

Tompa Klára

A 8. osztályosok matematikai teljesítménye

Milyen matematikatudást mértünk 1995-ben?

A matematika mint eszköztudás

Az 1995. évi országos matematikavizsgálat, minthogy nem az első ilyen, a felmért tudás tekintetében igazodik a korábbi vizsgálatok hagyományaihoz, céljaihoz.¹

A 70-es évek végén, a 80-as évek elején a pedagógiai szakirodalomban a tudás, az ismeretek taxonómikus leírásában az a megközelítés kapott hangsúlyt, amely erős különbséget tett a tartalomtudás és az eszköztudás között (Joó A. – Kádárné Fülöp J., 1977; Joó A., 1979). Joó András (1979) tanulmánya egyértelműen jelzi, hogy ennek a megkülönböztetésnek elsősorban a *tanítási-tanulási folyamat* tervezésében, a folyamat szabályozásában van jelentősége. Tanulás-lélektani szempontból három alapvető részre osztja a folyamatot: az elsőt az eszköztudás szakaszának, a másodikat a tartalomtudás szakaszának, a harmadikat pedig stabilizáció-eszköz szakaszának nevezi. Ezzel jelzi azt, hogy milyen jellegű ismeretek halmozódnak fel elsősorban a tanulási idő és folyamat egyes periódusaiban. A tanulmány alapján a legáltalánosabb meghatározásban a „*tartalomtudás*: konkrét információk, ismeretek megléte, az *eszköztudás*: információk megszerzésének a képességére vonatkozik”.

Az 1986-os első monitorfelmérés szervezői és vezetői mind a kutatási dokumentumokban, mind pedig az 1989-es beszámolóban (Hajdú S., 1989; Vári, 1989) a tanulói teljesítmények mérésével, a matematikai műveltség sajátosságaival kapcsolatosan már az *eszköztudás* fogalmát használják. A definíció értelmében, amelyet Joó András adott, a *tudásmérés gyakorlatában* az eszköztudás és tartalomtudás ilyen szigorú szétválasztása és megkülönböztetése kissé nehézkes. Azok a feladatok, teszttémek, amelyek a tanulói tudást térképezik fel, szükségképpen rákérdeznek konkrét információkra, adatokra, tényekre, ismeretekre, ugyanakkor az adatok, információk kezelésének tudása is megmutatkozik a jól vagy rosszul megoldott teszttémeken keresztül. Ebből a szempontból tehát nem is igen lehet szigorúan megkülönböztetni az egyes teszttémeket, bár kétséggkívül érzékelhető, hogy az egyiknek eszközdominanciája, egy másiknak pedig tartalom-dominanciája van. Az eszköztudás fogalma e nehézség ellenére is elterjedt és a mai napig használatos, bár a felmérések kapcsán a *matematikai eszköztudás* kissé más értelmezést kapott, mint amit a Joó András által használt definíció szigorú értelemben tükröz.

Hajdú Sándor értelmezése szerint: „Az általános iskolát végző tanulók matematikai eszköztudásához azokat az alapvető ismereteket és képességeket soroltuk, amelyekre a középfokú matematikaoktatás és a matematikát eszközként alkalmazó tantárgyak (a fizika, a kémia és egyes szakmai tantárgyak, mint például a

¹ A Monitor '93 vizsgálatról szóló tanulmányokat lásd: Új Pedagógiai Szemle, 1994. 7–8. sz. 93–129. o.

statisztika) építenek. Az eszköztudás lényeges összetevőjét alkotják azok az ismeretek, amelyekkel a középfokú oktatás már nem foglalkozik (például a százalékszámítás), de a mindennapi élet matematikai jellegű problémáinak a megoldásához nélkülözhetetlenek. Az eszköztudás szükséges a matematikai műveltség elsajátításához, de nem azonos a matematikai műveltséggel..." (Hajdú S., 1989).

A későbbi Monitor-vizsgálatokban már természetesnek adódott ennek az értelmezésnek az átvétele és továbbvitele, hiszen a vizsgálatok folytonossága, az összehasonlíthatóság követelménye ezt szükségessé is teszi. Az 1995-ös felfogás szerint az eszköztudás értelmezése tovább alakult, kissé kibővült: „A matematikavizsgálatokban azt a célt tartottuk és tartjuk ma is szem előtt, hogy a matematikai tudásnak a mindenki számára egyformán fontos részét elemezzük. Ezek a tanulási, gondolkodási képességek fejlesztéséhez járulnak hozzá, más tantárgyak (elsősorban a természettudományos tantárgyak)-elsajátításában is nélkülözhetetlenek, ezenkívül a mindennapi életben való boldoguláshoz, az önálló életvitelhez szükségesek. Ilyenek például a számtani műveletek biztonságos ismerete, a mennyiségek közötti kapcsolatok felderítése, az adatok olvasása, ábrázolása, értelmezése grafikonról, mértékek, mérési eljárások ismerete, a következtetéssel, arányokkal, százalékszámítással megoldható egyszerű szöveges problémák stb. A Monitor-vizsgálatok tehát hagyományosan az eszköztudás felmérésére irányulnak.” (Tompa, 1996).

A matematikavizsgálat és a matematika-tanterv

Az eszköztudásról elmondottakból egyértelműen következik, hogy a Monitor-vizsgálatoknak nem céljuk az, hogy az aktuális tanterv teljes körű megvalósulását térképezzék fel, viszont segítségükkel szeretnénk megtudni és a tanügynek visszajelezni azt, hogy az egyes életkori szakaszokban az elvárható eszköztudásnak (tehát a tantervekben előírányzottnál kevesebbnek), a mindenki számára lényeges ismereteknek a tanulók mennyire vannak birtokában. A periodikusan megismételt felmérések által jelezni tudjuk azt, hogy bizonyos időintervallumokban hogyan változik ez a tudás.

Azt nyomatékosan elmondhatjuk, hogy az eddigi felmérések időpontjaiban az eszköztudáshoz sorolható matematikai ismeretek minden vizsgált életkorban az aktuálisan ismert vagy feltételezhető tanterv részét képezték, és várhatóan a jövőben is a NAT és a helyi tantervek részét képezik majd. (Egyes populációk esetén ez kiegészült néhány – a tantervben valószínűleg nem lefedett, de logikai úton kikövetkeztethető – feladattal.)

