek időtartamát, költségét lényegesen csökkenti.

III. *A Kirpicsev—Guhman-féle harmadik hasonlósági fő tétel* a következőképpen fogalmazható meg: *A jelenségek akkor és csakis akkor hasonlóak, ha az egymásnak megfelelő összes jellemző dimenzió nélküli szám mint hasonlósági feltétel számértéke azonos.* Eszerint a feltett harmadik kérdésre a válasz: A vizsgált rendszerhez azok a jelenségek hasonlóak, amelyeket jellemző összes dimenzió nélküli számok azonosak, beleszámítva a kezdeti és a kerületi feltételek által meghatározott kritériumokat is.

Megjegyezzük, hogy a harmadik fő tétel előírását gyakorlatilag nem lehet teljes mértékben megvalósítani. Azaz egyidejűleg általában hasonlósági feltételként nem vehető figyelembe minden jellemző dimenzió nélküli szám, mivel ez ellentmondáshoz vezetne. Ez az oka annak, hogy a gyakorlatban csak részleges hasonlóságról beszélhetünk, a teljes hasonlóság soha nem valósítható meg. Mindig az adott probléma előzetes elemzése során kell kiválasztani a folyamatot leginkább jellemző dimenzió nélküli számokat, melyek még egyidejűleg ellentmondás nélkül hasonlósági feltételként alkalmazhatók.

3.5 A klasszikus hasonlóság-elmélet alkalmazásából adódó ellentmondások és kiküszöbölésük

A klasszikus hasonlóság-elmélet fő tételei matematikailag bizonyítottak, és kikristályosodott formában állnak előttünk. A tételek gyakorlatban való alkalmazásánál azonban jelentős problémák merülnek fel, amelyeknek gyökere abban áll, hogy *egyidejűleg több invariáns számot alkalmazni hasonlósági kritérium gyanánt általában nem lehet,* mivel ez esetben ellentmondások merülnek fel. (Például: A modellberendezés egy jellemző hosszúságának ugyanazon időben két vagy több különböző méretűnek kellene lennie, ami lehetetlen.) E nehézség megoldása az alábbi *tételek* figyelembevételével lehetséges:[27, 28]

[27] Horváth Imre: A vízgazdálkodási tudományos kutatás és a materialista filozófia kapcsolata, Budapest 1962. (Kézirat)

[28] Horváth Imre: A hasonlóságról. Építés- és Közlekedéstudományi Közlemények. 1963/1—2. sz.

1. Egy tetszőleges természeti folyamat hasonlóság-elméleti vizsgálata esetén kiindulási alapnak a jelenséget egyértelműen leíró, minimális számú dimenziós változót tartalmazó egyenletet tekintjük, a kezdeti és kerületi feltételek figyelembevételével. A kérdéses egyenlet lehet elméleti úton matematikai eszközökkel levezetett összefüggés, félempirikus vagy empirikus kapcsolat. A kapcsolat leírási formája lehet egyenlet, függvényábra vagy táblázat. A jelenséget egyértelműen leíró, minimális számú dimenzióval bíró változót tartalmazó kapcsolatot a továbbiakban *alapösszefüggés*nek, az egyenletet pedig *alapegyenletnek* nevezzük.

2. Az alapösszefüggés, illetőleg alapegyenlet minden esetben dimenzió nélküli alakra hozható. Tekintettel arra, hogy az alapegyenlet a kérdéses folyamatot jellemzi, így kell, hogy a dimenzió nélküli alakja is jellemző legyen. Abban az esetben, ha az alapegyenletet kísérleti úton határozzuk meg (empirikus összefüggés), akkor már eleve dimenzió nélküli alakban írható fel. E dimenzió nélküli függvény változói dimenziómentes számok. A jelenséget egyértelműen leíró, minimális számú dimenziómentes változót tartalmazó összefüggést — amely a kérdéses alapegyenlet dimenziómentes alakjának tekinthető — *invariáns függvénynek* nevezzük. *Az invariáns függvényt tekintjük a hasonlóság feltételi egyenletének.*

3. Nem írjuk elő azt, hogy az invariáns függvényt alkotó egyes dimenzió nélküli számok értékei azonosak legyenek a különböző rendszerekben, hiszen ezt általában nem is tudjuk megvalósítani. (Tudniillik éppen ez jelenti a klasszikus hasonlóság-elmélet alkalmazásának fentiekben már említett nehézségeit.) Csupán azt írjuk elő, hogy az invariáns függvény legyen azonos a különböző méretű rendszerekben. Amennyiben adott esetben az invariáns függvényt alkotó egyes dimenzió nélküli számok is azonosak a különböző rendszerek esetében, úgy a klasszikus hasonlóság-elmélet értelmezése szerint is hasonlóság áll fenn. Ha pedig az invariáns függvény egyetlen dimenzió nélküli számból áll, akkor az invariáns függvény *speciális* esetéhez, egy klasszikus értelemben elnevezett hasonlósági törvényhez jutottunk.

