

ZALAI ERNŐ

Általános egyensúlyi modellek alkalmazása gazdaságpolitikai elemzésekre

A szerző az alkalmazott többszektoros modellezés területén a lineáris programozási modellektől a számszerűsített általános egyensúlyi modellekig végbement változásokat tekint át. Egy rövid történeti visszapillantás után a lineáris programozás módszereire épülő nemzetgazdasági szintű modellekkel összevetve mutatja be az általános egyensúlyi modellek közös, illetve eltérő jellemzőit. Egyidejűleg azt is érzékelteti, hogyan lehet az általános egyensúlyi modelleket a gazdaságpolitikai célok konzisztenciájának, a célok közötti átváltási lehetőségek elemzésére és általában a gazdaságpolitikai elképzelések érzékenységi vizsgálatára felhasználni. A szerző az elméleti-módszertani kérdések taglalását számszerűsített általános egyensúlyi modell segítségével illusztrálja.*

Több mint három évtizeddel ezelőtt, 1965-ben jelent meg Kornai János könyve, *A gazdasági szerkezet matematikai tervezése* (Kornai [1965], [1973]). Az azóta eltelt időszak alatt jelentősen megváltozott a kvantitatív gazdaságpolitikai elemzések közege és módszertana. Mindenekelőtt elült a kezdeti eufória, megszűnt az újdonság varázsa. Magyarországon is kialakult a gazdaságpolitikai modellező-elemző szakma, s több-kevesebb rendszerességgel alkalmazta a gazdasági elemzésekben a közgazdaságtan és a gazdaságstatisztika által rendelkezésére bocsátott eszköztárat. De azért nem minden változott, s ha igen, nem mindig pozitív irányba. Elszigetelt eseteket leszámítva, továbbra is megmaradt a verbális és a matematikai közgazdaszok, a modellező és nem modellező gazdaságpolitikai elemzők különállása és többnyire lappangó ellentéte. S az átmenet körülményei között a volt tervgazdaságokban határozottan visszaesett a gazdaságpolitika formálójának kereslete az igényes módszertanon nyugvó elemzések iránt.

A többszektoros gazdasági modellezés módszertana és eszköztára is jelentősen átalakult az elmúlt negyed évszázadban. A hatvanas években gyakorlatilag egyeduralkodó lineáris, determinisztikus modellek mellett és azokat fokozatosan háttérbe szorítva megjelentek a nemlineáris, statisztikai-ökonometriaire módon becsült funkcionális összefüggéseket (is) tartalmazó modellek. A technikai, módszertani kiteljesedéstől eltekintve, a kvantitatív gazdaságpolitikai elemzések alapvető filozófiája, releváns kérdésfeltevései, alkalmazási lehetőségei és területei azonban érdemben nem sokat változtak. Kornai

* A jelen tanulmány megírása során jelentős mértékben építettem az adott tárgykörben *Révész Tamással* közösen végzett kutatásainkra, értékes közreműködését ezúton is megköszönöm neki. Ugyancsak szeretném elismerni az Európai Unió kutatási alapjainak (ACE, Copernicus) és a PEW Charitable Trust alapítvány kutatáshoz nyújtott pénzügyi támogatását, valamint *Paul Hare* és *Pantelis Capros* folyamatos inspirációját.

Jánosnak a lineáris programozási modellek alkalmazása kapcsán kifejtett metodológiai útmutatásai lényegüket tekintve ma is érvényesek:

„A matematikai programozás hivatása az, hogy (...) olyan számításokat végezzen, amelyek bizonyos fokig ellenőrzik a gazdaságpolitikai feladatokat is, s támpontokat nyújtanak esetleges módosításukhoz.” A továbbiakat szabadon idézve: ellenőrzi a gazdaságpolitikai feladatok „feszültségét”, a feladatok realitását, alternatív hatékony programokat állít elő, segít feltárni a gazdasági vezetés „preferenciáit” s általában, racionalitásra nevel. (Kornai [1973] 326. o.)

Tanulmányomban azt a változást tekintem át röviden, amely az alkalmazott többszektoros modellezés területén a lineáris programozási (LP) modellektől a számszerűsített általános egyensúlyi modellekig (CGE) végbement. Egy rövid történeti visszapillantás után a Magyarországon jól ismert, lineáris programozási módszereire épülő nemzetgazdasági szintű modellekkel összevetve mutatom be a CGE modellek közös, illetve eltérő jellemzőit. Egyidejűleg érzékeltetni kívánom azt is, hogyan lehet a CGE modelleket a gazdaságpolitikai célok konzisztenciájának, a célok közötti átváltási (*trade-off*) lehetőségek elemzésére és általában a gazdaságpolitikai elképzelések érzékenységi vizsgálatára felhasználni.

Terjedelmi korlátok miatt az elméleti-módszertani kérdések taglalását egy viszonylag egyszerű modell segítségével fogom illusztrálni. A bemutatásra kerülő számszerűsített általános egyensúlyi modell (CGE – *computable general equilibrium*) modell az általunk több éven keresztül folyamatosan fejlesztett HUMUS modelles család egyik tagja.¹ A HUMUS modelles család (lásd például Zalai [1984a]) különböző változatai alapvetően követik a CGE modellezési gyakorlat általános irányvonalát, számos jellemzőjüket tekintve azonban különböznek azoktól, hogy megfelelőbben jeleníthessék meg a korábban központilag tervezett gazdaságok speciális jellegzetességeit és döntéshozatali mechanizmusait

A többszektoros alkalmazott gazdasági modellezés fejlődése

A többszektoros alkalmazott gazdasági modellek első kifejlett változatának kétségkívül *Leontief input-output modelljét* tekinthetjük, amely méltán örvend igen kiterjedt alkalmazásoknak mind a mai napig.² Népszerűségét számos kedvező tulajdonsága magyarázza, mindenekelőtt a viszonylag egyszerű matematikai apparátusa, s az a tény, hogy fogalmai könnyen interpretálhatók akár egymással szöges ellentétben álló (marxi, neoklasszikus, neoricardiánus stb.) elméleti keretekben is. Olyan általános gazdasági összefüggésekre épül ugyanis, amelyek minden elmélet keretében megjelennek, legfeljebb eltérő oksági magyarázatokkal körítve.

Matematikai formájukat tekintve a nyílt, lineáris input-output modellek $\mathbf{By} = \mathbf{x}$ formára redukálhatók, ahol $\mathbf{y}$ az exogénnek, $\mathbf{x}$ az endogénnek választott gazdasági változók vektora, $\mathbf{B}$ pedig a gazdaság állandónak tekintett műszaki-gazdasági együttthatóiból származtatott mátrix. Ismert, hogy a fenti forma – külön-külön – alkalmazható mind a volumen-, mind az értékbeli összefüggések elemzésére (*volumen-*, illetve *ármodellek*).

¹ A HUMUS modelles család kialakításában és továbbfejlesztésében – az adatok összegyűjtésétől kezdve, a megoldási algoritmusok és számítógépes programok kidolgozásán át, a konkrét gazdaságpolitikai elemzéséig – számos kollégám segített az elmúlt mintegy 15 évben. Hely szűke miatt itt és most csak Poór András és Révész Tamás, a két legfontosabb inspiráló és hozzájáruló nevét emelem ki, de szeretném itt is megköszönni *en bloc* a többiek segítségét is.

² Lásd például Leontief [1941], [1977]), Bródy [1964].

Nem sokkal az input-output modell után, az ötvenes évek elején, annak általánosítása-ként, megjelent a *lineáris tevékenységelemzési modell* (az LTM), az állandó ráfordítási/kibocsátási együtthatókkal jellemzett technológiák általános modelljének gyakorlati alkalmazása. A lineáris programozás (LP) *simplex módszerének*³ kidolgozását követően ugrásszerűen megnőtt az érdeklődés az LTM *mint gyakorlatban felhasználható* erőforrás-allokációs modell iránt. Az ötvenes évek elején – elsősorban *Koopmans* [1951] nevéhez fűződő – koncentrált kutatások eredményeként született meg az LTM-típusú erőforrás-allokációs modellek elmélete.

Mint ismert, az input-output modellekkel ellentétben az LTM lehetővé teszi, hogy ugyanazon termékek előállítására alternatív *eljárásokat* vegyünk figyelembe (*technológiai választék*), illetve azt, hogy valamely eljárás egyidejűleg több terméket állítson elő (*ikertermelés*). Mindkét tulajdonság azt vonja maga után, hogy – az input-output modellekkel ellentétben – az LTM megközelítésben nem egyetlen lehetséges megoldást, hanem lehetséges megoldások halmazát kell elemeznünk. S így automatikusan felmerül a választási kritérium kérdése.

A *gazdaságpolitikai lehetőségek közötti választás* kérdését a következő általános keretben lehet röviden felidézni. Legyen rendre $\mathbf{k}$ a *külső jószágforrások*, $\mathbf{y}$ a különböző javak *külső felhasználási igényének* vektora, $\mathbf{A}$ a fajlagos *felhasználási/kibocsátási együtthatók* mátrixa, $\mathbf{x}$ pedig a *tevékenységszintek* vektora. A rendelkezésre álló *külső források*, a *technológiai lehetőségek és a külső igények akkor konzisztensek* egymással, ha együttesük kielégíti a $\mathbf{k} + \mathbf{Ax} \geq \mathbf{y}$ mérlegegyenlőtlenségi feltételeket.