Az 1995. évi felmérés tantervi háttéréről azonban néhány dolgot bővebben el kell mondani. Az 1994–95-ös és az azt megelőző tanévekben a matematikaoktatás igen nagy valószínűséggel nem tudott a jóval korábbi évek hagyományainak megfelelően egy egységes alapon nyugvó, általánosan ismert tantervi bázisra építeni. A tanügyben, s így a matematika oktatásában is egyszerre sokféle változás történt az elmúlt évtizedben. Ezek a változások az iskolákban ténylegesen „megvalósuló tantervekre”, s ezáltal a gyerekek tudására is hatást gyakoroltak. Amint az köztudott, már 1985 előtt megkezdődött az iskolák szerkezetváltása (hat- és nyolcosztályos gimnáziumok), amit az 1993-as oktatási törvény legitimált (1993. évi LXXIX. törvény a közoktatásról). 1990 után megindult a tankönyvellátás piaci alapokra helyezése (2004/1991. sz. kormányhatározat). A tankönyvi verseny sokféle matematika-tankönyvet produkált, ma már egy-egy korosztály számára három-négy, sőt többféle is elérhető. Az első változatában 1978-ban bevezetett, 1986-ban korrekció

alá vetett tanterv már csak nyomokban számított az iskolákban tantervi alapnak (főszerk.: *Szebenyi P.*, 1981). Sok helyütt önállóan fejlesztett vagy más iskolából átvett „helyi” tanterveket vezettek be. Ezek legtöbbje valószínűsíthetően figyelembe vette a fejlesztés alatt álló, több változatban is a nyilvánosság elé került, de 1995 elején még el nem fogadott új Nemzeti alaptanterv koncepcióját és követelményeit. Másutt a választott tankönyv pótolta a „tantervet” is, ezért a követelmények csak implicit formában tudatosultak. A sokféle változás következtében tehát a Monitor '95 olyan pillanatban mérte a tanulók matematikatudását, amikor elbizonytalanodott, nehezen feltérképezhető tantervi háttér állt a matematikaoktatás mögött. Ez a tényező a mérőeszközök megalkotásakor természetesen nehézséget okozott. A teszttípusok kiválasztásakor egy, a matematikaoktatásunk hagyományaira épülő „általánosan feltételezhető tanterv” adta a tartalmi kereteket.

Mivel mértük a matematikatudást?

A matematikai tesztfüzetek összeállítása: elvi szempontok

A Monitor '95 matematikai mérőeszközeit is, mint minden tudásszintmérés eszközt, igen sok szempont és tényező megfontolása után állítottuk össze. Az első és legfontosabb szempont a mérés céljának megfogalmazása volt. Eszerint a tanulmányi teljesítmények mérésének célja, funkciója sokféle lehet:

- visszajelzés a tanuló és a tanár számára (ez a tanulási-tanítási folyamat irányítását segíti elő),
- szelektálás (például a felvételi tesztek, vizsgák),
- viszonyítás előre megadott standardhoz,
- összehasonlítás (időbeli változások, más országok tanulóinak teljesítményeihez) stb.

A Monitor-vizsgálatok alapvető célja az, hogy a hazai oktatáspolitikai, a tantérfejlesztés, a tantárgypedagógia és a társadalom számára időről időre visszajelzést adjon arról, hogy az iskolaszervezet és az életkori sajátosságok szempontjából kiválasztott jellemző tanulói populációk kívánatos eszköztudása a kívánatoshoz képest milyen színvonalú, és hogyan változik a társadalmi, politikai, gazdasági és a tanügyi változások függvényében.

A mérés céljából vezethető le a mérőeszközök megválasztását befolyásoló többi szempont is. Az a tény, hogy a Monitor-mérés nem a tanulónak, és nem a tanárnak szóló fejlesztő szándékú visszajelzés, azzal a következménnyel jár, hogy a mérőeszköz nem olyan, amely a tanítási folyamatot közvetlenül befolyásolná. Tehát nem csak a felmérés időpontjához legközelebbi időszakban tanított tartalmakat fedi le. A Monitor '95 matematikatesztjeire jellemző az alkalmazott itemek, feladatok vegyessége, változatossága, sokszínűsége és bizonyos szintű tematikus teljesség. A feladatok tartalmának megválasztását más, tanulás-lélektani szempontból fontos tényezők is befolyásolják, amelyek azzal is kapcsolatosak, hogy a tanév mely időpontjában történik a mérés. Az adott korosztály ismereteinek vizsgálatát szolgáló itemek a már szilárdan elvárható és nem a fogalomalkítás, ismeretkiépítés kezdeti stádiumában lévő ismeretelemeket mérik, és nem azokat a régivel ütköző új ismereteket, amelyeknél a tanulási folyamatban általában bekövetkező természetes visszaesés is regisztrálható.

A mérésnek az a célkitűzése, hogy teljes populációk tudásáról adjon visszajelzést, azt vonja maga után, hogy viszonylag nagyszámú, reprezentatív tanulói

minta vesz részt a felmérésben. Ez pedig azt követeli, hogy a mérőeszköz gyorsan és viszonylag objektíven értékelhető legyen. Ezzel az előnnyel az ún. zárt végű kérdéseket tartalmazó feleletválasztásos itemek, illetve a pontosan körülhatárolható egy-két szavas válaszokat elváró, általában egy-két számolási eredményt kívánó válaszkiegészítéses itemek rendelkeznek. Az ilyen típusú itemek a gondolkodási folyamat feltárására, illetve a kreativitás mérésére csak igen korlátozott módon alkalmasak. A Monitor-mérésnek azonban, mint azt már az előzőekben vázoltuk, nem is ez a célja.

A matematikafelmérés olyan tesztfüzetekkel való munkát, azok feladatainak megoldását kívánta a tanulóktól, amelyekben szövegesen és képi elemekkel megfogalmazott, a matematikaoktatásban megszokott szimbólumokat tartalmazó, elsősorban négy-öt válaszalternatívát felkínáló feleletválasztásos feladatok és rövid választ igénylő válaszkiegészítéses feladatok voltak. Az a tény, hogy a feleletválasztásos itemekben a különféle válaszok meg vannak fogalmazva, és csak ki kell választani belőlük a jót, illetve adott esetben éppen a hibásat, azt is jelentette, hogy a tanórán szokásos dolgozatokban szereplő feladatok számánál lényegesen többet (40 körüli itemet) tartalmazhatott az egy tanórányi időtartamra bemért teszt. A tesztfüzetek minden egyes feladatának helyes megoldása egy-egy pontot jelentett, rossz válasz esetén pedig nem járt pont. A tesztfüzetek összeállítása és a feladatok megfogalmazása (az érvényes beméréseken túl) is körültekintő tervezést igényel. A feladatok szövegezése nem lehet szokatlan, meghökkentő, az iskolai gyakorlatban előfordulókat némileg követnie kell. A tesztet a 7. osztályosok is megoldották, ez némi összehasonlításra ad lehetőséget.

A matematikatesztek két dimenziója

A tesztek összeállításakor az eszköztudás minél teljesebb feltárása érdekében az itemeket minden életkori csoportnál két dimenzió szerint válogattuk. Az egyik a *matematikai tartalom*, a másik a feladatmegoldás során elvárt *gondolkodási művelet*. A matematikai tartalom meghatározásakor a korábbi tantervek és a korábbi Monitor-mérések témaköreit alkalmaztuk, így a *számтан, algebra, függvények, geometria, mérés és az egyéb megnevezést* használtuk. A gondolkodási műveletek tekintetében a szakirodalom többféle hierarchikus megközelítést is ismer. Ezek között például a Bloom-féle taxonómia (Bloom, 1956) általános megközelítés. Skemp felosztása a matematikai fogalomalkotásról (Skemp, 1975) és az IEA-vizsgálatokban alkalmazott felosztás is tantárgyspecifikus (IAEP, 1991). A hazai matematikaoktatás számára a 70-es években készített oktatócsomagok fejlesztése során is alkalmaztunk tantárgyspecifikus műveleti hierarchiát (Tompa, 1980). E hierarchikus rendszerek azonban elég sok elemet tartalmaznak, a vizsgálat céljaihoz képest túl részletesek, és úgy teljesebbek, koherensek, hogy a kreativitást és a mélyebb problémamegoldást is magukban foglalják. A Monitor-vizsgálat behatároltsága és a mérőeszközünkben szereplő itemek számának korlátozottsága nem teszi lehetővé, hogy nagyon részletes felosztást alkalmazzunk. A vizsgálatot a Harmadik Nemzetközi Matematika- és Természettudományi Vizsgálattal (TIMSS) egy időben végeztük, ennek megfelelően a hazai vizsgálatra fordított időkeret csak fele annyi volt, és a tesztitemek száma is kevesebb volt, mint az olvasásvizsgálatban. E tény és a korábbi mérések hagyományai miatt az 1995. évi mérésben az IEA felosztásával rokon felosztást alkalmaztuk. Eszerint a műveleti dimenzió négy hierarchikus rétege: az *ismeretmegértés, a direkt rutineljárás, a rutineljárásra*