4. Egy természeti folyamatot jellemző dimenzió nélküli számok rendszere általánosságban algebrai struktúrának tekinthető, és véges szabad *Abel*-féle csoportot alkot, mivel a csoportot jellemző axiómák által előírt feltételeknek eleget tesznek. A csoport tetszőleges eleme bázisrendszerrel állítható elő. A bázisrendszer jelenti a kérdéses folyamatot jellemző minimális számú változókat, amelyekkel a rendszer egyértelműen leírható. A fentiek alapján belátható, hogy *az invariáns függvény csoportelméleti szempontból a bázisrendszer elemei közti függvénykapcsolattal egyenértékű.* Hiszen a bázis elemeivel a csoport bármely eleme kifejezhető, és így az invariáns függvény szintén a bázis elemeit tartalmazza függvény formájában. Ily módon a hasonló rendszerek között fennálló kapcsolatot, amely a méretnövelés feltételi egyenlete, a bázis elemei közti összefüggést jelenti.

3.6 A hasonlóság-elmélet néhány alapvető fogalmának értelmezése az invariáns függvény segítségével

Az invariáns függvénynek a 3.5 fejezetben leírt meghatározásával kapcsolatban az alábbi kérdés merül fel: *A klasszikus hasonlóság-elmélet szerint definiált főbb alapfogalmak értelmezése módosul-e, és ha módosul, akkor a változás* *milyen jellegű?* Más szóval: a 3.5 fejezetben összefoglalt főbb elvi megfontolásainknak milyen következményei vannak a klasszikus hasonlóság-elmélet tételeire, alapfogalmaira. Az alábbiak során ebben az értelemben vesszük vizsgálat alá a következő fogalmakat.

a) A klasszikus hasonlóság-elmélet három tételét: a *Newton*-, a *Buckingham—Federmann*-, és a *Kirpicsev—Guhman*-tételt, és ezekből következően a hasonlóság értelmezését.

b) Az analógia,

c) az invariancia,

d) az úgynevezett méretarányhatás (scale effeckt),

e) és végül a hasonlósági törvények „törvényszerűségének" fogalmát.

3.6.1 A hasonlóság

A hasonlóság első tételét — a *Newton*-tételt — a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

Hasonló jelenségeknek azonos hasonlósági feltételeik vannak.

A hasonlóság második tétele — a *Buckingham—Federmann*-tétel — a következőképpen szól:

Minden esetben felírható egy olyan integrál, amely a differenciálegyenletet alkotó dimenzió nélküli számok függvénye. Tehát: ugyanazok a dimenzió nélküli számok vezethetők le a differenciálegyenletekből vagy az integráljaikból.

A hasonlóság harmadik tételének — a *Kirpicsev—Guhman*-tételnek — a definíciója: A jelenségek akkor és csakis akkor hasonlóak egymáshoz, ha az egymásnak megfelelő összes dimenziómentes szám mint hasonlósági feltétel számértéke azonos.

Vizsgáljuk meg a továbbiakban azt, hogy e három tétel milyen értelmezést kap az invariáns függvény hasonlósági feltételként történő bevezetésekor. Az invariáns függvényt úgy definiáltuk, mint a kérdéses jelenséget egyértelműen leíró, minimális számú dimenziómentes változót tartalmazó összefüggést, amely a kérdéses alapegyenlet (például differenciálegyenlet) dimenzió nélküli alakja. A dimenziómentes változók minimális számát az

$$Sz = n - (k + 1)$$

összefüggés adja meg, ahol

n a folyamatot jellemző dimenziós változók száma,

k a dimenziómatrix rendszáma.

A fentiek szerint definiált invariáns függvényt tekintjük a hasonlóság feltételének. Eszerint a jelenségek akkor hasonlók, ha invariáns függvényük azonos. Így az első, a *Newton*-féle hasonlósági tétel, és a második, a *Buckingham—Federmann*-féle hasonlósági tétel változatlan formában érvényben marad. Sőt a második tételt tekintjük az alapegyenletről az invariáns függvényre történő áttérés, transzformáció hasonlóság-elméleti alapjának.