Legyenek $\mathbf{k}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{A}$ a részleges számításokból (előrejelzésekből) átvett adottságok, $\mathbf{s}$ legyenek az $\mathbf{x}$ *tevékenységszintek* stilizált modellünk (endogén) változói.⁴ Ha az induló elképzelés *tevékenységszint-vektora* nem elégíti ki a fenti konzisztenciakritériumokat, akkor a modellező-elemző munkacsoport – az elemzés során parametrikusan változtatva ($\mathbf{k}$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{A}$) egyes elemeit – a mérlegegyenlőtlenségi feltételeket kielégítő, valamilyen szempontból optimális termelési vektorok előállításával irányt mutathat a részfelképzések felülvizsgálatára, újratervezésük számára.

A fenti vagy ahhoz hasonló mérlegegyenlőtlenségi rendszernek általában számtalan lehetséges megoldása van, ha létezik egyáltalán. A választási szabadságot többféleképpen lehet szűkíteni: megváltoztathatjuk a feltételi korlátokban szereplő paraméterek értékét, pótlólagos feltételeket és változókat vezethetünk be. Ez azonban még mindig csak szűkíti a lehetséges tartományt, az egyenlőtlenségrendszer kielégítő (lehetséges) megoldások halmazjellegét nem szünteti meg. Ezért az érzékenységi számításokhoz valamilyen célfüggvény alkalmazásával kell „regularizálni” a lehetséges megoldások halmazát, hogy az *érzékenységi számításokban* lehetőség szerint egyetlen kitüntetett ponttal lehessen képviselni a vizsgált változatot.

Az optimalizálás „ikertermékeként” viszont, mint ismeretes, minden korlát – természetes vagy művi erőforrás – *árnyékárát* kap. Az árnyékárrendszer elemei közötti (*duális*) összefüggésekben ugyanazok a modellparaméterek jelennek meg, mint a volumen- (*primális*) modellben, és a két modell optimális megoldásai kölcsönösen feltételezik, meghatározzák egymást (az input-output modell esetén a primális és a duális modellek

³ Ennek kidolgozása G. B. Dantzig nevéhez fűződik (*Dantzig* [1951] lásd a *Koopmans* [1951] kötetben), de, mint ismert, *Kantorovics* [1942] – a szovjet tervezés keretében – a Lagrange-módszert továbbfejlesztve már az 1930-as évek végén kidolgozott egy eljárást a lineáris erőforrás-allokációs probléma megoldására és közgazdasági értelmezésére (*objektíven meghatározott értékek*).

⁴ Az erőforrás-allokáció lineáris programozási modelljeinek általánosabb példáira vonatkozóan lásd *Kornai* [1965], illetve *Zalai* [1989].

megoldásainak kölcsönös meghatározottsága nem tűnik fel, mivel mindkettőnek egyetlen megoldása van).

Folytatva a történeti áttekintést, az alkalmazott többszektoros gazdasági modellek tekintetében az input-output és az lineáris programozási modellek uralták az ötvenes és a hatvanas éveket, de túlnyomórészt még a hetvenes éveket is. Az ideológiailag és politikailag eltérő világrészek makrogazdasági modellezői könnyen szót értettek egymással. A nevezett modellekben általános érvényű gazdasági elszámolási azonosságok, illetve a műszaki-gazdasági összefüggések egyszerű (lineárisan) parametrizált változatai domináltak, s a változók feltételezett viselkedését gyakran praktikus megfontolások, semmint szilárd elméleti sémák magyarázták.

A pragmatikus, technikai jellemzők mögött elsikkadtak azok az ismert elméleti tények, hogy például a lineáris programozási (LP) modellek primális és duális feladatpárjának megoldásai egy megfelelően definiált „gazdaság” általános egyensúlyi állapotaként értelmezhetők. A szocialista országok modellezőinek többsége kevés figyelmet szentelt ennek az elméleti tételnek, s ha igen, akkor is csak a decentralizált tervezés, illetve a központi tervek decentralizált megvalósíthatósága szempontjából (vö. *Lange* [1936], *Kornai-Lipták* [1965]).

A nyugati közgazdászok szeme előtt viszont mindig is célként lebegett, hogy olyan funkcionális és viselkedési összefüggéseket építsenek be a makrogazdasági modellekbe, amelyek mind élethűbben tükrözik a technológiai és fogyasztási lehetőségeket, illetve egy piaci gazdaság feltételezett működési mechanizmusát. S mivel jószerivel az általános egyensúlyelmélet volt az egyetlen konzisztens, átfogó gazdasági elmélet, a modellezők természetesen ilyen irányban keresték a megoldást. Érdemes és tanulságos ennek illusztrálására idézni L. Taylor egy szellemes konklúzióját: „Ha az általános egyensúlyelmélet az egyetlen játék a városban, miért ne játsszuk hát azt elegánsan.” (*Taylor* [1975].)

A norvég *Johansen* [1960] volt az úttörő, ő készített elsőként, általános egyensúlyelméleti megfontolásokra alapozva, egy számszerűsített modellt a norvég gazdaság elemzésére. A nemlinearitásból fakadó algoritmikus problémák megkerülése érdekében ügyes technikával linearizálta modelljét. Johansennel szemben *Ginsburgh-Waelbroeck* [1981] a nemlineáris függvények szakaszos linearizálásával és a lineáris programozási módszer alkalmazásával oldották meg ugyanezt a problémát.

Scarf [1973] viszont nem megkerülte, hanem megoldotta azt az algoritmikus problémát, amely az általános egyensúlyelméleti típusú modellek szélesebb körű gyakorlati alkalmazását gátolta. Scarf a folytonos leképezések fixpontjának kiszámítására a lineáris programozás simplex módszerére emlékeztető eljárást dolgozott ki. Eredményének – érdekes módon – nagyobb volt a pszichológiai, mint a tényleges alkalmazási hatása. Kiderült ugyanis, hogy a neoklasszikus közgazdaságtan termelés- és fogyasztáselméletére épülő, jól viselkedő függvényekből felépített, alkalmazott általános egyensúlyi modellek lokálisan igen stabilak, s egy megfelelő bázismegoldásból kiindulva a modell paramétereinek perturbációja révén kialakuló új egyensúlyi megoldást Scarf módszerénél jelentősen egyszerűbb és heurisztikusabb (Gauss-Seidel, Newton vagy kombinált) iterációs eljárásokkal meg lehet határozni.

Ez a módszertani áttörés és a számítástechnika látványos fejlődése lebontotta a nyugati közgazdászok körében a korábbi pszichológiai gátat, s széles körben elterjedt a számszerűsített általános egyensúlyelméleti modellek kifejlesztése és alkalmazása. Több nevezetes csoportos és számos egyéni kezdeményezés tanúskodik erről a látványos fejlődésről. Az átfogóbb, s szélesebb kört érintő kezdeményezések közül itt csak ízelítőként sorolunk fel néhány összefoglaló munkát: *Dixon-Parmenter-Sutton-Vincent* [1982], *Kelley-Sanderson-Williamson* [1983], *Scarf-Shoven* [1984], *Der-*

vis-de Melo–Robinson [1982]; *Piggott–Whalley* [1985]; *Bergman–Jorgenson–Zalai* [1990].

A CGE modellek információs bázisuk a nemzeti számlák és az input-output táblák adják, amelyek összefoglalását adja a SAM – a társadalmi elszámolási mátrix (lásd például: *Pyatt–Round* [1985]). Maga a modellépítés gyakorlata egyre rendszeresebbé vált. Ez tükröződik, például, az olyan standard és meglehetősen hatásos programcsomagok terjedő használatában, mint a GAMS (*Devarajan–Lewis–Robinson* [1991]).

A számszerűsített általános egyensúlyi – CGE – modellek megjelenése mindenesetre váratlanul érte a központi tervezésű gazdaságok gazdaságpolitikai modellezőit. Megszakadt az 1960-as és 1970-es évekre jellemző modellezési *detante* folyamata. Az általános gazdasági egyensúlyelmélet köztudottan a piaci verseny, a racionális gazdasági szereplők piaci viselkedésének absztrakt modellje. A szocialista országok modellezői azt is tudták – ha máshonnan nem, hát Kornai János egy másik nagy hatású könyvéből, az *Anti-equilibrium*-ból –, hogy az általános egyensúlyelmélet leíró ereje még az úgynevezett fejlett piacgazdaságok esetében is meglehetősen gyenge, nem beszélve a piaci gazdaságok ellentétéként létrejött központi tervezésű gazdaságokról. Elsősorban ezek az ideológiai eredetű, illetve szkeptikus álláspontok magyarázzák meg azt a tényt, hogy CGE modellek, néhány ritkaságszámba menő kivételtől eltekintve, nem kerültek be a központi tervezés módszertanába, még kísérleti jelleggel sem.

Magam kezdettől fogva arra próbáltam meg felhívni a figyelmet (lásd például *Zalai* [1983]), hogy a CGE modelleket, még ha az építőelemei egy idealizált piacgazdaságra kidolgozott elméleten alapulnak is – *Lange* [1964] szellemében –, *praxeológiai* fogantatásúaknak kell tekinteni. Azt kell figyelembe venni, hogy a nemzetgazdasági erőforrás-allokációs probléma input-output modellen és az lineáris programozási módszeren alapuló elemzéséhez képest miben nyújt előnyt a *CGE technika*, realisztikusabbá, rugalmasabbá teszi-e az elemzést, vagy sem.

Úgy gondolom, hogy a korábban megfogalmazott és érvekkel alátámasztott igenlő válaszom egyáltalán nem vesztett az aktualitásából. Ugyanis az ideológiai korlátok leomlása ellenére (is) még mindig meglehetősen kevés közgazdász kísérletezik a volt szocialista országokban CGE típusú modellek alkalmazásával. Ennek okai összetettek, amelyek között az inercia és a modellekkel szemben megnyilvánuló bizalmatlanság, illetve lanyha kereslet is szerepel.