vezető szöveges és a problémalátás, problémamegoldás. Mind a tartalmi, mind a műveleti dimenziók szerint arányos válogatásra törekedtünk, hiszen a korábbiakban mondottak szerint célunk a viszonylag teljes eszköztudás felmérése, és így a tartalmi és műveleti sokrétőséget biztosítva kaphatunk csak megfelelő képet.

Tesztítemek a matematikai tartalom szerint

Számтан, aritmetika: Ebbe a kategóriába értendők azok a feladatok, amelyek a számokkal és a számtani műveletekkel (számarányok, százalékszámítás is) kapcsolatos ismereteket, eljárásokat mérik fel. (Például százalék kifejezése tizedestört alakban, mekkora részt jelöl az ábra, mekkora az arányuk, átlagos hőmérséklet kiszámítása, szöveges környezetben valamilyen konkrét dolog konkrét százaléknak meghatározása, mely műveletsor adja a helyes megoldást, nagy számok, illetve törtszámok helye a számegyenesen, műveletek törtekkel stb.)

Algebra: Ezek a feladatok fedik le az algebrai kifejezések, egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenség-rendszerek témakörét. (Például algebrai kifejezés értékének meghatározása behelyettesítéssel, melyik megoldási terv vezet a szöveges probléma megoldásához, egyenlettel vagy következtetéssel megoldható szöveges feladat, egyenlőtlenség megoldása stb.)

Függvények: Ebbe a kategóriába tartoznak a mennyiségek közti kapcsolatokkal, a sorozatokkal, az adatok ábrázolásával és olvasásával foglalkozó feladatok. (Például mozgást ábrázoló grafikon olvasása, grafikonok összehasonlítása, pont elhelyezése koordináta-rendszerben, táblázatba rendezett adatokból következtetés lehetséges függvénykapcsolatra, adatábrázolás figurális grafikonon, gyakoriságok ábrázolása, összehasonlítása oszlopdiagramon stb.)

Mérés: A mértékegységek értését, átváltását, a velük való számításokat, a geometriai alakzatokra vonatkozó számításokat, valamint mindezekre vonatkozó becsléseket értékeli ez a kategória. (Például kerület- és területszámítás, térképről a valódi távolság meghatározása méretarány alapján stb.)

Geometria: A síkbeli és a térbeli alakzatok tulajdonságaira, mozgásokra, transzformációkra vonatkozó feladatok értendők ide. (Például háromszög külső szögének meghatározása adatokból, testhálóból test rekonstruálása, elképzelése belső térszemlélet alapján, a legrövidebb út és legrövidebb távolság meghatározása, alakzat és transzformáltjának felismerése stb.)

Egyéb: Logikai, valószínűségszámítási feladatok (Például melyik dobozból válassz, hogy a legnagyobb eséllyel teljesüljön bizonyos feltétel stb.)

1. táblázat — A tesztítemek megoszlása a tartalmi dimenzió szerint

	Számтан	Algebra	Függvény	Mérés	Geometria	Egyéb	Összes
db	12	7	8	7	7	3	44
%-ban	27	16	18	16	16	7	100

Tesztitemek a gondolkodási műveletek szerint

Ismeret: Ezzel a kategóriával azokat a feladatokat jelöljük, amelyek egy-egy fogalom ismeretét, megértését, a fogalmak biztos kezelését igénylik. (Például százalék kifejezése tizedestört alakban, pont ábrázolása a koordináták alapján, hossz mérték átváltása stb.)

Direkt rutinjeljárás: A kérésre, utasításra elvégzendő konkrét rutinműveletek elvégzését, hibás eredmény megtalálását igénylik az ebbe a kategóriába tartozó feladatok. (Például alakzat pont körüli elforgatása adott irányban, adott szöggel, algebrai kifejezés értékének meghatározása behelyettesítéssel, egyenlőtlenség megoldása stb.)

Rutinjeljárásra vezető szöveges feladatok: Ebbe a kategóriába azokat a szöveges feladatokat soroljuk, amelyekben a tanulók teendője a szövegek megértése alapján az egyszerű műveletek felidézése vagy felismerése és elvégzése. (Például szövegben megmondott feltételeknek eleget tevő grafikon megkeresése, összehasonlítása és adatok olvasása, egy-két számolási művelet – osztás, arány megkeresése stb. – alkalmazásával megoldható szöveges feladat, több feltételt teljesítő entitás megkeresése adott dolgok közül.)

Probléma: Ez a kategória öleli fel azokat a feladatokat, amelyek a problémalátást, a több különböző ismeret együttes felidézését és különböző műveletek elvégzését, matematikai modellek felismerését és alkalmazását igénylik a problémamegoldás során. (Például cm-ben mérhető kicsinyített térkép vázlat alapján valódi távolság meghatározása km-ben: ez mérést, arány alapján végzett átszámítást és mértékváltást is igényel, két állítás egyszerre teljesülése, igaz hamis voltának megállapítása, szimmetrikus trapéz területének kiszámítása három adatból: itt egy közbülső adat kiszámítása is szükséges, valószínűségi érzék meglétét feltételező feladat: ez azért probléma kategóriába tartozó, mert nem tananyag, test mentális rekonstruálása nézeti képek alapján stb.)

2. táblázat — A tesztitemek megoszlása a gondolkodási műveletek szerint

	Ismeret	Direkt rutin	Rutin szöv.	Probléma	Összes
db	9	5	14	16	44
%-ban	20	11	32	37	100

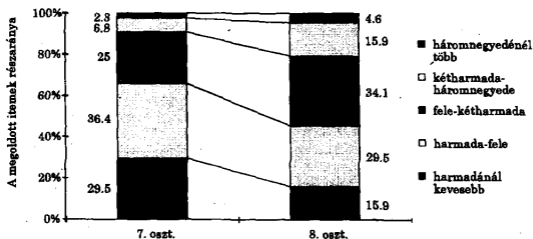
3. táblázat — Az itemek megoszlása a kérdéstípus szerint

Az item típusa	darabszám	%-os arány
feleletválasztásos	43	97,7
rövid, szabad válaszok	1	2,3
Összesen	44	100,0

A teszt nehézsége, fő paraméterei

A teszt nehézségét a szakértői becslés és a teljesítmények szembesítése alapján állapíthatjuk meg. A szakértői vélemény szerint a tesztfüzet mindkét korosztály számára a témaköröket és a feladatok mélységét tekintve is a minimumszintet vizsgálta, kivételt csak a térlátásra vonatkozó feladatok jelentettek. A teszt a valószínű tantervekre és a hagyományokra építő elvárások alapján nem számítható nehéznek, a benne lévő itemek közül három nehéz, hét megfelelő és 34 könnyű minősítést kapott.