A hasonlóság harmadik tételének értelmezésében azonban jelentős módosulás jelentkezik. Ugyanis amikor az invariáns függvényt tekintjük a hasonlóság feltételének, ugyanakkor nem írjuk elő azt, hogy a különböző rendszerekben az invariáns függvényt alkotó összes dimenziómentes szám értéke is egyúttal azonos legyen. Hiszen éppen ennek megvalósítása jelenti a klasszikus hasonlóság-elmélet alkalmazásának a fentiekben már részletezett nehézségeit. Így a harmadik tételt a következő módosított, általánosabb alakban írhatjuk:

A jelenségek akkor hasonlóak egymáshoz, ha invariáns függvényük azonos. E definíció a *Kirpicsev—Guhman*-tétel általánosabb formájának tekinthető, hiszen adott esetben az invariáns függvények azonossága mellett az őket alkotó (több vagy minden) dimenziómentes szám azonossága is megvalósítható lehet a különböző rendszerekben lejátszódó folyamatok esetében. Azáltal, hogy a hasonlóság feltételét általánosabb formában definiáltuk,

1. elkerültük a klasszikus hasonlóság-elmélet alkalmazásából adódó ellentmondásokat,
2. bővítettük a hasonlóság-elmélet alkalmazhatóságának lehetőségeit,
3. a gyakorlati kismintakísérletezés számára módszert javasoltunk a kérdéses folyamatok állapot-, illetőleg mozgásegyenletének (alapegyenletének) invariáns függvény formájában hasonlósági feltételként történő alkalmazására.

3.6.2 Az analógia

A továbbiakban vizsgáljuk meg azt, hogy az *analógia* fogalma az invariáns függvény definíciója alapján milyen értelmezést kap. (Jelen esetben az analógián kvantitatív analógiát értünk.)

Mint ismeretes, analóg jelenségeknek nevezzük azokat a folyamatokat, állapotokat, amelyeket leíró matematikai egyenlet vagy egyenletek azonos alakúak, illetőleg azonos alakra hozhatók, és az egyenletekben szereplő jelek, illetőleg azonos alakra hozhatók és az egyenletekben szereplő jelek (a természeti folyamatot jellemző matematikai szimbólumok) fizikai értelmezése — a kezdeti és a határfeltételeket is figyelembe véve — részben vagy egészben egymástól eltérő. Az invariáns függvény definíciója — mint hasonlósági feltétel — az analógia fogalmát új oldalról világítja meg, illetőleg az invariáns függvény alapján értelmezett egymáshoz hasonló folyamatoknak az analóg folyamatokkal való szorosabb kapcsolatára mutat rá. Ez azáltal vált lehetségessé, hogy *mind a hasonló, mind az analóg folyamatokat az állapot-, illetve a mozgásegyenlet alapján definiáljuk.* Tehát egy adott feladatnak a kétféle módszer egyikével, a hasonlóság-elméleten alapuló kismintakísérletezés módszerével, illetőleg az analógia módszerével történő megoldásánál egyaránt a folyamatot leíró alapegyenletet — illetőleg annak dimenzió nélküli alakját — tekintjük feltételi egyenletnek. Első esetben a hasonlóság feltételi egyenletének, a második esetben pedig az analógia feltételi egyenletének. A fentiek alapján az alábbi főbb megállapításokat tehetjük.

1. Az analógia a hasonlóság általános esetének fogható fel. Tehát az invariáns függvénnyel értelmezett hasonlóság az analógiának egy speciális esete, mikor is az alapegyenletben szereplő matematikai jelek fizikai értelmezése a különböző rendszerekben azonos.
2. Az 1. pont alapján az analógia és a hasonlóság nem tekinthető kölcsönösen egymás különleges esetének, mivel az analógia minden esetben az általánosabb fogalom.
3. Az analógiát — az irodalomban is elterjedt kifejezéssel — matematikai hasonlóságnak nevezzük.
4. Egy tetszőleges természeti folyamatot leíró, minimális számú változót tartalmazó alapegyenletet, illetőleg annak dimenzió nélküli alakját a kezdeti

és kerületi feltételekkel együtt a kérdéses folyamat matematikai modelljének tekintjük. E matematikai modell lehet az analógia, azaz a matematikai hasonlóság feltételi egyenlete (ha analóg folyamatok vizsgálatáról van szó), és lehet az invariáns függvénnyel definiált hasonlóság feltételi egyenlete (hasonlósági törvény, kismintatörvény).

5. Az analógián alapuló berendezéseket analóg kismintáknak (illetőleg nagymintáknak), analóg modelleknek, az invariáns függvénnyel definiált hasonló rendszereket pedig egyszerűen kismintáknak nevezzük.

3.6.3 Az invariancia

Tekintettel arra, hogy az általunk definiált egyik lényeges alapfogalom, az invariáns függvény kifejezésében az „invariáns" szó szerepel, amelynek a szakirodalomban is gyakran nem egyértelműen definiált értelmezését találjuk, célszerűnek tartjuk e kifejezésről néhány gondolat megemlítését.