Számos érvet lehet felhozni amellet, hogy a gazdaságpolitikai kérdések többszektoros modellezésére, nemzetgazdasági szintű konzisztens előrejelzésekre ma ezek a modellek a legalkalmasabbak. Mindenekelőtt: továbbra is nagy hiány van a gyakorlatban is eredményesen használható alternatív elméletekben; illetve, az átmeneti gazdaságok gyorsan változó társadalmi-gazdasági struktúrája csak szűk körben teszi lehetővé a statisztikai-ökonometriai jellegű modellek alkalmazását. Tanulmányom hátralevő részében ezt a somás állítást próbálom meg egy konkrét modell bemutatásával alátámasztani.

Egy CGE modell váza

Egy jelentősen leegyszerűsített (stilizált) modell segítségével megpróbáljuk közelebb hozni az Olvasót a CGE modellek világához, felhívni a figyelmet néhány fontos elméleti és módszertani kérdésre, különösen az úgynevezett modell-lezárási problematikára, amely a gazdaságpolitikai elemzések szempontjából különösen kritikus kérdés. Legyenek modellünk változói, paraméterei és egyenletei a következők:

Változók:

D	kereskedelmi mérlegegyenleg
C_v	a változó fogyasztás szintje
C^g	kormányzati fogyasztás
Y^g	hazai termékkínálat vektora
I	(bruttó) beruházás
KU	állóeszköz-kihasználtság indexe
LU	munkaerő-kihasználtság indexe
M	az import vektora
P_a	a termelői árak indexei
P_{chm}	a fogyasztói árak indexei
P_d	a hazai értékesítési árak indexei
P_{hm}	a hazai felhasználói árak indexei
P_{inv}	az állóeszközök árindexe
P^m	az importárak indexei
P^z	az exportárak indexei
Q	a tőkeköltés vektora
R	az átlagos tőkehozam (profitráta)
S_h, S_g	a háztartások, a
S_s, S_f	kormányzat, a termelők és a
	külföld nettó megtakarítása
W	az átlagos bérszint
V	a devizaárfolyam
X	az össztermelés vektora
X_d	a hazai értékesítés vektora
Z	az export vektora

Függvények:

$C(\cdot)$	fogyasztói keresleti függvények
$CPI(\cdot)$	a fogyasztói árszint
$L(\cdot)$	az alkalmazott (ágazati) munkaerő

$K(\cdot)$	a felhasznált (ágazati) állóeszköz
$m(\cdot)$	az ágazati importhányadok
$NTR_k(\cdot)$	a jövedelemtranszfer-függvények
$P_{ex}(\cdot)$	inverz exportkeresleti függvények
$CES(\cdot)$	inputhelyettesítési függvények
$CET(\cdot)$	output-transzformációs függvények
$Z(\cdot)$	exportkínálati függvények

Paraméterek és/vagy exogén változók

A	az input-output együtthatók mátrixa
d	az amortizációs ráták vektora
b	a beruházások ágazati szerkezete
$CPI0$	az infláció szintje
g	a közfogyasztás ágazati szerkezete
PR	a rögzített ágazati haszonkulcs
P_{wm}	az import világpiaci árindexei
q_d	a változó tőkehozadék eltérései
s	az ágazatok részesedése az összes beruházásból
TG	a közfogyasztás rögzített szintje
TI	a beruházások rögzített szintje
TK	az állóeszközök rögzített szintje
TL	a munkaerő rögzített szintje
TS	a rögzített kormányzati pénzügyi megtakarítás (adósság)
w_d	az ágazati bérdifferentiál
τ^k	különböző nettó adókulcsok
1	az összegző vektor

A modell alapösszefüggései:

<i>Változók:</i>	(nominál)	vektor $P_a, P_{chm}, P_d, P_{hm}, P_m, P_z, S_s, Q,$	(8N)
		skalár $V, W, P_{inv}, S_g, S_f, S_h;$	(6)
	(réál)	vektor $X, X_d, M, Z, Y,$	(5N)
		skalár $D, C_g, I, KU, LU, R, C_v;$	(7)

$\langle a \rangle$ az a vektorból képzett diagonális mátrix

Egyenletek (az aláhúzott kifejezések exogén változókat, paramétereket jelölnek, a megnevezés után zárójelben az egyenletek száma szerepel, ha az 1-től különböző):

(Bruttó) termelői árindex (N):

$$(1) \quad P_a = P_{hm} \cdot A + W \cdot w_d \cdot \langle 1 + \tau^w \rangle \cdot \langle L(W, Q, X) \rangle \cdot \langle X \rangle^{-1} + Q \cdot \langle K(W, Q, X) \rangle \cdot \langle X \rangle^{-1} + P_{inv} \cdot PR + P_a \cdot \langle \tau^x \rangle;$$

- (2) $\mathbf{P}_a = (\mathbf{P}_d \cdot \langle \mathbf{X}_d \rangle + \mathbf{P}_z \cdot \langle \mathbf{Z} \rangle) \cdot \langle \mathbf{X} \rangle^{-1}$ a hazai termelés átlagos árindexe (N);
 (3) $\mathbf{P}_z = V \cdot \mathbf{P}_{ex}(\mathbf{Z}) \cdot \langle \mathbf{1} + \boldsymbol{\tau}^e \rangle$ inverz exportkeresleti függvény (N);
 (4) $\mathbf{X} = \mathbf{CET}(\mathbf{X}_d, \mathbf{Z})$ a hazai termelés volumene (N);
 (5) $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(\mathbf{P}_d, \mathbf{P}_z, \mathbf{X})$ az export(kínálat) volumene (N);
 (6) $\mathbf{P}_{hm} = (\mathbf{P}_d \cdot \langle \mathbf{X}_d \rangle + \mathbf{P}_m \cdot \langle \mathbf{M} \rangle) \cdot \langle \mathbf{Y} \rangle^{-1}$ átlagos hazai felhasználói árindex (N);
 (7) $\mathbf{P}_m = V \cdot \mathbf{P}_{wm} \cdot \langle \mathbf{1} + \boldsymbol{\tau}^m \rangle$ importárindex (N);
 (8) $\mathbf{Y} = \mathbf{CES}(\mathbf{X}_d, \mathbf{M})$ a hazai termékkínálat volumene (N);
 (9) $\mathbf{M} = \mathbf{m}(\mathbf{P}_d, \mathbf{P}_m) \cdot \langle \mathbf{X}_d \rangle$ importkereslet (Armington) (N);
 (10) $\mathbf{Q} = (\mathbf{d} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{q}_d) \cdot \mathbf{P}_{inv}$ az állóeszközök költsége (N);
 (11) $\mathbf{P}_{chm} = \mathbf{P}_{hm} \cdot \langle \mathbf{1} + \boldsymbol{\tau}^c \rangle$ a fogyasztói árak ágazati indexei (N);
 (12) $\mathbf{P}_{inv} = \mathbf{P}_{hm} \cdot \mathbf{b}$ az állóeszközök árindexe;
 (13) $\mathbf{Y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{C}(\mathbf{C}_v, \mathbf{P}_{chm}) + \mathbf{b} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{g} \cdot \mathbf{C}_g$ a hazai termékpiac egyensúlya (N);
 (14) $\mathbf{1} \cdot \mathbf{L}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{X}) = \mathbf{LU} \cdot \mathbf{TL}$ a munkaerő felhasználása;
 (15) $\mathbf{1} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{X}) = \mathbf{KU} \cdot \mathbf{TK}$ az állóeszközök felhasználása;
 (16) $\mathbf{D} = \mathbf{P}_{ex}(\mathbf{Z}) \cdot \mathbf{Z} - \mathbf{P}_{wm} \cdot \mathbf{M}$ a külkereskedelmi mérleg egyenlege;

A jövedelmek (újra)elosztása és a költségvetések egyensúlya

- (17) $\mathbf{W} \cdot \mathbf{w}_d \cdot \mathbf{L}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{X}) + \mathbf{NTR}_h(\cdot) = \mathbf{P}_{chm} \cdot \mathbf{C}(\mathbf{C}_v, \mathbf{P}_{chm}) + \mathbf{S}_h$; (a háztartások);
 (18) $\mathbf{W} \cdot \mathbf{w}_d \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^w \rangle \cdot \mathbf{L}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{X}) + \mathbf{P}_a \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^x \rangle \cdot \mathbf{X} + \mathbf{P}_{hm} \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^c \rangle \cdot \mathbf{C}(\mathbf{C}_v, \mathbf{P}_{chm}) - V \cdot \mathbf{P}_{ex}(\mathbf{Z}) \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^e \rangle \cdot \mathbf{Z} + V \cdot \mathbf{P}_{wm} \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^m \rangle \cdot \mathbf{M} + \mathbf{NTR}_g(\cdot) = \mathbf{P}_{hm} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{C}_g + \mathbf{S}_g$; (a kormányzat);
 (19) $\mathbf{Q} \cdot \langle \mathbf{K}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{X}) \rangle + \mathbf{P}_{inv} \cdot \mathbf{PR} \cdot \langle \mathbf{X} \rangle + \mathbf{NTR}_s(\cdot) = \mathbf{P}_{inv} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{S}_s$; (a termelők, N);
 (20) $V \cdot \mathbf{P}_{wm} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{NTR}_f(\cdot) = V \cdot \mathbf{P}_{ex}(\mathbf{Z}) \cdot \mathbf{Z} + \mathbf{S}_f$; (a külföld);
 ahol, értelemszerűen, $\mathbf{NTR}_h(\cdot) + \mathbf{NTR}_g(\cdot) + \mathbf{NTR}_s(\cdot) \cdot \mathbf{1} + \mathbf{NTR}_f(\cdot) = 0$, és a transzferek (NTR) nagysága a többi változó függvénye.⁵

Érdemes itt egy pillanatra megállni, és röviden utalni a vázolt CGE típusú erőforrás-allokációs modell és egy lineáris programozáson alapuló, de egyébként hasonló lineáris programozási modell közötti formai különbségekre. Az lineáris programozási típusú modellekben explicite csak a (2), (8), (9), (13), (14)–(16) egyenletek [a (14)–(15) egyenletekben $\mathbf{KU} = \mathbf{LU} = 1$ behelyettesítéssel] linearizált, áraktól független és egyenlőtlen-ség formában felírt megfelelői jelennek meg. A jelentős szabadsági fokot mindenekelőtt *ad hoc* egyedi korlátok (például az $\mathbf{m}$ importarány és a $\mathbf{Z}$ exportvolumen változókra előírt alsó-felső korlátok) ellensúlyozzák. A lehetséges megoldások így leszűkített tartományának a további érzékenységi vizsgálatokban szem előtt tartott pontját pedig egy „kitüntetett” gazdaságpolitikai cél szempontjából „optimális” megoldás szolgáltatja.