1. ábra — A matematikatesztek megoldottsága



Az 1. ábráról leolvasható, hogy a teszt a 7. osztályosok számára volt nehezebb. Az ábra olvasásához induljunk ki abból, hogy minden tesztitemet megoldott bizonyos számú tanuló. Olvassuk az oszloprészeket alulról felfelé. Azt láthatjuk, hogy a hetedikeseknél lényegesen több azoknak az itemeknek a részaránya a teljes teszten, amelyeket a tanulók alacsonyabb arányokban oldottak meg, mint a nyolcadikosoknál. Például 29,5%-nyi azoknak az itemeknek a részaránya, amelyeket még a tanulók egyharmada sem tudott megoldani, míg az ilyen itemek aránya a nyolcadikosoknál csak 15,9%. Az oszlopok felső részeit tekintve látható, hogy bár a nyolcadikosoknál több az olyan itemek részaránya, amelyeket többen meg tudtak oldani, még náluk is eléggé kevés a közmegelegedésre sokak által megoldott itemek aránya. Tehát összességében a felső tagozatosok tudása a követelmények alatt marad, a teszt az elvártnál nehezebbnek bizonyult.

4. táblázat — A teszt főbb paraméterei

7. osztály	tesztparaméterek	8. osztály
44	itemszám	44
3090	a mérésben részt vett tanulók száma	3029
18,9	teljesítményátlag (pontban)	22,2
7,5	szórás (pontban)	8,5
43,0	teljesítményátlag (%-ban)	50,5
17,0	szórás (%-ban)	19,3
11,1	a „legalacsonyabb” itemteljesítmény (%)	16,9
77,4	a „legmagasabb” itemteljesítmény (%)	80,5
0,86	megbízhatósági mutató (Cronbach alfa)	0,88

A nyolcadikosok matematikatudása

Ebben a fejezetben azt foglaljuk össze, hogy a zömében 14 éves tanulók milyen matematikai eszköztudással rendelkeznek. Ennek a populációnak a jelentős hányada a hagyományos értelemben vett felső tagozatot fejezi be, tehát egy képzési szakasz lezárása előtt áll és lép tovább valamely középfokú oktatási intézménybe. A középfokú intézmények erősen számítanak arra, hogy a tanulók – a 8. osztályo-

sok szintjén megfogalmazható – eszköztudásnak biztonságosan a birtokában vannak. Ezt alátámasztják az elmúlt évtizedben rendszeressé vált matematika felvételi vizsgákon alkalmazott, erősen szelektáló matematikatesztek is. A nyolcadikosok egy – remélhetőleg csekély – részének minden bizonnyal itt be is fejeződik a képzése. Az ő számukra azért nélkülözhetetlen a biztonságos eszköztudás, mert a későbbiekben már nincs arra mód, hogy pótolják, megszerezhessék azt, amit az iskolában elmulasztottak.

A nyolcadikosoknak egy kis hányada van csak abban a helyzetben, hogy nem egy iskolaszervezeti egység végső szakaszában tanul. A szerkezetváltó iskolák tanulói ugyanis a középiskola első harmadában vagy éppen a középső szakaszában vannak, aszerint, hogy nyolc- vagy hatosztályos gimnáziumba járnak-e. Az ő jellemzésükre külön nem térhetünk ki, mert a minta nagysága nem teszi lehetővé ezeknek a rétegeknek önálló mintaként való kezelését, de az elemzések során, a kapott eredmények értékelésekor szem előtt kell tartanunk ebben a populációban ezeket a különbségeket is.

Megállapításaink a nyolcadikosok összességére, a településtípusok szerinti rétegekre vonatkoznak, de bizonyos szintig szólunk a hetedikesekről is, amennyiben az összehasonlítások erre lehetőséget teremtenek.

Néhány környezeti adat a tanulókról

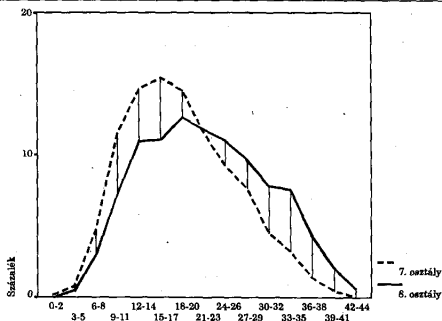
A 8. osztályosok mintájában a matematikatudás értékelését 3029 tanuló adatai alapján tehetjük meg. A mintában részt vevőknek kicsit több mint fele (51,1%) leány és elenyésző különbséggel kevesebb mint fele (48,9%) fiú. Ezeknek a gyerekeknek a jelentős része, 39,2%-a kistelepülésen vagy községben él, közel egynegyedük (24,7%) nem túl nagy lélekszámú városokban, egyötödük (20,2%) megyeszékhelyen vagy azzal összemérhető lélekszámú nagyvárosban. A tanulók közelítőleg egyhatede (15,9%) pedig fővárosi iskolába jár, ami természetesen korántsem jelenti számukra sem az egységes infrastruktúrát. Megállapításaink háttérként mindig ott kell lennie annak a ténynek, hogy a korosztály mekkora hányadát érinti egy-egy kijelentés.

A vizsgálat 7. osztályosainak adatait 3090 tanulótól szereztük be, az ő esetükben még kisebb a lányok és a fiúk száma közötti különbség. A lányok a minta 50,4%-át, a fiúk pedig 49,6%-át teszik ki. A településtípusok szerinti megoszlás természetesen alig tér el a nyolcadikosoknál tapasztalt megoszlástól. A községi, kistelepülési tanulók a minta 38,5%-át, a városiak a 23,6%-át, a megyeszékhelyiek a 21%-át, a budapestiek pedig a minta 16,9%-át adják. Ezek a rétegződési arányok a mintavétel módjából következnek, szándékaink szerint jól reprezentálják a 14-15 éves hetedikés és nyolcadikos tanulókat. Az arányokban óhatatlanul fellépő, láthatóan elenyésző különbségek a mérési eredményeket nem befolyásolják.

A matematikai teljesítmények eloszlásáról

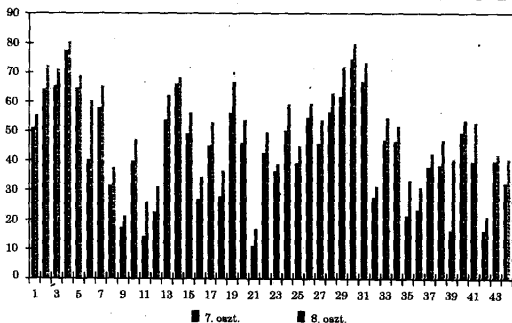
A 2. ábrán látható eloszlásgörbékét az elért pontszámok alapján rajzoltuk fel. Egy-egy teljesítményosztályba három pontérték tartozik, ez a vízszintes skálán le is olvasható.