Invariancia alatt — mint ismeretes — legáltalánosabb formában változatlanságot értünk. Hasonlósági értelemben az invariáns fogalom alatt egyrészt dimenzió nélküli hatványszorzatot értünk, másrészt e dimenzió nélküli hatványszorzatoknak azt a tulajdonságát, hogy hasonló rendszerek esetében számértékük állandó. E kétféle meghatározás bizonyos esetekben egymással nem egyeztethető össze, amint erre az alábbiakban rávilágítunk.

Ugyanis az első értelmezés szerint az invariancia azt fejezi ki, hogy egy dimenzió nélküli hatványszorzat esetében a fizikai változók számértékei tetszőleges alapértékrendszer (cm, g, és sec; vagy m, kg, óra stb.) alkalmazásával helyettesíthetők az algebrai kifejezésbe anélkül, hogy a hatványszorzat számértéke megváltoznék. Ebben az értelemben az invariancia fogalom tulajdonképpen a dimenzió nélküli jelleg következménye, illetőleg a dimenzió nélküli jelleggel azonosan értelmezhető.

A második értelmezés ettől lényegileg eltérő: a dimenzió nélküli hatványszorzatok értékei hasonló rendszerek esetében változatlanok. Tehát például olyan — különböző méretekben lejátszódó — áramlási folyamatok esetében, amelyekre a *Froude*-féle kismintatörvény érvényes, az áramlási tér tetszőleges — de a rendszerek egymásnak megfelelő — pontjaiban tetszőleges időpillanatban értelmezhető és számítható *Froude*-számok számértékei azonosak. Az invarianciának ezen értelmezése tulajdonképpen a kismintakísérletezés elméletének az alapja. Lehet ugyanis egy hatványszorzat dimenzió nélküli, de az még nem jelenti azt, hogy számértéke a különböző rendszerek esetében állandó.

Az invariáns függvény szintén dimenzió nélküli kapcsolat, hiszen az dimenziómentes csoportok közt levő összefüggés. Az „invariáns" jelzővel mégis a törvényszerűség invarianciáját kívánom hangsúlyozni, tehát azt, hogy az invariáns függvény hasonló rendszerek esetében azonos. A hasonlóságelméletben az invarianciának ez az értelmezése reprezentál törvényszerűséget.

Adott esetben mindig célszerű az ilyen alapfogalmak értelmezésének a tisztázása a félreértések elkerülése végett. Különösen akkor, ha ugyanazzal az elnevezéssel két vagy több fogalmat jelölünk. Természetesen még egyértelműbb és egyszerűbb a kérdés, ha az eltérő folyamatokat különbözőképpen fejezzük ki. Esetünkben hasonlóság-elméleti szempontból — véleményem szerint — az „invariancia" kifejezést a második értelmezés szerint célszerű alkalmazni, az első értelmezés szerint pedig a „dimenziómentes", „dimenzió nélküli" jelző teljesen kielégítő.

3.6.4 A méretarányhatás (scale effeckt)

Vizsgáljuk meg a továbbiakban azt, hogy az úgynevezett méretarányhatás (scale effeckt) hogyan értelmezhető az invariáns függvény segítségével. A kismintakísérletezésben méretarányhatásnak azt a jelenséget nevezzük, amikor a különböző méretű rendszerekben lejátszódó folyamatokat jellemző valamely geometriai, kinematikai vagy dinamikai stb. jellegű változók bizonyos intervallumában a folyamatok hasonlósága nem valósítható meg. Például egymástól méreteiben túlzottan eltérő rendszerek esetében — azaz ha a hosszak átszámítási tényezője túl nagy — vagy ha a különböző méretű rendszerekben túlzottan eltérő sebességértékek adódnak stb. Természetesen egy adott feladat megoldásánál minden esetben vizsgálat tárgyává kell tenni azt, hogy az adott kisminták alkalmazásával e káros hatást sikerül-e kiküszöbölnünk, illetőleg a kismintákat kell úgy megterveznünk, hogy a méretarányhatás ne jelentkezzen.

Tekintettel arra, hogy az invariáns függvényt alkalmaztuk a hasonlóság feltétele gyanánt, az úgynevezett méretarányhatás fogalmát is ezzel értelmezzük. Eszerint méretarányhatás akkor lép fel, ha az alapegyenlet, illetőleg az invariáns függvény — a folyamatot jellemző valamely geometriai, kinematikai, dinamikai, hőátadási, kémiai stb. jellegű változók vagy a belőlük képezett dimenziómentes számok valamely intervallumában — megváltozik. E módosulást jelentheti újabb változók belépése, illetőleg a régi változók matematikai funkciójának megváltozása. A fenti megállapítások a mennyiségi változások minőségi változást okozó törvényszerűségéből is következtethetők.