Stilizált modellünkben – egy LP modell szemszögéből – lehetséges gazdaságpolitikai célváltozók a lakossági többletelfogyasztás szintje ($\mathbf{C}_v$), a kereskedelmi mérleg egyenlege ($\mathbf{D}$), a beruházás ($\mathbf{I}$) és a közfogyasztás szintje ($\mathbf{C}_g$). A tervkoordinációs modellezésben szokásos módot alkalmazva, megtehetjük, hogy egy kivételével valamennyi célváltozó nagyságát exogén módon megkötiük (értelemszerűen alsó vagy felső korlátokat szabva lehetséges értéküknek), és a fennmaradót a célfüggvény rangjára emeljük (lásd mind-

⁵ Modelljeink a transzferek meghatározására igen részletes *jövedelemelosztási, újraelosztási* blokkot tartalmaznak. Több modellünkben tíz csoportra bontjuk a háztartásokat, hogy figyelembe lehessen venni az adózás és a társadalombiztosítási rendszer különböző szociális-gazdasági helyzetű csoportokra gyakorolt eltérő hatását is.

ről bővebben, illetve a korlátok és a célfüggvény közötti különbségtételről konkrétan Kornai [1965]). Az így kapott lineáris programozási feladat duálisa ugyanakkor a CGE modell áregyenleteihez igen hasonló megkötéseket tartalmaz, ezért egy lineáris programozási modell primális és duális feltételei együtt szoros formai és tartalmi hasonlóságot mutatnak egy általános egyensúlyi modell feltételrendszerével (lásd erről a kérdéstről részletesebben Zalai [1983] és [1989]).

Elméletileg régóta közismert volt, hogy egy lineáris programozási jellegű erőforrás-allokációs modell primális-duális megoldásai egy alkalmasan definiált gazdaság általános egyensúlyaként értelmezhetők. Mindezek fényében kissé érthetetlen, hogy miért ejtette zavarba – mint erre már utaltunk – a CGE típusú modellek megjelenése a központi tervezésű gazdaságok modellezőit. Ezért is állíthatjuk, hogy e jelenség mögött elsősorban ideológiai színezetű okok húzódtak meg.

Visszatérve a bevezetett modell elemzésére, vegyük észre, hogy az (1)–(16) egyenletekből levezethető a következő nevezetes egyenlőség (Walras-törvény):

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}_{chm} \cdot \mathbf{C}(\mathbf{C}_v, \mathbf{P}_{chm}) + \mathbf{P}_{inv} \cdot \mathbf{I} + \mathbf{P}_{hm} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{C}_g + \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_{ex}(\mathbf{Z}) \cdot \mathbf{Z} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{w}_d \cdot \mathbf{L}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{Z}) + \\ & + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{Z}) \mathbf{P}_{inv} \cdot \mathbf{PR} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_{wm} \cdot \mathbf{M} + \mathbf{W} \cdot \mathbf{w}_d \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^w \rangle \cdot \mathbf{L}(\mathbf{W}, \mathbf{Q}, \mathbf{Z}) + \\ & + \mathbf{P}_a \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^x \rangle \cdot \mathbf{X} + \mathbf{P}_{hm} \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^c \rangle \cdot \mathbf{C}(\mathbf{C}_v, \mathbf{P}_{chm}) - \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_{ex}(\mathbf{Z}) \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^e \rangle \cdot \mathbf{Z} + \mathbf{V} \cdot \mathbf{P}_{wm} \cdot \langle \boldsymbol{\tau}^m \rangle \cdot \mathbf{M}, \end{aligned}$$

amelynek bal oldalán a (bizonyos adókkal-elvonásokkal módosított) eredeti jövedelmek összege, a jobb oldalán a végső kereslet értéke áll. A (17)–(20) egyenletekből ugyanez következik, ha a hitelmérleg egyensúlyi feltétele, $S_h + S_g + S_s \cdot \mathbf{1} + S_f = 0$ teljesül. Ez utóbbi külön előírása tehát összefüggővé tenné az egyenletrendszert, vagy más szavakkal, a Walras-törvény miatt automatikusan teljesül.

Más oldalról vegyük figyelembe, hogy mindaddig, amíg a modell nominális változói tekintetében a keresleti függvények 0-ad fokon, a jövedelemtranszfer-függvények pedig első fokon homogének, addig a modell árhomogén lesz, azaz: ha van egy megoldása, akkor abban a nominális változók tetszőleges pozitív skalárszorosaival véve, szintén lehetséges megoldáshoz jutunk. Az általános egyensúlyi modellek hagyományosan homogének az árakban, ezért az árszint meghatározatlan. Emiatt kell az árszintre külön megkötést bevezetni:

$$(21) \quad CPI(\mathbf{P}_{chm}) = CPI0$$

az ármérce (numeraire).

Ismertek azonban olyan kevésbé neoklasszikus – keynesi vagy strukturalista makroökonómiai megfontolásokkal ötvözött – CGE modellek is, amelyek nem árhomogének, vagyis az árszint is endogén változó (lásd például Taylor [1979]). Ezen modellekben a jövedelem-újraelosztás változása az egyes nominális változóknak az általános árszinttől eltérő ütemű változásában nyilvánul meg. Ezen eltérő ütemek mögött – feltevészerűen – a különböző jövedelemtulajdonosok egyenlőtlen társadalmi ereje húzódik meg, mármint az a jogos feltevés, hogy az egyes társadalmi csoportok nem képesek azonos módon védekezni a relatív árváltozásokkal szemben, illetve előnyt szerezni azokból. Emiatt az árak változásai a *status quo*-t megváltoztató (reál)jövedelempozíció változásokhoz vezetnek.

Ennek a reális feltevésnek a gyakorlati megvalósítása azonban jogosan kritizálható, mivel ezt rendszerint úgy érik el, hogy valamely nominális változó (többnyire a bérek) szintjét megkötik (természetesen az ármérce megválasztásán túl). Nincsenek tehát érdeemben és részleteiben megindokolva a (reál)jövedelempozíciókban bekövetkező változások, s a modellek által generált változások nagysága és egymáshoz viszonyított aránya – különösen nagyobb arányú változások esetén – erősen kérdéses lehet.⁶

⁶ Ettől a megoldástól módszertanilag eltérnek, de végeredményüket tekintve hasonlóan nem túl meggyőzőek azok a kísérletek, amelyek az árszint endogén meghatározását a mikroökonómiai fogantatású modellnek egy monetáris makroökonómia modellel való kiegészítésével próbálják megvalósítani (lásd például Bourguignon-Branson-De Melo [1989], Capros [1989]).

Vegyük észre azt is, hogy az eddigi megállapításaink függetlenek a helyettesítési (*CET*, *CES*), illetve a keresleti-kínálati függvények (P_{ex} , Z , m , C , L , K) konkrét alakjától. Sőt attól sem függenek, hogy ezek a függvények a neoklasszikus elmélet (optimalizáló magatartásból fakadó) követelményeinek eleget tesznek vagy sem. Ez lehetővé teszi azt, hogy a modell alkalmazója a neoklasszikus elméleti megközelítés helyett esetenként másfajta, az adott helyzetben a változásokat pontosabban, vagy csak megítélése szerint jobban, leíró ökonometriai függvénytípusokat alkalmazzon. Ezt a megoldást a neoklasszikus elmélet belső koherenciáját mindenek fölé helyező CGE modellezők nem kedvelik, *ad hoc* jellegűnek tekintik. Mivel azonban – véleményem szerint – nincs semmi perdöntő bizonyíték arra nézve, hogy a makroszintű viszonyokat a neoklasszikus alapon levezetett formák jobban tükröznék, mint más alapon megszerkesztett ökonometriai függvények, ezért a választás voltaképpen a modellező ízlésétől függ.