2. ábra — A matematikai teljesítmények eloszlása



A két évfolyam teljesítményeloszlásai között jelentős különbség mutatkozik. A fiatalabb korosztály teljesítményét ábrázoló görbe balra deformáltsága jellemző, tehát jól érzékelhető a hetedikesek alacsonyabb teljesítményeinek nagyobb gyakorisága, amely a jelentősen alacsonyabb csoportátlagot is jelenti (hetedikesek: 43%, nyolcadikosok: 50,5%). A nyolcadikosok görbéje jól közelíti a normál

3. ábra — A 7. és 8. osztályosok teljesítménye itemenként



eloszlást, sőt enyhe jobbra deformáltság érzékelhető, a magasabb szinten, illetve a legjobban teljesítők nagyobb arányban vannak, mint a nagyon gyengék. Ismerve azonban a mérés célját, az annak megfelelő elvárásokat és a tényleges teljesítményeket, a matematikatudás tekintetében nincs okunk elégedettségre e két populáció esetén sem.

A nyolcadik osztályban történő tudásgyarapodást a 3. ábra is szemlélteti, amely itemenként mutatja, hogy mekkora a teljesítménykülönbség a hetedik és a nyolcadik osztályosok között. A nyolcadikban végbemenő teljesítménynövekedés nem annyira látványos már, mint az a fejlődés, amelyet a negyedikesek mutatnak a harmadikosokhoz képest.

Az itemeken nyújtott teljesítmények szempontjából az ábra alapvetően azt a természetes tényt szemlélteti, hogy minden esetben jobbák a nyolcadikosok, mint a hetedik osztályosok. Erre az ábrára más szempontból még utalni fogunk.

A nyolcadikosok közti különbség az összteljesítmény alapján megállapított teljesítménycsoportok szerint

Az összteljesítmények alapján (itt most nem részletezett módon a standard pontokat és szórásokat előállítva) teljesítménycsoportokat képeztünk a tanulókból. Az így kapott öt csoport teljesítményeinek finomabb elemzésére is lehetőség nyílt. Először nézzük magát a táblázatot, amely az egyes teljesítménycsoportokban lévő tanulói arányokat szemlélteti.

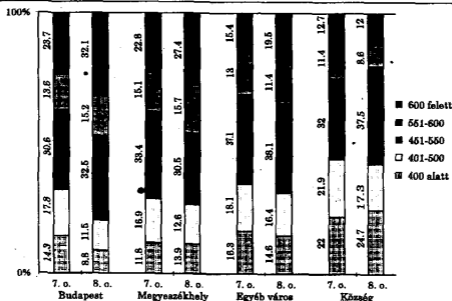
5. táblázat

7. osztály részarány (%)	teljesítménycsoportok az összteljesítményen elért standardpontok szerint	8. osztály részarány (%)
17,2	nagyon gyenge (400 pont alatti)	17,6
19,3	gyenge (400–450)	15,2
33,3	közepes (451–500)	35,4
12,9	jó (551–600)	11,8
17,3	legjobb (600 feletti)	20,2
100	összesen	100

A táblázat azt mutatja, hogy a nyolcadikosok populációja a felmért matematikatudás tekintetében kissé más rétegződésű, mint a hetedikeseké. A legjobb teljesítményűek számaránya (20,2%) kiugrik a hetedikesekéhez képest, akiknél a legjobbak közé csak a populáció 17,3%-a tartozik. Ilyen jellegű arányeltolódást más életkori csoportoknál nem tapasztaltunk. Ezt a kérdéskört részletesebben is érdemes megnézni, és feltárni azt, hogy kik azok a tanulók, akiknek a teljesítménye így javul, illetve kik azok, akik ezzel szemben esetleg lemaradnak. A településtípusok szerinti belső arányokat kell megnéznünk, nevezetesen azt, hogy változnak-e ezek az arányok a két osztályban egymáshoz viszonyítva.

A 4. ábra azt mutatja, hogy mind a hetedikesek, mind a nyolcadikosok esetén a leggyengébb teljesítménykategóriába tartozó tanulók sávja (azaz minden oszlop esetén a legalsó rész) a vízszintes tengelyen Budapesttől a község felé haladva szélesedik. Ez azt jelenti, hogy lényegesen nagyobb arányú a matematikában leggyengébb csoport a községekben élőknek a budapestiek arányához képest mindkét populációban. Például a budapesti hetedikesek 14,3%-a került a leggyengébbek közé, míg a községi hetedikeseknek a 22%-a tartozik ide. A legjobbak sávja pedig egyre szűkül ugyanebben az irányban a településtípus szerint. Azaz a községi

4. ábra — A tanulók eloszlása a teljesítménykategóriák és településtípusok szerint (7. és 8. osztály)



tanulóknak csak igen kis hányada volt képes a legjobbak csoportjába bekerülni mindkét populációban. Például a budapesti hetedikesek 23,7%-a a teljesítmény alapján a legjobbak közé tartozik, szemben a községekkel, akiknek csak 12,7%-a tudta elérni a legjobbak eredményét. Ez eddig nem meglepő, hiszen a kisebbeknél, a harmadikosoknál és a negyedikeseknél is hasonló különbségeket észleltünk a községek rovására.

Ha nem a településtípusok szerinti különbségeket figyeljük meg, hanem az egyes településtípusokon belül a két korosztály belső rétegződését hasonlítjuk össze, akkor jelentős különbségeket észlelhetünk. A grafikon eléggé szembetűnően mutatja, hogy Budapesten a hetedikesek és a nyolcadikosok belső rétegződése a teljesítménykategóriák szerint mennyire különbözik. Például a legjobbak részaránya 32,1% a nyolcadikosok között, szemben a hetedikesek 23,7%-ával, a leggyengébbeké pedig 8,5%, szemben a hetedikesek 14,3%-ával. Hasonló jellegű, bár mértékében kisebb különbségek mutatkoznak a megyeszékhelyi és az egyéb városi hetedikesek és nyolcadikosok között. A községi gyerekek esetén ilyen lényeges arányváltozás nem áll fenn, bár egy enyhébb, de – sajnos – fordított irányú változás itt is tapasztalható. A leggyengébbek és a közepesek mezőnye kissé szélesedett, a jóké és a legjobbaké pedig kissé szűkült. Minek tulajdonítható a városiak, de különösen a budapestiek ilyen arányú változása? A jelenség valószínűleg nagyrészt azzal magyarázható, hogy a városi gyerekek előtt más a továbbtanulási perspektíva. A középiskolákba való bejutás ma a legtöbb helyen valamilyen matematika felvételi dolgozaton nyújtott teljesítményhez van kötve. Ott, ahol nem, ott is sokat számít a félévben elért matematikaosztályzat. A félévközeli felvételi vizsgákra való felkészülés és a jobb jegy megszerzésére irányuló erőfeszítések eredményének is köszönhető, hogy a jól teljesítők aránya ilyen mértékben változik a nyolcadik osztályban a jobb továbbtanulási lehetőségek előtt álló városi gyerekek körében.