Az alapegyenlet, illetőleg az invariáns függvény ezen módosulása a kérdéses folyamatban rejlő törvényszerűség változásában nyilvánul meg, és azáltal, hogy az alapegyenlet dimenzió nélküli alakját tekintjük hasonlósági feltételnek, a hasonlósági leképezésnél, a kisminta-kísérletezésnél is messzemenően figyelembe vesszük a törvény ezen módosulását.

A méretarányhatásnak az invariáns függvénnyel való értelmezése indokolttá teszi azt, hogy e műszaki szakkifejezést —, amely nem teljesen fedi a fogalom lényegét — a továbbiakban „invariáns függvény változás hatás"-nak nevezzük.

3.6.5 A hasonlósági törvények törvényszerűsége

Végezetül a hasonlósági törvények, a kismintatörvények törvényszerűségének kérdését vegyük röviden elemzés alá.

Mindenekelőtt meg kell állapítanunk azt, hogy a klasszikus kismintatörvények — mint a *Froude-*, *Reynolds*-féle stb. hasonlósági törvények — matematikai kifejezési módja (különösen a szinte mechanikus módszernek tekinthető dimenzióanalízis, de még a különböző erők, energiák stb. arányba-állításával történő dimenziómentes számok képzési módszere is) könnyen arra enged következtetni, hogy a hasonlósági törvények nem is tekinthetők valóban törvényeknek.

Az alábbiakban az invariáns függvény fogalmának segítségével igazoljuk azt, hogy a klasszikus kismintatörvények ellentmondásokat nem tartalmaznak, és törvényeknek tekinthetők.

Teljes általánosságban minden matematikai igazolás nélkül is belátható, hogy egy tetszőleges természeti folyamatot egyértelműen leíró állapot-, mozgásegyenlet (alapegyenlet) törvényszerűséget fejez ki, amely a jelenségre érvényes bizonyos határok, feltételek között, ha az összefüggés a jelenség, folyamat vagy az egyes oldalaik, részeik között levő lényegi, szükségszerű, tartós és általános viszonyt fejeznek ki.

Továbbmenően az a tény, hogy az alapegyenletet dimenziómentes alakra hozzuk vagy már eleve dimenzió nélküli alakban írjuk fel, szintén nem változtat a törvényszerűség tartalmán, hiszen ez csupán koordinátatranszformációt jelent. Tehát következik, hogy az általunk definiált invariáns függvény törvénynek tekinthető.

Tanulmányunk 3.5 fejezetében már említettük, hogy a klasszikus kismintatörvényeket az invariáns függvény speciális esetének tekintjük.

Ennek szemléltetése céljából vizsgáljunk egy olyan áramlási folyamatot, amelyet csupán a tehetetlenségi és a nehézségi erők befolyásolnak. A jelenség alapegyenlete a *Navier—Stokes*-törvény (illetőleg a *Bernoulli*-törvény) speciális alakja, amelyben e két erőhatás (illetőleg energia) szerepel, s jelen esetben a nyomóerő, surlódási erő értéke nulla. Így jutunk a $dv/dt = g$ összefüggésre, amiből a $dv/dt \sim v/t$ hasonlósági transzformációval, a számláló és a nevező l-el történő szorzása után a $v^2/gl = Fr$ számhoz jutunk (ahol a $\sim$ jel arányosságot jelent). Ilyen értelemben a *Froude*-szám a *Navier—Stokes*-törvény speciális alakja. Következésképpen szintén törvénynek tekinthető, csupán nem annyira általánosítható, mint az eredeti törvényszerűség. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a *Froude*-szám nem törvény bizonyos kezdeti és kerületi feltételek között. A *Froude*-törvény — és a többi klasszikus kismintatörvény is — ellentmondástól mentes hasonlósági törvény. Tehát véleményünk szerint helytelen a kismintatörvények ellentmondásairól beszélni. *Ellentmondásokhoz csupán akkor jutunk, amikor a kismintatörvényeket érvényességi tartományuk határán kívül alkalmazzuk.* Ez viszont semmiképpen sem írható a törvényszerűség rovására.

Ugyanezen kérdés további megvilágítása céljából tekintsük a légüres térben történő szabadesés jelenségét. A megtett út és a sebesség kapcsolatát az egyszerű $v = \sqrt{2gl}$ függvény adja meg. Ez bizonyos feltételek mellett (légüres tér, a föld nehézségi erőterében) kétségkívül törvényszerűséget fejez ki. Mint fentebb említettük, a törvény jellege dimenzió nélküli alakban is változatlan: tehát a $v^2/gl = 2 = Fr$ szintén törvény kell, hogy legyen. Ezúttal tehát az alapegyenlet a $v = \sqrt{2gl} = \sqrt{\mathrm{Fr}.gl}$ összefüggés, az invariáns függvény pedig a *Froude*-számra egyszerűsödik.