Ennek kapcsán felhívjuk a figyelmet arra is, hogy a termelői árszintet meghatározó (1) összefüggés is eltér (potenciálisan, ha PR nem nulla) a neoklasszikus egyensúlyelméletből adódó ármeghatározástól. Lehetővé teszi ugyanis a haszonkulcsos (*markup*) árképzés feltételezését, és pedig anélkül, hogy azt egy monopolista vagy oligopolista termelő profitmaximalizáló viselkedéséből vezetnénk le. Ha $PR = 0$ és az $L(\cdot)$, illetve a $K(\cdot)$ függvények a költségminimalizálás szükséges feltételeiből levezetettek, akkor viszont az áralakulás követi a neoklasszikus szabályokat, mint ez a CGE irodalomban elterjedten használatos.⁷

Ugyanakkor látható, hogy maga az (1) árazonosság lényegében megegyezik az input-output ármodellek közismert alapösszefüggésével. Az input-output ármodellekkel végzett számításokkal ellentétben azonban, egyrészt, a ráfordítási együtthatók itt maguk is az árak függvényei, így az árváltozások nemcsak a jövedelemelosztásban (bér, profit), hanem a helyettesítési és relatív szűkösségekben bekövetkező elmozdulásokat is visszatükrözik. Másrészt pedig, a modell további specifikációjától függően, a bér, a profit és a devizaárfolyam szintje a megfelelő elsődleges erőforrások relatív szűkösségében bekövetkező változásokat tükrözheti (ez a helyzet például a tisztán neoklasszikus alapon lezárt modellek esetében).

A nyílt input-output ármodellek esetében ezzel szemben a modellező exogén módon szabhatja meg az elsődleges erőforrások nominális árszintjét, míg zárt input-output modell esetében egy kivételével az összes többi reálszintjét. A CGE modellek a zárt input-output modellek valóságot jobban közelítő logikáját követik: a fenti három erőforrás (munka, tőke, deviza) reálárának alakulása igen szorosan összefügg egymással. Változatlan hatékonysági paraméterek esetén a három erőforrás egyikének (reál)ára sem változhat meg anélkül, hogy azt ne kompenzálná a másik kettő (vagy csak valamelyik) árának megfelelő változása. Ez a gazdaságpolitikai döntéseknek szempontjából egy igen lényeges összefüggés.

Visszatérve az (1) – (21) egyenletekkel definiált alapösszefüggésekhez, megállapíthatjuk, hogy a $13N + 8$ egyenlet összesen $13N + 13$ változót tartalmaz, tehát a lehetséges megoldások tekintetében még van szabadsági fok, és pedig öt. A gyakorlat ugyanis azt mutatja, hogy ha a változók és az egyenletek száma megegyezik egymással, akkor a jelzett típusú egyenletrendszerek megoldása – legalább is lokálisan – unikális. Ebből kiindulva egy CGE típusú modellt csak akkor tekintünk jól meghatározottnak, ha ugyanannyi egyenlet van benne, mint ahány változó. Így a jelen esetben további öt egyenlet kell a modell lezárásához.

⁷ A legtöbb modellben a tőkekölség az amortizáción kívül csak egyensúlyi tőkekehadékot tartalmaz. Az utóbbi években Harris [1984] úttörő munkája nyomán számos olyan CGE látott napvilágot, amelyben az endogenizált haszonkulcs (*markup*), a neoklasszikus elmélettel összhangban valamely oligopolista árelmélet alapján meghatározott. Lásd például Willenbockel [1994] bővebb irodalmi áttekintését.

Ennek legegyszerűbb módja öt eredendően változóként definiált kategória szintjének exogén rögzítése lehet. Például – összhangban az lineáris programozási modellváltozatra vonatkozó korábbi megjegyzésünkkel – a kereskedelmi mérleg egyenlegét (D), a beruházás (I) és a fogyasztás szintjét (C) exogén módon előírva, a felhasználható munkaerő és állóeszköz mennyiségét adottnak tekintve ($KU = LU = 1$), a lineáris programozási modell szelleméhez igen közelálló, de attól mégis eltérő erőforrás-allokációs modellt nyernénk.

Ezt a modellvariánst *általános egyensúlyi programozási* modellnek (ÁPM) nevezhetjük, utalva arra, hogy ez a modellváltozat félúton van a közönséges (lineáris vagy nemlineáris) programozási modellek és a neoklasszikus jellegű CGE modellek között. Nyilvánvalóan közősek bennük a lehetséges erőforrás-allokációt szabályozó „primális” feltételek, a termékek és az erőforrások mérlegegyenleti korlátjai. Könnyen belátható az is, hogy nemcsak a KPM-ben hiányoznak a jövedelmek keletkezésére és (újra)elosztására vonatkozó megkötések, hanem az ÁPM-ben is (az utóbbi modellben a nettó megtakarítások reziduumként adódnak).

Lényegesebb eltéréseket tapasztalhatunk viszont az *elszámoló árak* (árnyékárak) tekintetében, egyrészt a KPM és az ÁPM modellek megoldásai között, másrészt egy lineáris (LP) és egy nemlineáris (NLP) programozási modell (árnyék)árösszefüggései között. A programozási modellek árgyenleteit itt nem részletezzük, s így a különböző árrendszerek jellegzetes különbségeit sem tárgyaljuk részletesen ehelyütt. Az érdeklődő Olvasó megtalálhatja ezt máshol (Zalai [1989]). A dolog lényege az, hogy megfelelően definiált „*rugalmas korlátokkal*” (Zalai [1983]) – egyedi korlátok helyett nemlineáris összefüggésekkel – is egy szűkebb lehetséges tartományra korlátozhatjuk az allokációs lehetőségeket, s az így nyert nemlineáris programozási modellek duális megoldásai mintegy átmenetet képeznek az LP és az ÁPM árösszefüggései között.

Az NLP modell árösszefüggései azonban még mindig túl sematikusak egy input-output jellegű ármodellhez képest. Nem tudja például közvetlenül figyelembe venni az árakat a költségektől eltérítő egyedi adókat és támogatásokat, az egyedi jellegű nyereségtényezőket, a differenciált ágazati fajlagos béreket, illetve tőkehozadékokat. Mindezek változásának elemzése ezért kívül reked a programozási modellek hatókörén, míg egy ÁPM modell erre már lehetőséget ad.

De ami még lényegesebb, az *ÁPM modell csak egy lehetséges lezárása* az eddig még nyitott, az (1)–(21) egyenletekkel definiált modellnek. S bár néhány egyenlet jogosultságát lehet vitatni, a fenti egyenletekkel kifejezett összefüggések többnyire összhangban állnak a konvencionális közgazdasági gondolkodással. Az ÁPM lezárás kapcsán azonban joggal felvethető, egyebek között, hogy milyen értelemben lehetne egy gazdaságpolitikai elemzésben a beruházások szintjét vagy a külkereskedelmi mérleg egyenlegét exogénnek tekinteni, miközben a nettó megtakarítások nagysága – amelyek összhangba hozzák a fizetőképes keresletet a kialakuló termelési-kínálati struktúrával – teljesen szabadon alakul az ÁPM modell logikája szerint. Nyilván helyesebb lenne érdemben bekapcsolni a jövedelemelosztási automatizmusokat az elemzésbe, s azt vizsgálni, hogy az adott (vagy egy várt módon megváltozó) jövedelmekképződési és elosztási rendszer, milyen keresletet támaszt a megváltozott körülmények között, s milyen árak, termelési szint és a többi mellett áll be az új egyensúly.

Látni való, hogy a modell „lezáratlansága” elsősorban a főbb makrogazdasági elosztási viszonyok meghatározatlanságából fakad, így a bevezetendő további egyenleteknek az ilyen típusú, az elosztási viszonyokat közvetlenül befolyásoló változók meghatározására kell irányulniuk. Ilyen irányba keresve a modell-lezárási lehetőséget, a felhasználható munkaerő és állóeszköz mennyiségét továbbra is adottnak tekintve ($KU = LU = 1$)⁸ a

⁸ A munkanélküliség vagy a kapacitáskihasználatlanság változóját egyébként azért vezettük be, hogy az általános egyensúly-elméletihez még mindig igen közelálló, de részleges egyensúlyatlanságokat vagy nem piaci jellegű piactisztító szabályokat tartalmazó modellváltozatokat is definiálhassunk.

fennmaradó három szabadsági fok megszüntetésére még mindig számos megoldás kínálkozik. A modell alkalmazója feltételezheti, hogy a kormányzat eltökélt, és képes a közfogyasztás szintjét vagy az államháztartás megtakarítását/hiányát meghatározott szinten tartani. A háztartások megtakarítási viselkedését előre jelezhetőnek feltételezve, bevezethet például egy alkalmas függvényt a lakossági megtakarítások közvetlen meghatározására. Ha ezeket a feltevéseket elfogadjuk, akkor a következő négy egyenlettel bővül a modell.

- (22) $KU = 1$, az állóeszközök kihasználtsági szintje,
 (23) $LU = 1$, vagy $LU = LU(W, C_v, \mathbf{P}_{chm})$, a foglalkoztatottság szintje,
 (24) $C_g = TG$ vagy $S_g = SG$, a közkiadások (megtakarítások) szintje,
 (25) $S_h = S(\cdot)$, a háztartások nettó pénzmegtakarítása.

Ezzel máris 1-re szűkült a modell szabadsági foka, s még számos jelenség alakulására nincs megfelelő oksági magyarázat a modellben, így – többek között – sem a fizetési mérleg, sem a reálárfolyam, sem a beruházások szintjének alakulására. Ez az a sajátos, szűkebb értelemben vett, *makroökonómiai lezárás (closure)* problémája, amely a *statikus* CGE modellek esetében óhatatlanul felmerül, ha a modellben – természetesen – megjelenik mind a jelenbeli fogyasztás, mind a jövőbeli fogyasztás, azaz a beruházás (erről a kérdésről bővebben lásd *Dewatripont–Michel* [1987]). *Taylor* [1979] nyomán, például, az alábbi makrolezárási elméleti lehetőségek közül választhatunk:

- *neoklasszikus* lezárás: a megtakarítások külsőleg meghatározottak (az utolsó egyenlet a külkereskedelmi vagy a fizetési mérleg előírt egyenlege), s így a beruházások szintje az utóbbiak által meghatározott;
- *keynesi* lezárás: a beruházások szintje külsőleg meghatározott, és a megtakarítások ehhez alkalmazkodnak a modellben (még inkább *keynesi*vé tehető a modell a munkabérszint rögzítése és a foglalkoztatási szint egyidejű változójá tételével);
- egy *marxi* ízű lezárást kapnánk, ha a lakossági (szükséges) fogyasztás szintjét rögzítenénk.