Látunk kell tehát azt a tényt, hogy a nyolcadik osztály végére a matematika-tudás terén nagy szakadék mutatkozik a fővárosi és a községi gyerekek között, jelentős a tudásban lemaradó falusi gyerekek aránya a fővárosi és egyáltalán a városi gyerekekéhez képest. Ha pedig ehhez még hozzátesszük azt is, hogy lélekszámban is milyen jelentős a községi csoportja (a teljes populáción belül 38,5%), akkor láthatjuk, hogy a társadalom jelentős rétege kerül olyan helyzetbe, hogy nincs megalapozva a tudása. Gyakorlatilag így kevés az esélye annak, hogy valamilyen továbbtanulás révén ez a réteg felemelkedjék a munkaerő-piaci ranglétrán. Ezt a tényt az egész populáció matematikatudásának részletesebb tartalmi elemzésekor is szem előtt kell tartanunk. Ez jobban megvilágítja, hogy az alacsony szinten teljesített matematika-tudáselemek esetén milyen nagy gond a falusi nyolcadikosok nagy létszámát érintő lemaradás.

A matematikatudás leírásának módszere

Már a fiatalabb tanulók esetén is utaltunk arra, hogy a korábban bemutatott eszközöket és elemzési eljárásokat alkalmazzuk a tudáselemek milyenségének feltárásához és jellemzéséhez. Azaz, nem elégszünk meg a populáció átlagteljesítményeinek számbavételével, hanem az összteljesítmény szerinti csoportok egy-egy itemen való teljesítményeit is megnézzük.

Kiindulásként vegyük ismét szemügyre a már bemutatott 3. ábrát, amely az egyes itemek változó mértékű teljesítését mutatja. Ez jelzi azt is, hogy az egyes itemekben megtestesülő matematikai tartalom és a szükséges gondolkodási műveletek elsajátításának mértékében nem homogén a populáció. Vannak a matematikának területei, amelyeket a középfokú oktatásba lépő (vagy tanulásukat abbahagyó) tanulók elfogadható aránya tud, más tudáselemeket azonban egyáltalán nem kielégítő arányban, vagyis nagyon kevesen birtokolnak.

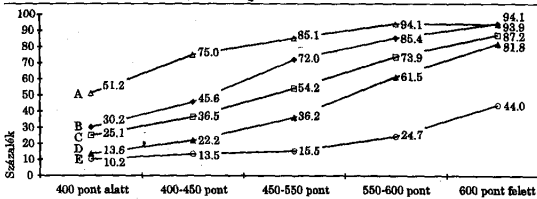
A következő táblázat bemutatja, hogy az egyes teljesítménycsoportokban mekkora a minimális, illetve a maximális itemteljesítmény. Ezek az adatok is jelzik a tudásbeli jelentős heterogenitást.

6. táblázat

teljesítménykategória	itemteljesítmény	
	minimum (%)	maximum (%)
nagyon gyenge	7,4	51,2
gyenge	8,5	75,0
közepes	11,3	85,1
jó	21,4	94,1
legjobb	38,8	97,1

Vizuálisan is szemléltetjük, hogy milyen módon állapítjuk meg azt, hogy mely részterületeken jó, nem megnyugtató, illetve gyenge a nyolcadikosok matematika-tudása.

5. ábra — Matematikatudás, 8. osztály



Az 5. ábra öt különböző jellegű itemet mutat be aszerint, hogy az egyes teljesítménycsoportokba tartozó tanulók milyen mértékben voltak képesek megoldani a tesztitemben foglalt matematikai problémát. Az A tesztitem biztonságos tudás takar, mert még a leggyengébb összteljesítményű tanulóknak is több mint a fele meg tudta oldani. Elfogadhatónak tartjuk azt a tudásemet is, amelyhez a B görbe tartozik, mert ebben csak a leggyengébbek vannak 50% alatt. Nem tartjuk biztonságos ismeretnek a C típusú görbe által kifejezett matematikai ismeretet, mert ezt elfogadhatónak csak a jók, illetve a legjobbak csoportja volt képes megoldani. Továbbá gyenge színvonalú tudást takarnak az olyan tesztitemek, amelyeknek a különböző teljesítménycsoportok szerinti megoldottságát a D és az E jellegű görbe mutatja. Az E jellegű esetén úgy alacsony az itemátlag, hogy a jók és gyengék között nagyok a különbségek, az E jellegű item görbéje pedig minden csoport alacsony teljesítését fejezi ki.

Mit tudnak elfogadhatón a nyolcadikosok?

Az itemszintű teljesítményelemzés azt mutatja, hogy még a gyenge csoportok elfogadható része is rendelkezik a következő tudáselémelekkel. Mérésünk eredményei alapján kijelenthetjük, hogy a nyolcadikosok jelentős része birtokában van a *függvényekkel kapcsolatos legalapvetőbb ismereteknek*. Képesek meghatározni a koordináta-rendszerben önálló pontok és egyes alakzatok kiemelt pontjainak koordinátáit; össze tudják hasonlítani az egyenes vonalú, egyenletes mozgások út-idő grafikonjait; képesek a sebességet leolvasni ez alapján; képesek a megtett utakat meghatározni bizonyos idő eltelte után. (A későbbiekben kitérünk arra, hogy van, ami ezzel kapcsolatban nehézséget okoz sok tanulóknak.) Értéktáblázattal megadott lineáris függvényhez adottaktól ki tudják választani a megfelelő egyenletet. Egyszerű oszlopdiaგრampárok adatainak olvasása, az adatok összehasonlítása, valamint olyan figurális grafikon olvasása, ahol a figura definiált, nagyobb mennyiséget jelent, szintén elfogadható mértékben megy a nyolcadikos tanulóknak. Összefoglalva tehát azt mondhatjuk, hogy az általános iskola e területen az alapvető ismereteket megadja és a szükséges rutin eljárásokat kialakítja a tanulóknak.

A *számtan, aritmetika* területén elfogadható a 0 pont és egység nélküli szám-egyesen kijelölt intervallumba illeszkedő szám becslése; számtani átlag meghatározása; x mennyiség y %-ának konkrét kiszámítása; az összes és egyik részének ismeretében kivonással megkapható másik rész arányának meghatározása.

Annak felismerése, hogy a hosszmeréshez használt pálcák közül a leghosszabbhoz tartozik a legkisebb mérőszám, a tanulók háromnegyedének nem okozott gondot. A hibázó 25%-a több alternatíva közül majdnem egyöntetűen azt választotta, amely arra utal, hogy nekik meggyőződésük, hogy a leghosszabbhoz a legnagyobb mérőszám tartozik. Feltehető, hogy a tanulók egynegyedénél a gondot a fordított arány fogalmának nem kellő szintű megértése okozza. Megnyugtató teljesítményt nyújtottak a tanulók olyan egyszerű logikai feladat megoldásában is, amely a sorozatos kizárás módszerével megoldható. Ebben az életkorban már megnyugtatóan kialakult az a természetes valószínűségi becslés, miszerint nagyobb eséllyel tudjuk kiválasztani az összességében kevesebből az egyetlen speciálst, mint az összességében többől. (A negyedikeseknél ez még nem igazán kialakult képesség.)

Mely területeken nem megfelelő a nyolcadikosok matematikatudása?