Ezen egyszerű példa még további gondolatokat vet fel:

1. *Egy tetszőleges természeti folyamatot leíró összefüggést célszerű minden esetben dimenziómentes alakban is felírni, mivel így általánosabb összefüggésekhez jutunk.* Hiszen a dimenziómentes függvény minden egymáshoz hasonló folyamatra érvényes. Példánk esetében: a $v = \sqrt{2gl}$ összefüggés helyett általánosabban azt írhatjuk, hogy $v^2/gl = 2$, vagy azt mondjuk, hogy $Fr = 2$. Ezáltal ugyanazt a függvénykapcsolatot is kifejezzük — sőt általánosabb formában —, mivel a formát hasonlósági tartalommal is megtöltöttük.

2. Egy tetszőleges természeti folyamatot leíró összefüggés dimenzió nélküli állandóit — mint példánk esetében a 2-es számot — *hasonlósági állandóknak* foghatjuk fel.

3. A hasonlóság fogalmának az invariáns függvénnyel történő értelmezésével *a hasonlósági törvények körét kibővítettük* a klasszikus kismintatörvények szerepének rovására. Eszerint a hasonlósági törvények száma végtelen, és e törvényseregnek egy hagyományos kismintatörvény csupán egyetlen tagja. Legfeljebb a műszaki gyakorlat, az alkalmazás gyakorisága emel ki néhányat, amelyeknek nagyobb jelentőséget tulajdoníthatunk.

3.7 Differenciálegyenletek megoldása a hasonlóság-elmélet segítségével

A hasonlóság-elméletet sok esetben célszerűen alkalmazhatjuk differenciálegyenletek megoldására is.[29] E módszernek nagy jelentősége lehet, mivel a matematika egzakt módszereivel nem mindig boldogulunk. Például a *Navier—Stokes*-differenciálegyenletet csupán a legegyszerűbb kezdeti és kerületi feltételek mellett tudjuk integrálással megoldani. Bonyolultabb esetekben azonban, különösen ha a kérdéses folyamatot egyidejűleg több differenciálegyenlet írja le, a hasonlósági módszer eredményes lehet. Megjegyezzük, hogy ily módon nem jutunk az egyenletek precíz megoldásához, de amint az alábbi példákból kitűnik, az eredmények több szempontból is értékesek lehetnek.

Első példánk — a tömeg- (a koncentráció-), a hő- és az impulzus-megmaradás tételei érvényességének figyelembevételével — az időben állandósult, stacionárius áramlás problémáját említjük.

$$
\begin{aligned}
&\operatorname{div}\,(cv) - \operatorname{div}\,(D.\operatorname{grad} c) = \pm\,\nu r,\\
&\operatorname{div}\,(\varrho\, c_p T v) - \operatorname{div}\,(\lambda.\operatorname{grad} T) = \pm\,\nu r \Delta H,\\
&\operatorname{Div}\,\{\varrho\, vv\} - \operatorname{Div}\,\{\eta \operatorname{Grad} v\} = \pm \operatorname{grad} p,
\end{aligned}
$$

ahol c = koncentráció,
c_p = fajhő állandó nyomáson,
D = diffúziós állandó,
v = jellemző sebesség,
ϱ = sűrűség,
p = nyomás,
λ = hővezetőképesség,
ν = sztöchiometriai együttható,
T = hőmérséklet,
ΔH = reakcióhő.

A vonatkozó egyenletrendszer megoldását először *Damköhler* végezte el a hasonlóság-elmélet segítségével. (Lásd: *Doležalik* id. mű.) A div és grad differenciáloperátorok helyébe beírva a jellemző hosszúság reciprokát, és az egyenleteket egyik tagjukkal végigosztva, az egyenletekből öt hasonlósági kritérium vezethető le:

$$
Da_{\mathrm{I}} = \frac{\nu rl}{cv};\quad Da_{\mathrm{II}} = \frac{\nu rl^2}{Dc};\quad Da_{\mathrm{III}} = \frac{\Delta Hrl}{c_{p\varrho} v \Delta T};\quad Da_{\mathrm{IV}} = \frac{\Delta Hrl^2}{\lambda \Delta T};\quad Re = \frac{\varrho vl}{\eta},
$$

[29] László Antal: Differenciálegyenletek megoldása a hasonlóság-elmélet segítségével. Magyar Kémikusok Lapja, 1961. 4.

ahol l = jellemző hosszúság,

Da_{I}, Da_{II}, Da_{III}, Da_{IV} a *Damköhler*-ről elnevezett dimenzió nélküli számok,

Re = a *Reynolds*-szám.