De nem egyedül a fenti elméleti probléma idézi elő a lezárás dilemmáját. Az alkalmazások szempontjából legalább ilyen fontos az a tény, hogy általában nincs közmegegyezés a gazdaságpolitikai elemzők és döntéshozók között abban a tekintetben, hogy az adott körülmények között hogyan fog reagálni az adott gazdaság valamilyen külső (például nemzetközi kereskedelembe bekövetkező) hatásra. Ezért eleve csak alternatív feltevések mellett lehet elképzelhető előrejelzéseket generálni, s több változatban nyomon követni a potenciálisan bekövetkező változásokat. Ezekben az előrejelzésekben szereplő változóknak és feltételezett paramétereknek természetesen egy *konzisztens* együttest kell alkotniuk.

A teljes, lezárt modell egyenletei jelenítik meg azokat a konzisztenciakritériumokat, amelyeket a modell alkalmazójának a modell nyelvére leegyszerűsített „világképe” szerint az előrejelzésben figyelembe kell venni, azaz a vizsgálatba bevont makrogazdasági mutatók együttesének – a feltételezett hatékonysági paramétereknek, az exogén és endogén változóknak – ki kell elégíteniük. Ezen összefüggések egy része viszonylag kemény realitás (mérlegegyenletek, technológiai-hatékonysági feltételek, lassabban változó strukturális adottságok), más részük viszont meglehetősen bizonytalan alapokon nyugszik. Ez utóbbiak tekintetében jelentkezik a modell felhasználó ízlését, megérzését, várakozását tükröző választás lehetősége. Ezt a részben elméleti fogantatású, részben előrejelzési bizonytalanságból fakadó szabadsági fokot, illetve választási lehetőséget nevezhetjük a *szélesebb értelemben vett modell-lezárási problematikának*.

Illusztráció – a főbb gazdaságpolitikai célok közötti átváltási lehetőségek vizsgálata

A CGE modellekkel végzett elemzések módszertana közismerten a komparatív statika, vagy más szóval *érzékenységi vizsgálat*. Egy alapmegoldásból mint referenciapontból kiindulva (a változók értéke többnyire megegyezik egy bázisnak választott időszak mutatószámaival) megváltoztatjuk az exogén változók értékeit, és kiszámítjuk az endogén változók új értékeit. Az endogén változókra a két esetben kapott értékek összehasonlításával kaphatunk képet arról, hogy az exogén változók, illetve paraméterek módosulása hogyan hat(hat) a többi gazdasági változóra.

Erdemes összehasonlításkeppen utalni arra, hogy az *lineáris programozási alapú tervezési modelleket* részben a bázisidőszaki adatok extrapolálása, részben részletes tervszámítási anyagok alapján számszerűsítették. Az első cél ezen modellek esetén egy *konzisztens* (értsd: a modell egyenlőtlenségeit kielégítő, lehetséges), a tervezési elképzelésekhez közeli, induló megoldás kialakítása volt. Ezt követte a *hatékony alternatívák* előállítása, amelynek során a kiemelt gazdaságpolitikai célok közötti *átváltási (trade-off) lehetőségekre* lehetett következtetni. S végül, részben az utóbbival átfedő, harmadik elemzési lehetőség volt a modellemegoldás *érzékenységeinek vizsgálata*, vagyis annak elemzése, hogy a különböző exogén adottságok változása hogyan hatna a megoldásra. Az utóbbi két elemzés között a lényegi különbség az, hogy míg az elsőben az adatok változatlanok és a modell specifikációja változik meg, addig az utóbbiban éppen fordított a helyzet.

A CGE modellekkel végzett elemzések részben megegyeznek, részben eltérnek a fentiekől. A modell számszerűsítése bázisidőszaki adatok vagy azok extrapolálása révén történik, de a statisztikailag közvetlenül meg nem figyelhető adatok „becslése” nem mindig alapul szabályos statisztikai becslésen. Úgy kell értéküket beállítani (hacsak lehet statisztikai becslésekkel kombinálva), hogy a bázisidőszakra vonatkozóan a gazdaság megfigyelt állapota kiegyenlítse a modell egyenleteit, azaz az induló (*bázis*-) állapot egyensúlynak tűnjön fel (*modellkalibráció*). Itt nincs szó explicit optimalizálásról, legfeljebb valamilyen korlátozott értelemben vett Pareto-optimalis állapotról. Tehát – szemben a lineáris programozási terv-modellezési gyakorlattal – a komparatív statikai elemzés *bázismegoldása* nem egy *explicit* optimalis megoldás, hanem – a különböző adók és tarifák figyelembevétele következtében – egy tökéletlen verseny egyensúlyi állapota.

A kiemelt gazdaságpolitikai célok közötti *átváltási lehetőségek* vizsgálata is eltér valamelyest az lineáris programozás módszerétől. A lineáris programozási modellek esetében az egyes gazdaságpolitikai változók közötti átváltási lehetőségek meghatározása – a valós gazdasági állapottól esetleg jelentősen eltérő – *optimális megoldás* érzékenységi vizsgálatán alapult. A CGE modellekkel végzett elemzésekben a vizsgálat kiinduló pontja általában a statisztikailag megfigyelt valós állapot, a *bázismegoldás*. Közös a kettőben, hogy mindkét típusú modellben egyes célok értéke exogén módon, másoké a modell megoldása által (endogén módon) adott. Az *átváltási lehetőségek* elemzése során a modell endogén gazdaságpolitikai változóinak valamely exogén módon adott gazdaságpolitikai változóra vonatkozó érzékenységet számítjuk ki. A modell megoldásából következtethetünk arra, hogy az adott exogénnek tekintett gazdaságpolitikai változás – alternatív modellspecifikációk mellett! – milyen tovagyűrűző változásokat eredményez, pontosabban fogalmazva: feltételez a többi, az adott modellben endogén módon kezelt változó nagyságában. Az ilyen elemzések igen hasznosak az egymással ellentétes gazdaságpolitikai célkitűzések közötti kölcsönös összefüggések és átváltási lehetőségek kvantitatív értékelésére, valamint a főbb makroökonómiai változók belsőleg konzisztens együttesének előállítására.

A többszektoros alkalmazott modellekből azonban nem származtathatók a tankönyv-

vekből ismert és gazdaságpolitikusok körében olyannyira kedvelt két-két célkitűzés közötti (páronkénti) átváltási görbék vagy arányok, hiszen egy exogén változó nagyságának megváltoztatására több fontos (endogén) gazdaságpolitikai változó egyidejű megváltoztatása lesz a válasz. Így célszerűbb átváltási arányok helyett inkább átváltási „csomagokról” beszélni. Minden ilyen csomag a gazdaságpolitikai célok elért szintjének egymással konzisztens változásait tartalmazza, amelyek egy része természetesen pusztán hipotetikus lehet, mivel a modell csak a változások belső konzisztenciát ellenőriz. Azt már a gazdaságpolitikai elemzőnek, illetve döntéshozónak kell megítélnie, hogy az adott változások a rendelkezésre álló gazdaságpolitikai eszközökkel egyáltalán elérhetők vagy sem. Ez ugyanis a modellből természetesen nem derül ki.

A fentebb elmondottakat egy magyar gazdaságra (1991-es adatok alapján) számszerűsített modellel végzett szimulációval illusztráljuk.⁹ Az illusztratív célokat szolgáló elemzés a stilizált modellnél bonyolultabb, de a konkrét gazdaságpolitikai elemzésekre használt modelljeinkhez képest még mindig egyszerűbb modellválozaton alapul.¹⁰ Mindenekelőtt egy jelentősen aggregált (háromszektoros) modellel végeztük el az itt bemutatásra kerülő számításokat. Megjegyezzük, hogy a modell aggregáltsága nem változtatja meg érdemben a levonható makroökonómia következtetéseket.

Modellünkben a szektorok termékeit és háromféle elsődleges erőforrást (munkaerő, állóeszközök és külföldi devizák) különböztethetünk meg egymástól. Az ágazati termékeket az eladási vagy a beszerzési termékpiacok szerint differenciáltknak, egymás tökéletlen helyetteseinek tekintjük, így végső soron ugyanazon ágazati termék általában ötféle, részben különböző terméket jelent. Ez azt is jelenti, hogy minden sajátos piac esetében különböző termékárakat (árindexeket) kell bevezetni. A helyettesítési lehetőségek leírására egyébként hagyományos, egymásba ágyazott, általános CES típusú aggregáló függvényeket használunk.

Az ágazati termelői árak meghatározása megegyezik a modellvázban ismertetett (1) egyenlettel. A tőkeköltés az amortizáción kívül egyensúlyi tőkehozádeket is tartalmaz (számszerű modellünk kalibrációja során ezt kiindulásként – hipotetikusán – 3 százaléknak vettük). Az így definiált termelési költségek és a nettó termelői ár különbségét költségárányos – és pedig jelen modellünkben exogén módon kezelt – haszonkulcsos (*markup*) nyereségnek tekintjük. A tőkeköltés részét képező tőkemegtérülési ráta – a reálbérhez és a reálárfolyamhoz hasonlóan – potenciális változó, s változása az állóeszközök relatív szűkösségében és/vagy a reáljövedelmek elosztásában bekövetkezett változást tükrözi.