A számtan, aritmetika témakörébe tartozó ismeretek közül több dologgal sem lehetünk elégedettek. Elsők közt kell kiemelni, hogy a tanulók igen kicsiny biztonsággal tudják kezelni a százalék tizedestörtben adott alakját, vagy azzal, hogy a 0,01-dal való szorzás mely osztással egyenértékű. Ezek az ismeretek pedig abszolút szükségesek a biztonságos fejszámoláshoz. Ilyen jellegű számításokra, átváltásokra a mindennapi élethelyzetekben elég gyakran van szükség. A konkrét számokkal elvégzendő egyetlen számtani művelet alkalmazását igénylő szöveges feladatban még a nyolcadikosok esetén is probléma a „fordított szövegezésű” feladatok értelmezése. A válaszalternatívák elemzése azt mutatta, hogy a tanulóknak több mint egynegyede engedi, hogy a szövegezésben szereplő mennyiséget jellemző kifejezés (a mi esetünkben a kisebb), a vele azonosítható művelet elvégzésére (itt most a kivonásra) csábítsa el. A feladat helyes megoldásához pedig éppen az összeadás vezetett el. (A feladat megoldása során nem csak ez a hiba fordult elő, de ez igen nagymértékben volt jellemző.) Az egyszerű osztási műveletet igénylő szöveges feladat olyan esetben is problémát okozott, amikor a maradéknak fontos szerepe van, és elsősorban a gyakorlati okok miatt. A feladatban arról volt ugyanis szó, hogy hétszemélyes csónakokkal mentenek embereket, és azt, hogy a maradék három embernek is szüksége van még egy csónakra, a tanulók közel harmada nem vette figyelembe. Ez arra hívja fel a figyelmet, hogy a tanulók a matematikafeladatot függetlenítik a gyakorlati élet kontextusától.

A törtekkel kapcsolatban szerzett tudás is bizonytalan. A tört ábrázolása a $(0;1)$ intervallumban sokaknak nehezen megy, ha nem a legegyszerűbb alak adott, hanem a tört valamely bővített alakja. Még ennél is gyengébb teljesítményt nyújtottak a grafikusán ábrázolt tört értékének megállapításában, ha annak bővített alakja szerepelt a válaszok között. A közönséges törtekkel felírt hibás műveletek felismerése is sokak esetében bizonytalan.

Az algebra témaköréből nem megy megnyugtatóan az egyenlőtlenések megoldása és a nem konkrét számokat is (paramétert) tartalmazó szöveges feladatok megoldásához elvezető egyenletek megtalálása, felírása.

A hosszmerék átváltása, ha az hibakereséses formában van megfogalmazva, szintén sokaknak problémát okoz.

A kockával mint a sztereotípiá szerinti legegyszerűbb szabályos testtel kapcsolatos megfelelő „belső látás”, orientálódás, testépítés absztrakt úton nem megy a nyolcadikosok eléggé nagy hányadának. (Három lapján jelölt kocka felépítése a kiterített testháló ismeretében, illetve a testhálóból épített kocka csúcseinak elképzelése okoz gondot.)

Miben kifejezetten gyengék a nyolcadikosok?

Sajnos a felmérés tapasztalatai azt mutatják, hogy eléggé széles skálán mozog az az ismeretanyag, amelyben jelentős hiányosságokat mutatnak a tanulók.

A mérésben, a *geometriai számításokban* nagyon járatlan a nyolcadikosok többsége. A szoba térfogatának kiszámítása a három jellemző adatból a mindennapi életben szükséges tudás, hiszen a fűtődíjat és egyebeket légméterre fizetjük. A térkép olvasása, amely alkalomadtán szintén szükséges a gyakorlati életben, sajnálatos módon igen keveseknek sikerült. Ehhez csupán néhány egyszerű műveletet kell végrehajtani: távolságot kell mérni, majd a valós adatot a megadott arány alapján ki kell számítani, illetve esetenként egy mértékváltást kell végezni. Ezt a műveletegyüttest csak a tanulóknak igen csekély hányada volt képes vagy akarta elvégezni. (A válaszelemzés alapján nem lehet kizárni azt, hogy ezeket a műveleteket nem hajtották végre a tanulók. Feltételezhető, hogy a méterben fogalmazott válaszokat eleve kiszűrték, mert olyan jellegű objektumok távolságáról volt szó, ahol ez kevéssé volt valószínű, a fennmaradó alternatívákból pedig tippetek.) Szintén keveseknek sikerült egy objektum megtalálása a térképen, ha megadott irány szerint kellett tájékozódni.

A húrtrapéz területének meghatározása a tanulók jelentős többségének egyáltalán nem ment. Egy test rekonstruálása az elől- és felülnézetéből valószínűleg azért is sikerült ennyire gyengén, mert a tanulóknak egy jó része részlegesen jó választ talált egy olyan válaszlehetőségben, amely a felsorolás szerint megelőzte a ténylegesen helyeset. Hogyan a kisebbeknél is fennáll, a nyolcadikosoknál is jelentkezik, hogy a *részleges válasszal megelégedve, a tanulók nem járnak a dolgok végére, és az ellenőrzés szükségessége nincs igazán az igényeik között.*

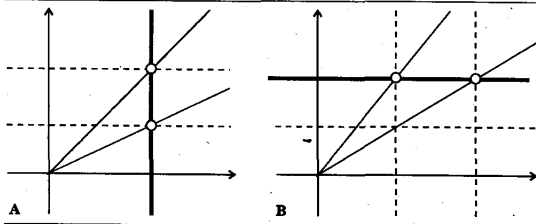
Az *algebra* témakörébe tartozó ismeretek közül azok a szöveges problémák, amelyek megoldásához egy helyett két művelettel felírható megoldás vezet el, már problémát okoznak a nyolcadikosok zömének. Három adat behelyettesítésével kiszámítható algebrai kifejezésnek a megoldása pedig azért nem megy, mert a műveleti sorrend betartásában nagyokat lehet hibázni. Sajnos ez a nyolcadikosok többségénél meg is történt. Az ebben való bizonytalanság pedig nehezíti a középiskolában való továbbhaladást. Nem beszélve arról, hogy a pénzügyeink intézésekor, az adó kiszámításakor vagy valamilyen közüzemi tarifa alapján a fizetendő fogyasztói díjak meghatározása esetén elengedhetetlenül szükséges, hogy adott „képlet szerint”, kiszámítási mód szerint hibátlanul végezzük el a számításokat.

Az *egyes arányosság* fogalmát igénylő számításos feladatokban is sajnálatos járatlanság mutatkozik a nyolcadikosok körében.

A *százalékszámítás* terén is jelentős hiányosságok mutatkoznak, az áru leszállított árából az eredeti ár visszaszámolása egyáltalán nem megy.

A *függvények* terén, az út-idő grafikonok olvasásában egy érdekes tényt tapasztalhattunk. Azt már láthattuk, hogy a tanulók jelentős többsége kellő biztonsággal képes arra, hogy a különböző sebességgel haladó járművek grafikonjairól leolvassa azt, hogy azonos idő alatt mekkora utakat tettek meg az egyes mozgó tárgyak. Az viszont már nehezen megy, hogy ugyanezekről a grafikonokról azt olvassák le, hogy azonos utakat mekkora időkülönbséggel tesznek meg a járművek. Ezt a tényt vizuálisan is szemléltethetjük általánosabban is.