A hasonlósági transzformációval az egyenletrendszerből levezethetők a folyamatra jellemző dimenzió nélküli változók, a közöttük levő matematikai kapcsolat empirikus úton már egyszerűbben meghatározható. További előnye e módszernek az, hogy ily módon a dimenziómentes változók fizikai, kémiai stb. tartalma érthetőbbé válik. Megjegyezzük, hogy *Benedek Pál* és *László Antal* csoportelméleti alapon igazolták, hogy az öt dimenziómentes csoportból elegendő egyidejűleg vagy a Da_{I}, Da_{III} és a Re, vagy a Da_{II}, Da_{IV} és a Re számokat figyelembe venni, amelyek a rendszer egyenértékű bázisrendszerét alkotják.

A második példa kapcsán bemutatjuk, hogy a differenciál-egyenletek megoldásának tekinthető hasonlósági módszerrel gyakran fontos *természeti törvény megismerésére* juthatunk.[30]

Ismeretes, hogy a bolygómozgást az alábbi differenciál-egyenlet írja le polárkoordinátákban:

$$m\left[\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} - r\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right] = \gamma\frac{Mm}{r^2}$$

$$m\left[r\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right] = 0,$$

ahol M = (pl) a Nap tömege,
m = valamely (a naprendszerhez tartozó) bolygó tömege,
γ = gravitációs állandó,
t = idő,
r = az M és m tömeg egymástól való távolsága,
φ = két sugár által bezárt szög.

A hasonlóság-elmélet alapján az elemi mennyiségeket véges mennyiségekké transzformálva az egyenletrendszerből két dimenzió nélküli csoportot kapunk:

$$\pi_1 = \gamma M \frac{t^2}{r^3},$$

$$\pi_2 = \varphi.$$

A π_1 dimenzió nélküli szám a bolygómozgás egyik alaptörvényét rejti magába. Ugyanis ha

$$\lambda_\gamma = \lambda_M = \lambda_{\pi_1} = 1 \text{ (mivel azonos naprendszerről van szó)},$$

$$\text{akkor } \lambda_t^2 = \lambda_r^3,$$

$$\text{illetve } \frac{t'^2}{t''^2} = \frac{r'^3}{r''^3}.$$

Ezen egyenlet *Kepler* bolygómozgásra vonatkozó harmadik törvénye.

[30] Fáy Gy. — Zselev B.: A fizikai hasonlóságelmélet koncepciójáról. Fizikai Szemle, 1963. 9—11. sz.

4. *Matematikai modellek*

A matematikai kapcsolatok az anyagi világ jelenségeinek sajátos tükörképei, és ilyen vonatkozásban — a legáltalánosabb modellalkotás értelmében — *a matematika egyenletei modelleknek tekinthetők.*

A fentiekben tett megállapításokból kitűnik, hogy a kvantitatíve determinált modellek — mind az analóg, mind a hasonlósági modellek — alapja bizonyos matematikai összefüggések fennállása. E matematikai kapcsolatok — többnyire differenciálegyenletek formájában — az analógia és a hasonlóság kritériumos egyenleteinek tekinthetők.

A matematikai modellek jellegüknél fogva lényegesen *absztraktabbak*nak tekinthetők, mint például a fizikai modellek. De ebből az is következik, hogy *általánosabb,* átfogóbb tulajdonsággal rendelkeznek. A természeti jelenségek szélesebb körét jellemezheti, illetőleg definiálhatja kvantitatíve egy-egy általános összefüggés. *Lenin* a Materializmus és empíriokriticizmus című művében ezt a következőképpen fogalmazta meg:[31] „A természet egysége a jelenségek különböző területeire vonatkozó differenciálegyenletek 'meglepő analógiájában' nyilvánul meg". *Lenin*nek ez a megállapítása tekinthető az analógia és a hasonlóság ismeretelméleti alapjának.

Említettük, hogy a matematikai modellek a kérdéses jelenségnek csupán bizonyos oldalát tükrözik hűen, amiből az következik, hogy a jelenség és a matematikai tükörképe közti megfelelőség csupán bizonyos határokon belül közelítéssel áll fenn. Az eltérés a jelenség és a matematikai modell között az alábbiakban nyilvánul meg:

A matematikai formát, a modellt absztrakció útján alkotjuk meg, miközben a jelenség lényeges tulajdonságait kiemeljük, figyelembe vesszük, az adott esetnek megfelelő lényegtelen oldalakat pedig elhanyagoljuk. A jelenségek és matematikai modelljeik között fennálló eltérések általában ez az absztrakció, idealizálás a legjelentősebb oka. Továbbmenően: a matematikai egyenletek mindig tartalmaznak mérésekből származó mennyiségeket (különösen vonatkozik ez az empirikus összefüggésekre), mikor is a mérésekből, a megfigyelésekből származó hibák is hozzájárulnak az említett eltéréshez. Végül a matematikai egyenletek megoldásai is közelítő jellegűek.