Modelljeink általában meglehetősen részletes jövedelemelosztási, újraelosztási blokkot tartalmaznak. A jelen változat is számol minden fontos jövedelem-újraelosztási csatornával, de csak egyetlen „reprezentatív” lakossági fogyasztót szerepeltetünk (összetettebb modelljeinkben a háztartásokat tíz csoportra bontjuk, hogy figyelembe lehessen venni az adózás és a társadalombiztosítási rendszer különböző szociális-gazdasági helyzetű csoportokra gyakorolt eltérő hatását is).

A standard CGE modelleknek számos olyan jellemzője van, ami joggal kétséget ébreszthet valakiben, hogy felhasználhatók-e egyáltalán jelentős egyensúlytalanságokkal küzdő gazdaságokban, mint amilyenek például a központi tervezéstől piaci jellegűvé átalakuló gazdaságokat jellemzik. A magyar gazdaságban az 1990-es években már nem volt teljesen abszurd feltenni, hogy a termékek hazai és nemzetközi kereskedelmében a

⁹ Az 1991-es és a más évekre vonatkozó adatbázisok kialakítása Révész Tamás kitartó munkájának eredménye. A számszerűsítés, illetve a modellspecifikáció részletei iránt érdeklődők figyelmébe ajánljuk a *Révész-Zalai* [1995] tanulmányunkat.

¹⁰ A modelljeinkkel végzett elemzések iránt érdeklődő Olvasók figyelmébe ajánljuk az alábbi cikkeket, illetve tanulmányokat: *Zalai* [1984b], *Zalai-Révész* [1991], *Hare-Révész-Zalai* [1993], *Zalai* [1993], *Zalai-Ciupagea-Voicu* [1994], *Zalai-Révész* [1995].

kereslet-kínálat mechanizmusa – ha korlátozottan és bizonytalanul is – működik: az árak változása hat a keresletre és kínálatra, és fordítva.

Nem állítható mindez hitelt érdemlően az aggregált munkaerő-, illetve a tőkepiacról. A hagyományos CGE modellek ugyanakkor ezeken a „piacon” is piactisztító feltevéssel operálnak. Nem teszik lehetővé, hogy a munkanélküliség vagy a kapacitáskihasználtság alakulását bekapcsoljuk – endogén változóként – az elemzésbe. Az ilyen jellegű kérdések elemzéséhez már ki kell lépni a hagyományos általános egyensúlyelméleti keretből. A bemutatandó elemzésünkben mi is ezt tettük, s alkalmas módosításokkal az általános egyensúlyelméletihez még mindig igen közelálló, de az aggregált munkaerő-, illetve a tőkepiacra, részlegesen, egyensúlytalanságokat is megengedő modellt definiáltunk.

Elemzésünkben nyolc fontos gazdaságpolitikai változóra koncentráltunk (a zárójel az 1. táblázatbeli rövidített elnevezésüket tartalmazza):

1. összes lakossági fogyasztás (LAKFOGY),
2. bruttó beruházás (BERUH),
3. külkereskedelmi egyenleg (KÜLK),
4. államháztartás egyenlege (KSÉGV),
5. devizaárfolyam (DEV),
6. reálbérek átlagos szintje (BÉR),
7. átlagos normatív tőkehozadék (NPROFR),
8. az állóeszközök kihasználtsági indexe (KAPAC).

Összesen négy szimuláció eredményét mutatjuk be és elemezzük röviden. Mindegyik a forint egy elképzelt, 5 százalékos (reál)leértékelésének lehetséges hatásait elemzi, részben közös, részben eltérő feltevések mellett. Pontosabb lenne nem hatásokról beszélni, hanem inkább az adott nagyságú leértékeléssel konzisztens, más gazdasági jellemzőkben bekövetkező változásokról. Ami – a reálárfolyam exogén meghatározottságán túl – közös az egyes futásokban, azok a következő feltevések: az input-output fajlagosok, a tőke- és a munkaráfordítási együtthatók, valamint a gazdaság egyéb hatékonysági paraméterei mindvégig változatlanok maradnak. Ugyancsak eltekintettünk a tőke és munka adott ágazaton belüli helyettesítési lehetőségétől is, ezért a foglalkoztatás szintjének változása szorosan követi az állóeszközök kihasználtságában bekövetkező változást. Az utóbbit így megközelítően a termelés volumenindexének tekinthetjük. A kormányzati kiadások szintjét és a háztartások megtakarítási hajlandóságát mindegyik futásban exogén adottságnak tekintettük, ugyanúgy, mint a reálárfolyamot. A foglalkoztatás és a lakossági fogyasztás szintje, a hazai és import eredetű termékek felhasználásának aránya, a külkereskedelmi mérleg egyenlege és az államháztartás pénzbeli megtakarítása viszont minden futásban endogén módon meghatározott változó. Így négy olyan gazdaságpolitikai változó marad – az összes beruházás, a bérek, a normatív tőkenyereség és a kapacitáskihasználás szintje –, amelyek közül felváltva hármat rögzítve, alternatív módokon determinálttá tettük („lezártuk”) a modellt.

A négy változat jellemzői és eredményei az alábbiakban foglalhatók össze (lásd az 1. táblázatot).

Az első futásban azt feltételeztük, hogy a reálbérek és a beruházások szintje változatlan marad. Mivel a reálbéreket növekvő reálárfolyam mellett változatlannak feltételeztük, ami *ceteris paribus* növeli a költségeket a megdráguló import révén, a fajlagos költségnövekedés az általános eszközarányos nyereségráta (kis mérvű) csökkenését eredményezi. Ugyanakkor az export növekedése (4 százalék) és az importhányad csökkenése – még a termelési szint több mint 2 százalékos növekedése ellenére is – csökkenti a fizetési mérleg hiányát (15 milliárd forinttal). A gazdasági növekedés ebben a modellspecifikációban a reálbér, a megtakarítási hányad, illetve a közösségi fogyasztás és az összes beruházás feltételezett változatlanságának egyenes következménye. Ilyen feltételek mellett ugyanis a megnövekedett exportot többlettermelésből kell fedezni, ami a többletfog-

1. táblázat

Konzisztens változások néhány kiemelt makrogazdasági változóban
(a dőltten szedett számok az adott futásban exogén módon adott értékek)

A változó jele	Bázisérték	1. futás	2. futás	3. futás	4. futás
DEV (százalék)	100	5,0	5,0	5,0	5,0
LAKFOGY (százalék)	100	1,2	0,3	0,2	1,8
KÜLKER (milliárd forint)*	-62	-47	-42	-22	-62
KSÉGV (milliárd forint)*	15	7	1	-6	14
BERUH (százalék)	100	0,0	0,0	-12,7	7,5
BÉREK (százalék)	100	0,0	-1,3	0,0	0,0
NPROFR (százalék)*	3,0	2,7	3,0	2,7	2,7
KAPAC (százalék)	100	2,0	1,6	0,0	3,2

*Abszolút adatok, a többi százalékos változás.

lalkoztatás révén még egy enyhe multiplikátor hatást is kivált (a lakossági fogyasztás 1,2 százalékkal nő).

A *második futásban* a reálberek helyett a nyereségráta változatlanosságát feltételeztük, a többi tekintetben egyébként megőriztük az első futás feltevéseit. Most a reálbér csökkenése (1,3 százalékkal) ellensúlyozza a reálárfolyam feltételezett, 5 százalékos növekedését. A megnövekedett export folytán a termelés most is nő. A reálbér csökken ugyan, de a bértömeg nő, a lakossági fogyasztás kevésbé nő, mint az előző futásban (csak 0,3 százalékkal). Emiatt a multiplikátorhatás most enyhébb, és a növekedés lassúbb volta csekély mértékben ugyan, de javítja a kereskedelmi mérleget az előző futáshoz képest (újabb 5 milliárd forinttal).

A *harmadik futás* az elsőtől abban különbözik, hogy ebben a beruházások szinten tartása helyett a termelés (pontosabban a kapacitáskihasználtság) változatlan szintjét feltételeztük. Mivel nincs növekedés, és a reálberek szintje is változatlan, ezért a bértömeg és a lakossági fogyasztás sem változik, a közösségi fogyasztást pedig eleve változatlannak feltételeztük. Ilyen feltevések mellett, természetsszerűleg, a nettó export csak a beruházások terhére nőhet, s így a leértékelés az első futáshoz képest jobban javítja a kereskedelmi mérleget (az összes javulás mértéke ezúttal 40 milliárd forint).

A *negyedik futásban* egy olyan kérdésre kerestünk választ, amely gyakran képezte gazdaságpolitikai viták tárgyát az elmúlt években. Azt számoltuk ki az adott feltevések mellett, hogy a leértékelésnek az önmagában kereskedelmimérleg-javító hatását mekkora növekedés semlegesítené teljes mértékben. Most tehát – a beruházások szinten tartása helyett – a kereskedelmi mérleg változatlanosságát feltételeztük. A számításunk (és feltevéseink) szerint a termelés mintegy 3,5 százalékos növekedése az, amely az 5 százalékos forintleértékelés hatását semlegesítené. A termelési többletet, a nettó export növekedésén túl, a lakossági fogyasztás (a már tárgyalt multiplikátorhatás) és a most endogén beruházás növekedése szívná fel (illetve generálná) ennek a megoldásnak a logikája szerint.