6. ábra



A 6. ábrán az A ábrarész jelzi azt a műveletet, amikor a vízszintes tengelyen ábrázolt mennyiség azonos értékéhez keressük a két grafikonon a másik mennyiség értékeit. A B ábrarész szemlélteti azt, amikor a függőleges tengelyen ábrázolt mennyiség azonos értékeihez keressük a másik tengelyen ábrázolt mennyiség értékeit. E mögött a tény mögött az az általános gyakorlat húzódnak meg, hogy a tanítás során a grafikonok egyik irányú olvasására (A ábrarész) sokkal nagyobb hangsúlyt helyezünk, mint a másik irányú olvasásra (B ábrarész). Sokkal többet gyakoroltatjuk az előbbi, mint az utóbbit.

Az itemszintű elemzés tehát összességében rávilágít arra, hogy a matematikai eszköztudás különböző területein is vannak gondok a nyolcadik osztályt befejező tanulók populációjában.

A településtípusok szerint is mutat némi érdekességet az egyes itemek elemzése, noha összességében azt láthatjuk, hogy szinte minden területen a legnagyobb teljesítményt a budapesti gyerekek, ezt követően a megyeszékhelyiek, majd a városiak és legvégén a községiek nyújtották. A különbségek mértékében van némi változatosság. A legkisebb teljesítménykülönbségeket a fővárosi és a községi gyerekek között (3-6%) a következő területeken találtuk: pontábrázolás koordináta-rendszerben; hossz mértékváltás; többszörös kizárással megoldható logikai feladat; a mérőpálca hossza és a mérőszám összefüggése.

A legnagyobb különbségek (17-19%) a fővárosi és a községi tanulók között a következő területeken mutatkoztak: az átlaghőmérséklet meghatározása; a kocka rekonstruálása a felszíni hálózatból; a háromjegyű szám helyének megtalálása egy intervallumban; bővített alakú tört ábrázolása a (0;1) intervallumon; paramétert tartalmazó egyenlet felírása; egyszerű egyenlőtlenség megoldása és megadott irány szerinti tájékozódás a térképen.

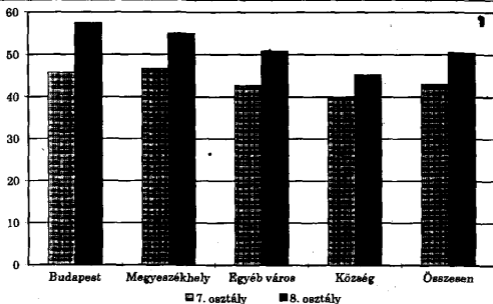
A településtípusonkénti átlagteljesítmények alakulását a következő táblázatban láthatjuk, a hetedikesek ugyanilyen értelmű adataival együtt.

7. táblázat

településtípus	átlagteljesítmény (%)	
	7. osztály	8. osztály
Budapest	45,7	57,5
megyeszékhely	46,6	55,0
egyéb város	42,7	50,9
község	40,0	45,2
teljes minta	43,0	50,5

Érdeemes azonban ugyanezt grafikonon is megnézni.

7. ábra — 7–8. osztályosok átlagteljesítménye településtípusok szerint



A 7. ábra alapján eléggé szembetűnő az, hogy a községi lemaradása milyen mértékű is tulajdonképpen. A községi nyolcadikosok teljesítménye a budapesti és megyeszékhelyi hetedikes tanulókéval van egy szinten. Vagyis azt is mondhatnánk, hogy a községi nyolcadikosok matematikatudása egy teljes tanévnyivel van elmaradva a nagyvárosi gyerekek tudásához képest.

Nézzük meg az egyes teljesítménycsoportokba tartozó tanulók átlagteljesítményei közötti különbségeket a nyolcadikosok esetén is, amit szintén össze tudunk hasonlítani a hetedikesek ugyanilyen adataival:

8. táblázat

teljesítménycsoport	teljesítmények (%)	
	7. osztály	8. osztály
400 alatti	20,5	23,6
400–450	30,7	35,1
450–550	42,6	49,6
550–600	55,3	64,4
600 feletti	70,3	78,9
átlagteljesítmény	43,0	50,5

A táblázatból látható, hogy a nyolcadikosok tudásnövekedése a hetedikesekéhez képest abban a tekintetben egyenletesnek mondható, hogy nincs kitüntetett csoport. Minden teljesítménycsoportban van tudásnövekedés, és ez, a mértékét tekintve, eléggé egyenletesnek látszik.

A hetedikesek esetén a leggyengébbek és a legjobb teljesítménye közötti szorzószám 3,43, míg ugyanez a nyolcadikosoknál 3,34, tehát igazán nagy különbség ezen a téren nincs. Ez azonban azt mutatja, hogy a felső tagozat végére sem sikerül a lemaradókon segíteni. Ugyanakkor azt is láthattuk már, hogyan strukturalódik át a különböző településtípusok teljesítménycsoportjainak létszámaránya a nyolcadikosok a hetedikesekéhez képest, vagyis, hogy mennyire megnövekszik a leggyengébbek aránya. Most már több oldalról megvilágítva is látszik az az aggasztó jelenség, hogy a falusi tanulók lemaradó csoportja, mint jelentős réteg, milyen tudásbeli hátránnyal küszködik. Ez azt vonja maga után, hogy valószínűleg igen kicsi eséllyel lesznek csak képesek az egyre nehezedő munkaerőversenyben az érdekeiket érvényesíteni a szinte nélkülözhetetlen eszköztudás hiányában. A különböző társadalmi rétegek jól látható polarizálódása megkezdődik és megmutatkozik már az iskolai élet különböző területein.

Irodalom

- Bloom, R.*: Taxonomy of Educational Objectives, David McKay, 1956.
- Hajdú Sándor*: A középfokú oktatásba lépő fiatalok matematikai műveltségének sajátosságai. Pedagógiai Szemle, 1989. 12. sz. 1142–1153. o.
- EIAP (1991): The 1991 IAEP Assessment. Objectives for Mathematics, Science, and Geography. Educational Testing Service. 1991.
- Joó A.–Kádárné F. J.*: Elméleti és módszertani perspektívák. In: *Joó A.* (szerk.): Beszámoló a strukturális elemzés pedagógiai alkalmazásának néhány módszeréről. OPI, 1977.
- Joó A.*: A tanulás folyamatát szabályozó tényezők – az eszköztudás és a tartalomtudás. Pedagógiai Szemle, 1979. 4. sz. 326–339. o.
- Skemp R. R.*: A matematikatanulás pszichológiája. Gondolat Kiadó, Bp., 1975.
- Szebenyi P.*: Az általános iskolai nevelés és oktatás terve. OPI, 1978.
- Tompa K.*: Az oktatócsomagok tervezésének és alkalmazásának didaktikai kérdései. Bölcsészdoktori disszertáció. ELTE BTK. Bp., 1980.
- Tompa K.*: Matematika. In: *Halász G.–Lannert J.* (szerk.): Jelentés a magyar közoktatásról 1995. OKI, Bp., 1996.
- Vári P.*: A Monitor '86 vizsgálat ismertetése. Pedagógiai Szemle, 1989. 12. sz. 1123–1131. o.