Az említett szempontok fokozott kiküszöbölésével természetesen egyre adekvátabb modellek alkothatók. Sok esetben azonban — például az absztrakció fokának csökkentésével — erősen komplikált összefüggésekhez jutunk, amelyeknek gyakorlati alkalmazása nehézkesebb.

Az eddigiekben tett megállapításokból önként adódik egy, különösen a természetfilozófiában sokat vitatott kérdés. Lehetséges-e az anyagi világ összes jelenségei mennyiségi viszonyainak visszavezetése egyetlen, a legáltalánosabb matematikai összefüggésre? Mert ha ez lehetséges, akkor ezen egyenletet tekinthetnénk a világ matematikai modelljének. E kérdést már több alkalommal felvetették, különösen elméleti fizikai vonatkozásban, de mint analógiai problémát tudomásunk szerint nem vizsgálták. Pedig e kérdés az analógiával kapcsolatban világítható meg leginkább. Ugyanis *ha a jelenségek az összes mozgásformáikkal leírhatók lennének egyetlen általános matematikai összefüggéssel, akkor minden jelenség egymással analóg, illetőleg egymáshoz*

[31] Lenin, V. I.: Materializmus és empíriokriticizmus. Művei 14. köt. 299 o. Szikra, 1954.

hasonló lenne. (Ha az összefüggésben szereplő szimbólumok jelentése két vagy több jelenségre vonatkoztatva részben vagy egészben eltérő, akkor analógiáról beszélünk, ha pedig azonos, akkor hasonló folyamatokról van szó.) Ennek pedig ellentmond a világ jelenségeinek sokrétűsége, kimeríthetetlensége és ellentmondásossága. Ezért egy „világ-formula", „világ-modell" felállítása természetfilozófiai meggondolások alapján sem lehetséges. Sőt a klasszikus fizikának olyan diszciplínái, mint a mechanika és a termodinamika — amelyek a világ jelenségeinek, mozgásformáinak csupán kis részletét képezik —, sem vezethetők vissza egyetlen axiómarendszerre, illetőleg e tudományágak törvényei nem származtathatók le egyetlen közös, általánosabb összefüggésből.

*

Befejezésül megjegyezzük, hogy tanulmányunk természetesen nem kíván fellépni a teljesség igényével, hiszen a modellalkotás, az analógia, a hasonlóság kategóriái még számtalan fel sem vetett problémát tartalmaznak. Cikkünk egyes részletei nyilván kívánnivalót hagynak maguk után, különösen filozófiai vonatkozásban. Mégis célszerűnek tartottuk a felvetett téma rendszerezését, összefoglalását, ami kiindulásul szolgálhat a további kutatásokhoz.

СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ КАК МЕТОД НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Имре Хорват

Работа посвящена наиболее общим проблемам создания моделей как метода научного исследования.

1. В работе дается определение категорий «модели» и «создания модели». Модели классифицируются, с одной стороны, на основании форм движения, с другой стороны, соответственно природе соотнесенных вещей, явлений.

2. Дефинируются понятия аналогии и аналогических моделей. Дается классификация аналогий с учетом принципиальных и практических моментов. Рассматривается вопрос практического применения аналогий. Далее анализируется аналогическое умозаключение как метод научного исследования.

3. Дефинируются понятия подобия и моделей, создаваемых на основании подобия, затем классифицируются проблемы подобия соответственно формам движения. Излагаются проблемы подобия соответственно формам движения. Излагаются противоречия, возникающие при применении классической теории подобия, а также методы их разрешения с помощью инвариантной зависимости.

4. Заключительная часть статьи посвящена математическим моделям.

MODEL FORMATION AS A METHOD OF SCIENTIFIC RESEARCH

by *Imre Horváth*

The study briefly treats model formation as a method of general scientific research. In this attempt:

1. It defines the categories of models and model formation. It classifies the models partly on the basis of types of motion and partly through the nature of related objects and phenomena.

2. It defines analogy and the concept of analogous models. The analogies are classed according to their theoretical and practical aspects. The practical application of analogies are treated and then the analogue ratiocination is analyzed as a method of scientific research.

3. It defines the concepts of similarity and similarity models and then the concepts are classified according to the forms of motion. The contradictions due to the use of its classical theory are elaborated and the method of solving them through the aid of invariant functions are explained.

4. The study is concluded by a treatment of mathematical models.