Modellünkkel tehát egy 5 százalékos forintleértékelés elképzelhető hatásait elemeztük néhány karakterisztikus alternatív feltevés mellett. Ezekből az elemzésekből úgy tűnik ki, hogy a kilencvenes évek elején a magyar gazdaságban a termelés 3,2 százalékos növekedése – változatlan közfogyasztási szint és a jövedelemelosztási mechanizmusok mellett – a fogyasztás 1,6 százalékos, a beruházások 20 százalékos növekedésével és a kereskedelmi mérleg 40 milliárd forintos romlásával együtt alkotott volna konzisztens gazdaságpolitikai alternatívát (lásd a 3. és a 4. *futás* különbségét). A futásokból azt is láthatjuk, hogy 5 százalékos reálleértékelés (változatlan hatékonysági paraméterek mel-

lett) a reálbér 1,3 százalékos vagy a 3 százalékosnak feltételezett átlagos tőkearányos nyereségrész 0,3 százalékponttal való csökkenésével lett volna összeegyeztethető.

Példáink természetesen csak az illusztráció célját szolgálták. Azt próbáltuk meg érzékelteni velük, hogy a fentihez hasonló modellek milyen típusú következtetések levonására lennének alkalmasak a gazdaságpolitikai elemzésekben aktuális adatokkal feltöltve. Különböző modellkísérleteinkből meggyőződhattunk arról, hogy a főbb strukturális jellemzők, amelyeket a modelljeink állandóknak feltételeznek, rövid távon valóban csak keveset változnak, ezért gazdaságpolitikai szakértői becslésekkel alátámasztva modelljeink alkalmasak a gazdaságpolitikai intézkedések, illetve várakozások hatásainak kielégítő pontosságú előrejelzésére.

*

Tanulmányomban a többszektoros makrogazdasági modellezés „törzsfeljődési fáját” tekintettem át röviden. Igyekeztem megmutatni, hogy ez a „fa”, gondos művelés mellett, hasznos „gyümölcsöket” teremhet. Magyarországon, a kezdeti látványos térnyerés után, ezek a modellek az utóbbi időben háttérbe szorultak, amihez sok minden hozzájárult, így többek között a döntések és az információk polarizálódása, az adekvát elméletek hiánya, a változások felgyorsulása, a pillanatnyi, rövid távú kihívások megszorodása. A modellek a gazdaságpolitikai döntések előkészítésében egyfajta rendező-pályaudvar szerepét tölthetik be. Felhívják a figyelmet a statisztikai adatok szűkösségére és konzisztenciájuk követelményére, nélkülözhetetlen szerepet tölthetnek be az egymásnak ellentmondó érdekek és gazdaságpolitikai célkitűzések összhangjának megteremtésében, a gazdasági átalakulás alapvető intézkedéseinek előzetes hatásvizsgálatában. Modellek nélkül a problémák összehangolt megoldásához szükséges közös nyelv és kiindulási alap sem igazán teremthető meg. Itt lenne hát az ideje a makromodellezési kultúra újrafeléllesztésének.¹¹

Hivatkozások

- BERGMAN, L.–JORGENSEN, D.–ZALAI ERNŐ (szerk.) [1990]: General Equilibrium Modeling and Economic Policy Analysis. Basil Blackwell, New York.
- BOURGUIGNON, F.–BRANSON, W. H.–MELO, J. DE [1989]: Macroeconomic Adjustment and Income Distribution: A Macro-Micro Simulation Model. Working Paper, The World Bank, május.
- BRÓDY ANDRÁS [1964]: Az ágazati kapcsolatok modellje. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- CAPROS, P. [1989] An empirical assessment of macroeconomic and CGE approaches to policy modeling. Journal of Policy Modeling, Vol. 8, No. 1.
- DANTZIG, G. B. [1951]: Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities. Megjelent: *Koopmans* [1951].
- DERVIS, K.–MELO, J. DE–ROBINSON, S. [1982]: General Equilibrium Models for Development Policy. Cambridge University Press, Cambridge.
- DEVARAJAN, S.–LEWIS, J. D.–ROBINSON, S. [1991]: From stylized to applied models: building multisector CGE models for policy analysis. Kézirat, június.
- DEWATRIPONT, M.–MICHEL, G. [1987]: On closure rules, homogeneity and dynamics in Applied General Equilibrium Models. Journal of Development Economics, no. 26.
- DIXON, P. B.–PARMENTER, B. R.–SUTTON, J.–VINCENT, D. P. [1982]: ORANI: A Multisectoral Model of the Australian Economy. North-Holland, Amszterdam.
- GINSBURGH, V.–WAELOBROCK, J. [1981]: Activity Analysis and General Equilibrium Modeling. North-Holland, Amszterdam.
- HARE, P. G.–RÉVÉSZ TAMÁS–ZALAI ERNŐ [1993]: Modeling an economy in transition: Trade adjustment policies for Hungary. Journal of Policy Modeling, 1993, No. 5-6.

¹¹ A modelljeinkkel végzett további elemzések iránt érdeklődő Olvasók figyelmébe ajánljuk a következő cikkeket: Zalai [1984b], Zalai–Révész [1991], Hare–Révész–Zalai [1993].

- HARRIS, R. [1984]: Applied General Equilibrium Analysis of Small Open Economies with Scale Economies and Imperfect Competition, American Economic Review.
- JOHANSEN, L. [1960]: A multi-sectoral study of economic growth. North Holland, Amszterdam.
- KANTOROVICS, L. V. [1942]: On the translocation of masses. Dokl. Akad. Nauk U.S.S.R., 37.
- KELLEY, A. C.–SANDERSON, W. C.–WILLIAMSON, J. G. (szerk.) [1983]: Modeling growing economies in equilibrium and disequilibrium. Duke University Press, Durham N. C.
- KOOPMANS, T. [1951]: Activity analysis of production and Allocation. Wiley, New York.
- KORNAI JÁNOS [1965], [1973]: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KORNAI JÁNOS. [1971]: Anti-equilibrium. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KORNAI JÁNOS–LIPTÁK TAMÁS [1965]: Two-level Planning. Econometrica, Vol. 33.
- LONGE, O. [1936]: On the Economic Theory of Socialism. Review of Economic Studies, 4. sz.
- LONGE, O. [1964]: Politikai gazdaságtan I. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- LEONTIEF, W. W. [1941]: The structure of the American economy, 1919-1938. Oxford University Press, New York.
- LEONTIEF, W. W. [1977]: Terv és gazdaság. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- PIGGOTT, J.–WHALLEY, J. (szerk.) [1985]: New developments in applied general equilibrium analysis. University Press Cambridge, Cambridge.
- PYATT, G.–ROUND, J. I. (szerk.) [1985]: Social Accounting Matrices: a Basis for Planning. World Bank, Washington D. C. .
- RÉVÉSZ TAMÁS [1998]: Környezetpolitikák gazdaságpolitikai hatásainak modellezése. Jubileumi tudományos ülésszak. 4. kötet, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem, Budapest.
- RÉVÉSZ TAMÁS–ZALAI ERNŐ [1995]: Data base for the CGE model and some simulation results. Tax and Budget Reform in Hungary – ACE Conference, Budapest, kézirat.
- ROBINSON, S. [1989]: Multisector Models of Developing Countries. Megjelent: Chenery, *Hollis–T. N. Srinivasan* (szerk.) Handbook of Development Economics, Vol. 2.
- SCARF, H. E. [1973]: The computation of economic equilibria. Conn. Yale University Press, New Haven.
- SCARF, H. E.–SHOVEN, J. B. [1984]: Applied general equilibrium analysis. Cambridge University Press.
- TAYLOR, L. [1975]: Theoretical foundations and technical implications, Megjelent: *Blitzer, C. R. – Clark, P. C. –Taylor, L.* (szerk.): Economy-wide models and development. Oxford University Press, Oxford.
- TAYLOR, L. ÉS SZERZŐTÁRSAI. [1979]: Models of Growth and Distribution for Brazil. Oxford University Press, Oxford.
- Willenbockel, D. [1994]: Applied General Equilibrium Modelling: Imperfect Competition and European Integration. John Wiley & Sons, New York.
- ZALAI ERNŐ [1983]: Egyensúly és optimum: A makrogazdasági modellezés két irányzatának összevetése. Közgazdasági Szemle, 2. sz.
- ZALAI ERNŐ [1984a]: The HUMUS model family: A users guide to the computer programs, IIASA, WP-84-99.
- ZALAI ERNŐ [1984b]: Economic reform, allocative efficiency and terms of trade. Acta Oeconomica, vol. 33 (3–4), 255–271. o.
- ZALAI ERNŐ [1989]: Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- ZALAI ERNŐ [1993]: Modeling the Restructuring of Foreign Trade: Applications to Hungary. Megjelent: *Cohen, S. J.* (szerk.): Patterns of Economic Restructuring for Eastern Europe. Avebury, 168–189. o.
- ZALAI ERNŐ–CIUPAGEA, C.–VOICU, A. [1994]: Testing the Romanian CGE model: Consistency of economic policy objectives. Megjelent: *Hare, P. G.* (szerk.): Economic Restructuring in the Countries of Transition: Specific Features of the Romanian Economy. Editura Expert, Budapest.
- ZALAI ERNŐ–RÉVÉSZ TAMÁS [1991]: Trade redirection and liberalization: Lessons from a model simulation, Society and Economy, Aula, Vol.13(2), 69–80. o.
- ZALAI ERNŐ–RÉVÉSZ TAMÁS [1995]: A CGE Model for the Analysis of the Impacts of Tax and Budget Reforms. Tax and Budget Reform in Hungary – ACE Conference, Budapest, kézirat.